

As funções da simetria nos grafos de tétrades da teoria neoriemanniana

Ciro Visconti

Universidade do Estado de São Paulo – cirovisconti@gmail.com

Paulo de Tarso Salles

Universidade do Estado de São Paulo – ptsalles@usp.br

Resumo: Este artigo faz parte de uma pesquisa que investiga as diferentes funções que as classes de conjuntos assumem nos grafos da teoria neoriemanniana de acordo com seu grau de simetria. As 220 classes de conjuntos da tabela Forte foram divididas em grupos conforme a intensificação da simetria em sua estrutura e cada um deles desempenha um papel específico, tanto nos grafos de modo como nos modelos unificados da teoria neoriemanniana. No presente trabalho, investigaremos os grafos das tétrades.

Palavras-chave: Teoria neoriemanniana. Teoria dos conjuntos. Simetria. Grafos.

The Symmetry Functions in Tertian Seventh Chords Graphs of Neo-Riemannian Theory

Abstract: This paper is part of a research that investigates the different functions assumed by the set classes in the neo-Riemannian graphs according to their degree of symmetry. The 220 set classes from Forte table were divided into groups according to the intensification of symmetry in their structure and each of them plays a specific role both in neo-Riemannian mode graphs as in unified models. In this work, we investigate the graphs of tetrads.

Keywords: Neo-Riemannian Theory. Set Theory. Symmetry. Graphs.

1. Grupos de classes de conjuntos divididos por grau de simetria

Em nosso artigo anterior (VISCONTI/SALLES, 2016), dividimos as 220 cc. da tabela Forte (entre tricordes e nonacordes) em três grupos (ver tabela 1 no final deste trabalho) utilizando como critério a intensificação da participação da simetria na construção dos conjuntos destas classes. Dmitry Tymoczko afirma que:

Como os músicos são sensíveis às distâncias entre as notas, temos razões para nos interessar nas transformações de preservação de distância do espaço musical. Existem apenas dois tipos delas - *transposição* e *inversão*, correspondentes as operações geométricas de *translação* e *reflexão* (TYMOCZKO, 2011, p. 33).

Levando em conta esta afirmação, podemos concluir que o próprio conceito de classe de conjunto é baseado na simetria, visto que uma classe de conjunto é formada por conjuntos que têm o mesmo conteúdo intervalar pois se relacionam por transposição e inversão. Assim, o primeiro grupo da nossa divisão das classes de conjunto será o mais numeroso, ele inclui todas as 141 cc. que são formadas por 24

conjuntos relacionados por transposição e inversão. Nestas classes de conjunto, as operações de translação e de inversão ocorrem entre os conjuntos que as constituem¹, mas individualmente, estes conjuntos não apresentam nenhuma simetria intervalar. Este grupo 1) chamaremos de grupo T_n/T_{nI} , e entre suas classes de conjuntos estão a tríade menor (cc.3-11), a tríade maior (3-11B), o acorde meio-diminuto (c.4-27) e o acorde dominante (4-27B)². Ao dispor as notas de dois conjuntos relacionados por inversão de uma destas classes de conjuntos em um mostrador de relógio, verifica-se dois polígonos irregulares refletidos:

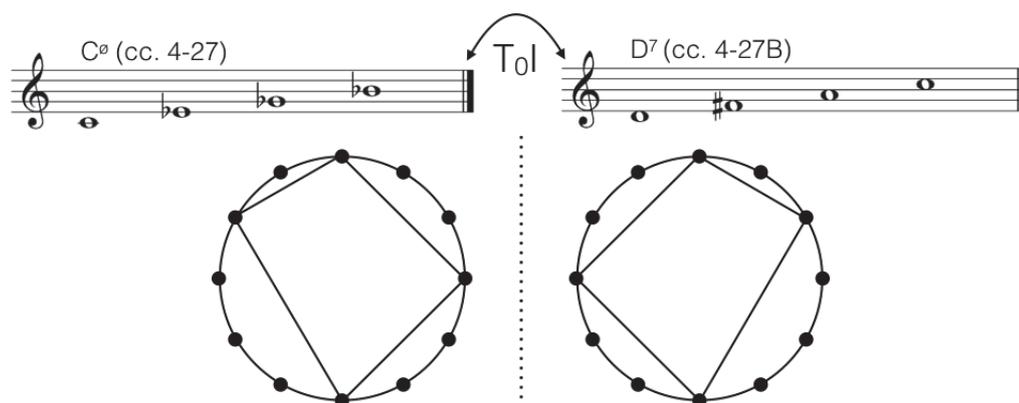


Figura 1: A inversão entre acordes meio-diminutos (cc. 4-27) e acordes dominantes (4-27B) pode ser verificada nos dois polígonos refletidos que suas classes de altura traçam no mostrador de relógio.

O segundo grupo da nossa divisão das classes de conjunto é formado por 67 cc. que possuem a simetria inversiva que segundo Joseph Straus são "classes de conjuntos que contêm conjuntos que podem mapear-se inteiramente neles próprios sob inversão" (STRAUS, 2013, p. 93). Por conta deste mapeamento, estas 67 cc. são constituídas por apenas 12 conjuntos que são transposições uns dos outros. Os conjuntos pertencentes a estas classes de conjunto apresentam um palíndromo (operação de reflexão) em sua relação intervalar. Em outras palavras, podemos dizer que as classes de conjunto deste grupo 2), chamado grupo da simetria inversiva, apresentam apenas 12 conjuntos porque a operação de translação ocorre entre seus conjuntos, mas a operação de reflexão ocorre internamente noexs intervalos de cada um deles, fazendo que se mapeiem em si próprios quando invertidos. Ao dispor as

¹ Para maiores esclarecimentos sobre as operações de simetria aplicadas à música ver VISCONTI, 2016, p. 21-60.

² A versão da tabela Forte feita por Larry Solomon separa os conjuntos que são transposições de uma forma prima dos que são inversões em todas as cc. deste primeiro grupo. Assim, por exemplo, a tríade menor (037) é chamada de cc 3-11 enquanto a sua inversão (047) é chamada de 3-11B.

classes de altura de um dos conjuntos deste grupo no mostrador de relógio, verifica-se um polígono que, embora seja irregular, é dividido em duas partes idênticas por um eixo de simetria. Esse é o caso dos acordes menores com sétima, por exemplo:

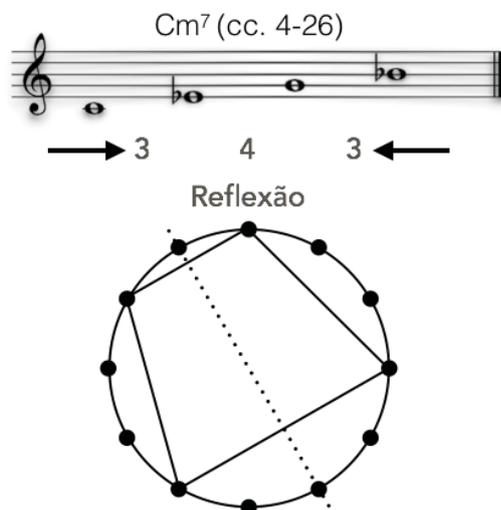


Figura 2: A simetria inversiva do acorde menor com sétima menor (cc. 4-26) gera no mostrador de relógio um polígono irregular que pode ser dividido em duas partes **iguais**.

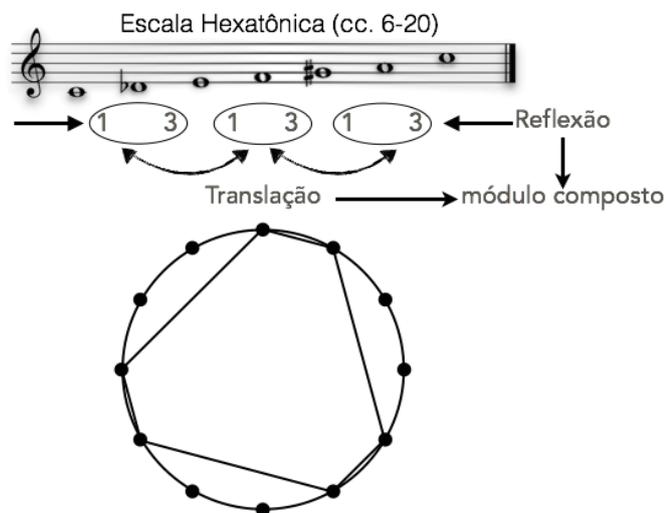


Figura 3: A simetria transpositiva da escala Hexatônica (cc. 6-20) gera um polígono equiangular no mostrador de relógio.

O grupo 3) de nossa divisão das classes de conjuntos é o menos numeroso, ele é formado apenas por 12 classes de conjuntos que possuem simetria transpositiva. Segundo Straus, conjuntos com simetria transpositiva “são capazes de mapearem-se inteiramente neles mesmos por transposição” (STRAUS, 2013, p. 89). Desta maneira, as 12 cc. deste grupo - chamado grupo da simetria transpositiva - são integradas por 6,

4, 3 ou 2 conjuntos³. Conjuntos pertencentes a estas classes combinam em seus intervalos o palíndromo (operação de reflexão) e a transposição, (operação de translação) sendo este o motivo de se mapearem tanto nas suas inversões quanto nas suas transposições.

Este grupo será subdividido em dois, o grupo 3a) é formado por 9 cc. em que a simetria transpositiva opera um módulo de simetria composto, ou seja, a reflexão e a translação ocorrem em dois ou mais intervalos. Ao dispor as classes de altura de um dos conjuntos deste grupo em um mostrador de relógio, verifica-se um polígono que, embora seja irregular, é equiangular. A escala Hexatônica (cc. 6-20) é um exemplo de classe de conjunto deste grupo (ver a figura 3).

O grupo 3b) é formado por 3 cc. (3-12, 4-28 e 6-35) em que a simetria transpositiva opera um módulo de simetria simples, ou seja, o palíndromo e a transposição ocorrem com um único intervalo. Ao dispor as classes de altura de um dos conjuntos deste grupo em um mostrador de relógio, verifica-se um polígono regular. O acorde de sétima diminuta (cc. 4-28) é um exemplo deste grupo:

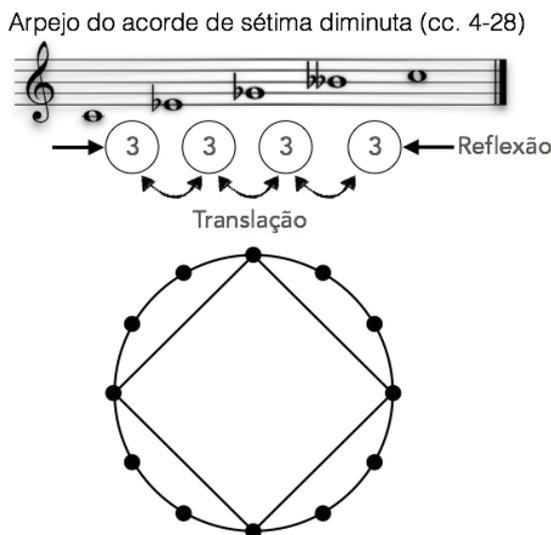


Figura 4: A simetria transpositiva do acorde de sétima diminuta (cc. 4-28) resulta em um polígono regular no mostrador de relógio.

2. Função da simetria nos grafos de modo das tétrades

No artigo que publicamos anteriormente, observamos o comportamento e as funções que estes grupos de classes de conjuntos desempenham nos HexaCiclos e nos OctaCiclos, grafos que Jack Douthett e Peter Steinbach chamam de grafos de modo

³ Todas as classes de conjuntos que possuem simetria transpositiva também possuem simetria inversiva.

(DOUTHETT/STEINBACH, 1998, p. 242), e nas regiões Weitzmann (VISCONTI/SALLES). Em todos estes grafos de tríades constatamos que: conjuntos do grupo 1) aparecem como os acordes que são operados pelas transformações **P**, **L**, **R** (HexaCiclos e OctaCiclos), **LP**, **PL**, **N** e **S** (regiões Weitzmann); conjuntos do grupo 3a) são escalas simétricas que desempenham o papel de superconjunto em cada um dos componentes destes grafos (cc. 6-20 nos ciclos hexatônicos, cc. 8-28 nos ciclos octatônicos e cc. 9-12 nos *waterbugs*) e por isso eles são chamados de grafos de modo; um conjunto do grupo 3b (cc. 3-12) aparece como pivô das transformações entre as tríades consonantes em cada um dos quatro *waterbugs* das regiões Weitzmann. Nos gráficos de tríades, não há nenhuma ocorrência de conjuntos do grupo 2.

Douthett e Steinbach destacam dois grafos de modos entre as tétrades, o primeiro deles chama OctaTorres, eles dão as seguintes orientações para montá-lo:

Tomemos a família S_1 de todos os tetracordes cujas sequências de passos intervalares que separam suas classes de altura seja uma permutação de 2, 3, 3 e 4 semitons. Resulta que S_1 é a família de todos os acordes de sétima de dominante, de todos os acordes meio-diminutos e de todos os acordes menores com sétima, o gráfico da família S_1 induzido por $P_{1,0^4}$, chamado *OctaTorres*, consiste de três torres octatônicas componentes (ver Figura 4). Cada torre consiste de quatro quadriláteros conectados em um circuito (DOUTHETT/STEINBACH, 1998, p. 245).

Desta maneira, cada torre octatônica relaciona 4 acordes da cc.4-27, 4 acordes da cc. 4-27B e 4 acordes da cc. 4.26 através das transformações P^* e L^{*5} .

É notável como este grafo de tétrades se relaciona aos HexaCiclos pois os acordes se relacionam por máxima parcimônia. Contudo, cada ciclo hexatônico opera os conjuntos do grupo 1) - acordes maiores e menores - entre si, pois são acordes de uma mesma classe de conjunto relacionados por $P_{1,0}$. Esta possibilidade não ocorre entre as tétrades pertencentes a classes do grupo 1) - acordes meio-diminutos (4-27) e dominantes (4-27B) - pois elas se relacionam por $P_{0,1}$. Assim, os acordes menores com

⁴ Os autores adotam a fórmula $P_{m,n}$ para determinar o deslocamento total de notas entre dois acordes na condução de voz, na fórmula 'P' = parcimônia, 'm' = número de vezes que se deslocam por semitom e 'n' = número de vezes que se deslocam por um tom. Desta maneira, $P_{1,0}$ é o conjunto de todas as transformações em que apenas uma voz se desloca por semitom enquanto as demais se mantêm.

⁵ Estas duas transformações ocorrem entre tétrades induzidas por $P_{1,0}$. Transformações do tipo P^* ocorrem entre acordes meio-diminutos e menores com sétima com a mesma fundamental (P^{*1}) ou entre menores com sétima e dominantes com a mesma fundamental (P^{*2}); transformações do tipo L^* ocorrem entre acordes meio-diminutos e menores com sétima com fundamentais diferentes (L^{*1}) ou entre menores com sétima e dominantes com fundamentais diferentes (L^{*2}) (DOUTHETT/STEINBACH, 1998, p. 250).

sétima (4-26) entram no grafo como mediadores entre os acordes da cc. 4-27 e desempenham a função de manter a máxima parcimônia entre os acordes do grafo. Esta será sempre a função que conjuntos do grupo 2) desempenharão nos grafos da teoria neoriemanniana.

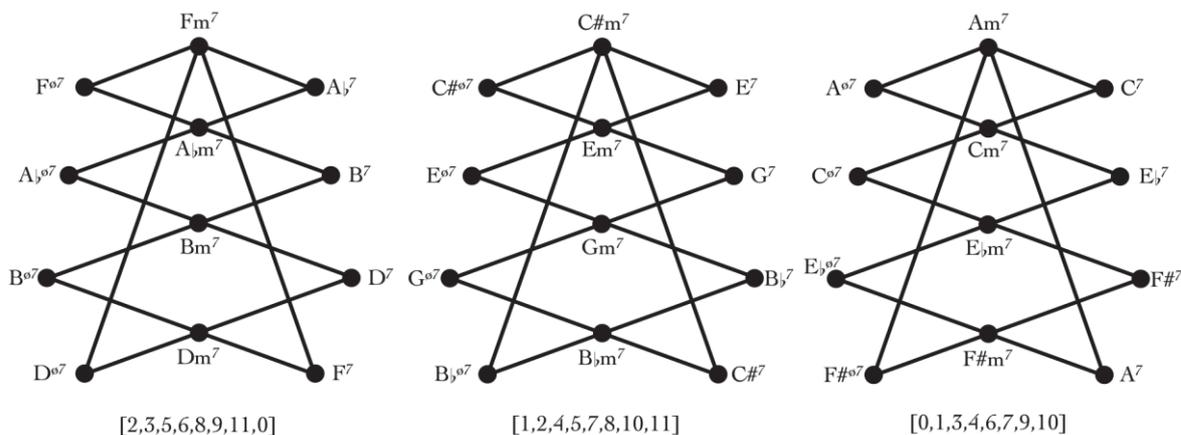


Figura 5: Grafo OctaTowers (DOUTHETT/STEINBACH, 1998, p. 246, fig. 4).

Como ocorreu nos grafos das tríades, as notas de todos os acordes de cada componente deste grafo, chamados de torres octatônicas, estão incorporadas em um conjunto do grupo 3a), neste caso a escala octatônica (cc. 8-28). Os acordes da torre à esquerda da figura 5 estão incorporados na $OCT_{2,3}$, os da torre do centro estão incorporados na $OCT_{1,2}$ e os da torre à esquerda estão incorporados na $OCT_{0,1}$ (na figura 5 a forma normal de cada um destes conjuntos está listada abaixo de cada torre).

Outro grafo de modo que utiliza as tétrades é chamado de EneaCiclos:

S_1 é subdividida entre quatro subfamílias $S_{1,1}$, $S_{1,2}$, $S_{1,3}$ e $S_{1,4}$, em que cada subfamília consista dos acordes de sétima incorporados num certo conjunto eneático. (...) O gráfico *EneaCiclos* é a união dos gráficos de $S_{1,k}$ ($k = 1, 2, 3, 4$) induzido por $P_{1,0}$ e $P_{0,1}$ (DOUTHETT/STEINBACH, 1998, p. 246).

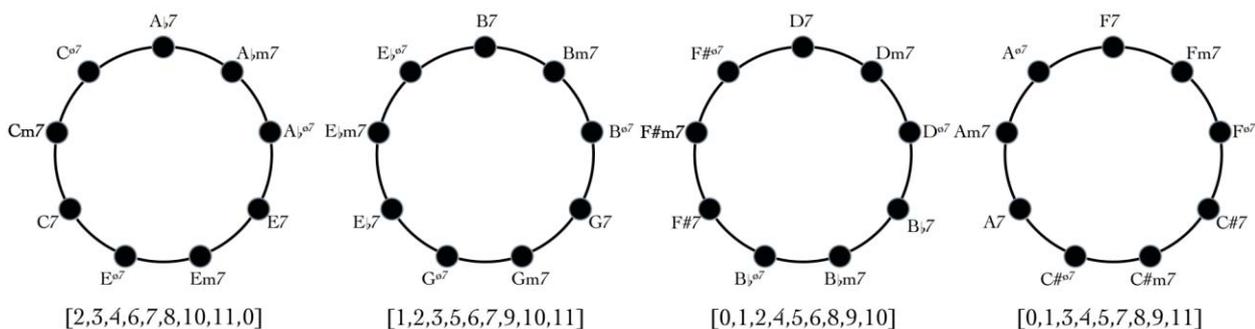


Figura 6: Grafo EneaCiclos (DOUTHETT/STEINBACH, 1998, p. 247, fig. 6).

Assim, temos neste grafo (figura 6), acordes que se relacionam pelas transformações P^* e R^* ⁶. Neste caso, o acorde menor com sétima aparece novamente no grafo na função mediadora entre os acordes pertencentes a conjunto do grupo 1). Da mesma forma que no grafo OctaTorres, as notas de todos os acordes de cada componente do EneaCiclos, chamados ciclos eneatônicos, estão incorporadas em um conjunto do grupo 3a) que, neste caso, são as escalas octatônicas que estão listadas abaixo de cada ciclo na figura 6.

3. Função da simetria no modelo unificado das tétrades

Em sua abordagem grafo-teórica, Douthett e Steinbach apresentam grafos que fazem a interação de dois ou mais grafos de modos (DOUTHETT/STEINBACH, 1998, p. 253-257). Cohn se refere a estes modos como “modelos unificados” (COHN, 2012, p. 83). Em nosso artigo anterior, observamos a função que os grupos de classe de conjuntos desempenham no modelo unificado das tríades conhecido como *Cube Dance* (modelo que interage os ciclos hexatônicos aos *waterbugs*). Neste grafo, os acordes menores (cc. 3-11) e maiores (cc. 3-11B), pertencentes ao grupo 1), são operados pelas transformações **P** e **L**; os acordes aumentados, pertencentes ao grupo 3b), aparecem como pivôs que conectam um cubo ao outro; o superconjunto que incorpora as notas de todos os acordes de cada um dos cubos é uma escala hexatônica que pertence ao grupo 3a).

O *4-CubeTrio* é um grafo similar ao *Cube Dance* que, ao invés de operar tríades, opera as tétrades interagindo as torres octatônicas às aranhas de *Boretz*⁷. No *4-Cube Trio* as tétrades posicionadas em cada vértice podem se transformar parcimoniosamente em quatro outras. O resultado disto é a partir de cada vértice saem quatro hastes dispostas em ângulo de 90° uma das outras que representam as transformações. Assim, o grafo fica composto por três tesseractos (cubos de quatro dimensões)⁸. Neste grafo, os grupos de classes de conjuntos desempenham as mesmas funções que observamos nos grafos de modo: acordes meio-diminutos (cc. 4-27) e de

⁶ Transformações entre acordes meio-diminuto e dominantes induzidos por $P_{0,1}$.

⁷ Este grafo descrito por Cohn é dividido em três componentes que são representados por aranhas que tem em seu corpo um dos acordes de sétima que se conecta parcimoniosamente a quatro acordes meio-diminutos e quatro acordes de sétima de dominante (COHN, 2012, p. 154).

⁸ A percepção dos tesseractos no *4-Cube Trio* (figura 7) fica prejudicada não só por se tratar de uma figura quadridimensional representada em duas dimensões, mas, principalmente, pelo fato de algumas hastes ficarem curvadas para que todo o grafo possa ser inserido em um mostrador de relógio.

operações em cada um dos componentes. Os acordes do grupo 2) - conjuntos com simetria inversiva - possuem uma função mediadora que permite o enlace parcimonioso entre todos os acordes conectados nos componentes. Escalas pertencentes ao grupo 3a - conjuntos de simetria transpositiva que opera um módulo composto - sempre são o superconjuntos em que as notas de todos os acordes dos componentes dos diversos grafos se incorporam. Por último, os acordes do grupo 3a) têm a função de ser pivô entre os grafos integrados do modelo unificado. Estas mesmas funções foram observadas nos mesmos grupos nos grafos das tríades em nosso trabalho anterior (um quadro completo destes grafos é mostrado na tabela 2 que está no final deste trabalho). Esse resultado aponta para a manutenção destas funções em novos grafos que esta pesquisa pretende desenvolver, em que sejam operados conjuntos de cardinalidade maior e/ou que utilizem transformações menos parcimoniosas entre os membros de seus componentes.

Referências:

- COHN, Richard. "Weitzmann's regions, my cycles, and Douthett's dancing cubes". *Music Theory Spectrum*, Vol. 22, No. 1 (Spring, 2000). Oxford University Press, pp. 89-103.
- _____. *Audacious euphony*. New York: Oxford University Press, 2012.
- DOUTHETT, Jack; STEINBACH, PETER. "Parsimonious graphs: a study in parsimony, contextual transformations, and modes of limited transposition". *Journal of Music Theory*, Vol. 42, No. 2, Neo- Riemannian Theory. New Haven: Duke University Press, 1998. p. 241-263.
- ROHDE, Geraldo Mário. *Simetria*. São Paulo: Hemus, 1982.
- _____. *Simetria: rigor e imaginação*. Porto Alegre: Edipucrs, 1997.
- SOLOMON, Larry. The table of pitch classes. Disponível em: <<http://solomonsmusic.net/pcsets.htm>>. Acesso em 22/08/16.
- STRAUS, Joseph. *Introdução à teoria pós-tonal*. Tradução de Ricardo Mazzini Bordini. São Paulo: Unesp, 2013.
- TYMOCZKO Dmitri. *A geometry of music*. New York: Oxford University Press, 2011.
- VISCONTI, Ciro. *Simetria Nos Estudos para Violão de Villa-Lobos*. São Paulo: Paco Editorial, 2016.
- VISCONTI, Ciro; SALLES, Paulo de Tarso. "O papel da simetria na teoria neoriemanniana" XXVI Congresso da Anppom - Belo Horizonte/MG (2016): n. pág. Web. 1 Nov. 2016

Anexos

Tabela 1: Grupos de classes de conjuntos divididos pela simetria.

Grupos	Nome	Figura no Mostrador de Relógio	Função nos Grafos
Grupo 1)	Tn/Tnl	Polígonos irregulares que se refletem na relação de inversão	Acordes operados
Grupo 2)	Simetria Inversiva	Polígonos irregulares que podem ser divididos em duas partes idênticas	Função mediadora que mantém a máxima parcimônia
Grupo 3a)	Simetria Transpositiva (módulo composto)	Polígonos equiangulares	Superconjuntos dos componentes de cada grafo
Grupo 3b)	Simetria Transpositiva (módulo simples)	Polígonos regulares	Pivôs entre os grafos integrados no modelo unificado

Tabela 2: Quadro completo dos grafos de tríades e tétrades da teoria neoriemanniana.

Grafos de Modo						
Tríades						
Nome	Acordes Operados	Acordes Mediadores	Transformações	Componentes	Superconjunto	Pivô
HexaCiclos	Menores (3-11) e Maiores (3-11B). Grupo 1)	_____	P e L	Ciclos Hexatônicos	Escala Hexatônica	_____
OctaCiclos	Menores (cc. 3-11) e Maiores (3-11B). Grupo 1)	_____	P e R	Ciclos Octatônicos	Escala Octatônica	_____
Regiões Weitzmann	Menores (cc. 3-11) e Maiores (3-11B). Grupo 1)	_____	LP, PL, R, N, S	Waterbugs	Escala Eneatônica	Tríades aumentadas (3-12). Grupo 3b)
Tétrades						
OctaTorres	Meio-diminutos (4-27) e Dominantes (4-27B). Grupo 1	Menores com sétima (4-26)	P^*1, L^*2, L^*1 e P^*2	Torres Octatônicas	Escala Octatônica	_____
EneaCiclos	Meio-diminutos (4-27) e Dominantes (4-27B). Grupo 1	Menores com sétima (4-26)	P^*1, P^*2 e R^*	Ciclos Eneatônicos	Escala Eneatônica	_____
Modelos Unificados						
Tríades						
Nome	Acordes Operados	Acordes Mediadores	Figuras	Subgrafos	Superconjunto	Pivô
<i>Cube Dance</i>	Menores (3-11) e Maiores (3-11B). Grupo 1)	_____	4 cubos interligados	Ciclos Hexatônicos e <i>Waterbugs</i>	Escala Hexatônica em cada cubo	Tríades aumentadas (3-12). Grupo 3b)
Tétrades						
<i>4-Cube Trio</i>	Meio-diminutos (4-27) e Dominantes (4-27B). Grupo 1	Menores com sétima (4-26) e Sexta Francesa (4-27)	3 tesseratos interligados	Torres Octatônicas e Aranhas de Boretz	Escala Octatônica em cada tesserato	Tétrades diminutas (4-28). Grupo 3b)