

A racionalidade matemática na música de Villa-Lobos

Gean Pierre

Universidade Federal do Espírito Santo – geanpierre@gmail.com

Oscar Abdounur

Universidade do Estado de São Paulo – abdounur@gmail.com

Resumo: Esse trabalho tem como foco principal explorar como obras musicais de Villa-Lobos são passíveis de serem analisadas por meio de uma racionalidade matemática. Baseamo-nos em estudos de Allen Forte e a Teoria dos Conjuntos aplicada à Música. Uma das principais contribuições deste trabalho é estabelecer relações didáticas de analogia entre conteúdos do currículo da matemática e aspectos da área musical.

Palavras-chave: Heitor Villa-Lobos. Teoria dos Conjuntos. Racionalidade Matemática.

Mathematical Rationality in the works by Villa-Lobos

Abstract: This research is mainly focused on exploring how musical works by Villa-Lobos are likely to be read or analyzed by a mathematical rationality. Based on studies by Allen Forte and the Set Theory applied to Music. A major contribution of this work is to establish educational relations of analogy between the mathematics curriculum and aspects of Music.

Keywords: Heitor Villa-Lobos. Set Theory. Mathematical Rationality.

1. Introdução

Nesse artigo iremos nos concentrar em técnicas que, de algum modo, mostram um procedimento composicional em que a racionalidade matemática esteja presente em obras musicais de Villa-Lobos. Chamaremos esses processos composicionais – ou mesmo estruturas composicionais – de Categorias de Análise, e, para fins de delimitação, destacaremos (1) conjuntos e subconjuntos; (2) simetrias; (3) invariâncias; (4) complementaridade. Importante ressaltar que poderíamos incluir diversas categorias nessa análise, como matrizes, determinantes, vetores, permutações, entre outras. Nos exemplos de obras de Villa-Lobos dialogaremos com pesquisas já realizadas nessa perspectiva.

2. Conjuntos e Subconjuntos

O termo conjunto, utilizado em contextos musicais de análise, significa grupamentos de classes de notas¹ e se refere a motivos que sustentam algumas

¹ Classes de notas – ou em inglês *pitch-class* (pc) – é um grupo de notas com o mesmo nome. Por exemplo, a classe de notas Lá contém todas as notas chamadas Lá. Com outras palavras, qualquer nota chamada Lá é um membro da classe de notas Lá (STRAUS, 2013, p. 2-3).

composições – principalmente aquelas com características pós-tonais. Um conjunto pode aparecer melodicamente (notas em sequência), harmonicamente (notas tocadas simultaneamente), conter ou estar contido em superconjuntos, conter entre 0 e 12 classes de alturas², etc. Os conjuntos são, na maioria das vezes, utilizados com as terminologias tricorde, tetracorde, pentacorde, hexacorde, heptacorde e octacorde em sua classificação de acordo com o número de elementos que apresentam. Já o termo “classe de conjuntos” refere-se aos conjuntos equivalentes, tanto pela transposição quanto pela inversão. Os conjuntos podem ser relacionados pelo número de classes de alturas que contêm ou por seu conteúdo intervalar (KOSTKA, 1999). Para compreender as possibilidades finitas do universo da escala cromática, os subconjuntos possíveis são reduzidos à sua ordem normal e à sua forma primária. Obtemos assim uma representação numérica dos subconjuntos de 3 a 9 elementos da escala cromática, dispostos em uma tabela ordenada, sistematizada por Allen Forte³ (FORTE, 1973) em uma tabela com 220 formas primas às quais atribuiu números de classificação, chamados FN (*Forte Numbers*). Cada uma das formas primas é designada pela cardinalidade.

O artigo “Organização harmônica no movimento final do *Quarteto de Cordas* n° 15 de Villa-Lobos”, de Paulo de Tarso Salles (SALLES, 2008) mostra conjuntos e subconjuntos no trecho inicial do quarto movimento. Para o autor,

a escolha desse movimento deveu-se à curiosidade despertada pela forma inusitada como o material harmônico parece se integrar à textura: o movimento inicia como um *fugato*, mas as relações intervalares entre a entrada das vozes não segue o padrão tradicional de alternância de intervalos de 5J (Quinta Justa); além disso, salvo poucas exceções, não se observa a formação de elementos triádicos, ou seja, a harmonia assume uma feição nitidamente não-tonal (SALLES, 2008, p. 98).

O autor advoga (p. 99) que o problema inicial para o emprego analítico da Teoria dos Conjuntos é a segmentação do material musical em unidades significativas pois se trata de um recorte arbitrário que requer certo bom senso e não está livre de imperfeições. Nesses casos, o emprego de conjuntos e subconjuntos de alturas é feito

² Tais limites são apenas teóricos, já que na prática os conjuntos têm de 3 a 9 elementos.

³ Forte (1973) elencou todas as classes de conjuntos possíveis, a *Lista de formas primas dos conjuntos de classes de notas*, criando também uma nomenclatura numérica para distingui-las, onde o primeiro número indica a *cardinalidade*, ou seja, quantas classes de notas distintas formam o conjunto e o segundo número, a *ordem* do conjunto na lista de formas primas. Por exemplo, o conjunto 4-3 possui cardinalidade 4, ou seja, é formado por quatro classes de notas e é o terceiro conjunto de cardinalidade 4 que aparece na lista de Forte, que poderá ser consultada em um dos anexos desse trabalho.

para segmentar o material musical que vai ser analisado, procurando seguir, por exemplo, frases melódicas em planos definidos como melodia principal inicial – tocadas pelo violoncelo – e imitações pelos outros instrumentos. Salles observa que a superposição progressiva das melodias secundárias gera formações de acordes (conjuntos), aparecendo principalmente nas partes de cello, viola e 2º violino nos compassos 10-12. Após a segmentação do material observamos que são formados vários subconjuntos todos originados do conjunto (4-7) mostrando uma quantidade de sons comuns entre esses subconjuntos.

The image shows a musical score for cello and viola. The cello part is on the left and the viola part is on the right. The notes are grouped into six measures. Above the notes, there are annotations for set classes and forms. For the cello part, the first measure has '8-1 (8 9 10 11 0 1 2 3)' above it, and the second measure has '8-1 (1 2 3 4 5 6 7 8)' above it. For the viola part, the first measure has '5-3 (10 11 1 2 3)' above it, and the second measure has '8-1' above it. Below the notes, there are annotations for set classes and forms. For the cello part, the first measure has '4-7 (10 11 2 3)' below it, the second measure has '4-7 (1 2 5 6)' below it, and the third measure has '4-7 (3 4 7 8)' below it. For the viola part, the first measure has '4-7 (8 9 0 1)' below it, the second measure has '4-7 (1 2 5 6)' below it, and the third measure has '4-7 (3 4 7 8)' below it.

Figura 1: Melodia principal segmentada em tetracordes 4-7. Os números utilizados imediatamente abaixo das notas na partitura são suas classes de alturas e os números entre parênteses são a forma normal de cada conjunto (SALLES, 2008).

3. Simetria

Um aspecto importante na obra de Villa-Lobos diz respeito à simetria⁴. O compositor evidencia esse conceito em diversas de suas composições em consonância com compositores que também utilizaram esse aspecto em suas obras, tais como Stravinsky, Webern, entre outros. Para Weyl (1952) simetria – termo originalmente vindo da geometria analítica – é uma ideia que, ao longo dos tempos, os homens têm tentado compreender e criar ordem, beleza e perfeição. Em música, esse conceito tem a noção de uma harmonia de proporções, associada a uma beleza ideal e clássica. Tal conceito relaciona-se ao aspecto geométrico e pode se apresentar nas formas bilateral, translacional, rotacional e ornamental.

A simetria bilateral ou simetria de reflexão acontece quando uma figura, quando refletida em relação a um eixo (eixo de simetria), corresponde ponto a ponto com a imagem original. Reflexão é a simetria bilateral obtida colocando-se um objeto diante de um espelho e considerando-se a forma e sua imagem. Outro exemplo de simetria de que nos fala Weyl é a rotação ao redor de um ponto, que e quando existe

⁴ Nesse trabalho, iremos discutir simetria baseados nos estudos de Weyl (1997).

uma rotação diferente da identidade que preserve a figura. Pode-se dizer que ocorre simetria rotacional quando um objeto girado sob um eixo permanece inalterado.

O artigo “Simetria na forma e no material harmônico da Ciranda nº 4 de Villa-Lobos”, de Ronaldo Alvez Penteado (2012) propõe uma análise de aspectos da simetria como elemento estrutural da obra. Essa peça relaciona a temática folclórica de superfície a uma tendência de composição pós-tonal da época, que consistia em recorrer à simetria para elaborar o material formal e harmônico da seção não tonal da peça. A seção A pode ser segmentada em duas partes: a1 que vai do começo da peça até a primeira parte do compasso 3, e a2, que vai do final do compasso 3 até o compasso 4. A linha tracejada (Fig. 2) indica a segmentação em a1 e a2 da seção A. Esta redução do segmento a1 na recorrência da seção A ressalta uma característica do processo composicional de Villa-Lobos: passagens com forte identidade simétrica, mas em que a segunda metade traz alguma seção que se apresenta desconstruída em relação à primeira.

The image shows a musical score for 'Ciranda nº 4' by Villa-Lobos. It is divided into two segments by a vertical dashed line. The first segment, 'Segmento a1', is marked 'Apressado (M. ♩ = 160)' and 'ff'. It consists of a series of chords in the right hand and a bass line with triplets. The second segment, 'Segmento a2', is marked 'Muito animado (M. ♩ = 170)' and features a more active melodic line in the right hand and a bass line with eighth notes.

Figura 2: Linha tracejada indicando a segmentação dos trechos a1 e a2 da seção A (PENTEADO, 2012).

No campo formal, a peça apresenta um padrão de simetria translacional: Ao falarmos em forma ternária do tipo A-B-A, por exemplo, reconhecemos um padrão que é translacional quanto há a repetição da seção A. Nenhum elemento novo exceto ao fato de, com a segmentação da seção A, verifica o padrão de simetria do tipo rotacional. Na reapresentação da seção A, após o término da seção B, Villa-Lobos apresenta o segmento a2 e encerra a peça com o segmento a1 (Figura 3). Nesse sentido, tendo a seção B como eixo, a simetria é do tipo rotacional:

Seção A		Seção B	Seção A	
a1	a2		a2	a1

Eixo de simetria

Figura 3: Padrão simétrico da forma da música (PENTEADO, 2012)

4. Invariâncias

Quando um conjunto de classes de notas é transposto ou invertido, seu conteúdo muda inteiramente, parcialmente, ou não muda. Notas mantidas em comum entre dois membros diferentes da mesma classe de conjuntos podem prover uma continuidade musical. De modo inverso, uma ausência de notas em comum pode enfatizar o contraste entre dois membros diferentes da mesma classe de conjuntos. Dessa maneira, um termo consagrado pela teoria musical como *som comum* será renomeado como *invariância*. Essa terminologia empregada é tomada de empréstimo da Matemática⁵. As manipulações com os intervalos são chamadas de operadores, dos quais os principais são a transposição (T), a inversão (I) e a multiplicação (M). O número de invariâncias pode ser calculado a partir do vetor intervalar em relação ao fator de transposição. O vetor intervalar consiste em um conjunto de seis classes de intervalos, que expressa todas as relações de intervalo em um conjunto de classes de altura, neste caso, o cálculo das invariâncias é mais complicado.

O artigo “Análise do material harmônico nos compassos iniciais do *Noneto* de Villa-Lobos”, de Paulo de Tarso Salles (2010), mostra invariâncias no material harmônico da obra. Pode-se observar uma complexa organização de simetrias e uso de algumas invariâncias, e, para tratar alguns agrupamentos sonoros dentro do sistema temperado, Salles se apropria da Teoria dos Conjuntos desenvolvida por Forte (1973). Após segmentação da música com unidades discretas para evidenciar um contexto pós-tonal na peça, adotando a nomenclatura de Forte (1973) para designação dos conjuntos sonoros que atuam como acordes, melodias e elementos de texturas. O autor considera, em primeiro plano, a interação entre a melodia do saxofone e o primeiro acorde tocado pelo piano, em que o tetracorde do sax e o hexacorde do piano apresentam uma invariância que funciona com eixo de simetria (as notas Lá e Do), coordenando as interações harmônicas com as demais alturas:

⁵ Em matemática usamos a terminologia *intersecção*, que é o conjunto formado com elementos que pertencem simultaneamente a dois ou mais conjuntos.

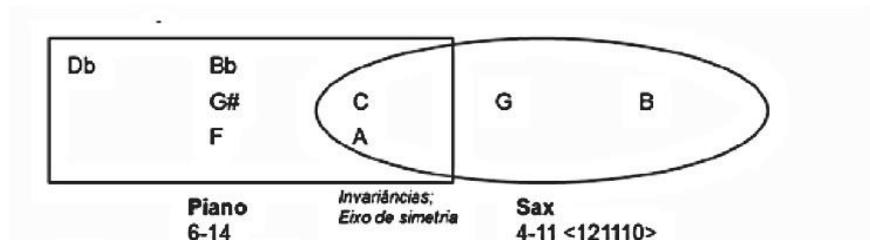


Figura 4: Diagrama de Venn mostrando a invariância – intersecção – entre dois conjuntos (SALLES, 2010).

5. Complementaridade

Em qualquer conjunto, as classes de notas não contempladas constituem seu complemento. Portanto, o complemento do conjunto $[3,6,7]$ é $[8,9,10,11,0,1,2,4,5]$. Todo conjunto e seu complemento, quando tomados juntos, devem conter todas as doze classes de notas e para qualquer conjunto contendo n elementos, seu complemento irá conter $12 - n$ elementos. Cabe observar que há uma semelhança intervalar entre um conjunto e seu complemento, que sempre possuem uma distribuição semelhante de intervalos. Para conjuntos complementares, a diferença no número de ocorrências de cada intervalo é igual à diferença entre as cardinalidades dos conjuntos.

Os cardinais, cuja soma é 12, são complementares. Dessa maneira, as coleções pentatônica (5-35) e diatônica (7-35) são complementares entre si, visto que a ordenação dos conjuntos de classes de altura na tabela de Forte dispõe os conjuntos de acordo com esse critério, e alguns hexacordes são complementares a si próprios. A complementaridade também acontece entre versões transpostas ou invertidas do mesmo conjunto de classes de altura, em que essas versões complementam-se para formar o total cromático. Outra propriedade também associada à noção de complemento chama-se similaridade, que pode ser observada em classe de alturas e em classe de intervalos.

A dissertação de mestrado *Concerto para Piano e Orquestra nº 1 de Villa-Lobos*: um estudo analítico-interpretativo de Raimundo Fortes (FORTES, 2004) mostra aspectos de complementaridade quando aborda o uso intencional por Villa-Lobos de padrões e combinações entre teclas brancas e pretas do piano. Nesse trabalho, Fortes caracteriza essa complementaridade no segundo capítulo “A Politonalidade⁶ das Teclas Brancas e Pretas”, a partir de diversos exemplos. Em um dos exemplos evidencia

⁶ Termo que designa a superposição de melodias, cada qual com uma tonalidade diferente.

a utilização estruturada melodicamente por teclas brancas na parte superior e pretas na parte inferior da partitura (mãos direita e esquerda) e ainda o acorde final deste trecho (Figura 5):



Figura 5: Notas nas teclas brancas na parte superior e teclas pretas na parte inferior (FORTES, 2004, p. 22).

6. Considerações finais

Neste trabalho procuramos buscar a presença da racionalidade matemática nas obras musicais de Villa-Lobos. Procurou-se estabelecer relações analógicas entre conteúdos do currículo da Matemática com aspectos da área da Música e usar uma linguagem sensível a ambas as áreas mostrando que é possível abordar conceitos matemáticos da Teoria dos Conjuntos através de uma análise da obra musical. Averiguamos trabalhos com obras musicais contendo simetrias, reflexões, transposições, inversões, cientes de que tais procedimentos permitiram concluir que as composições têm uma abordagem racional e calculada.

Pensamos que uma contribuição importante deste trabalho está na abordagem interdisciplinar ao procurar estabelecer relações analógicas entre conteúdos do currículo da Matemática com aspectos da área da Música. O professor pode reconfigurar o pensamento de alunos que apresentam dificuldades na aprendizagem através de uma possibilidade de construção sinestésica, valendo-se dos recursos auditivos da Música, para assimilação de conceitos matemáticos que podem parecer muito abstratos para alguns.

Do ponto de vista educacional, o presente trabalho traz contribuições para o licenciando e para o professor, na medida em que oferece uma prática de reflexão e de possível resignificação dos conceitos mencionados, e que permite transgredir esses limites ampliando essa prática a outras categorias relacionadas (para um aspecto rítmico, matrizes, determinantes, vetores, etc) e plenamente possíveis de também serem contempladas numa perspectiva analógica, mas que não foram incluídas nesse

recorte. Ao nosso ver, essa forma de apresentação pode auxiliar no ensino e aprendizagem das duas áreas sendo possível utilizar essa forma de análise em uma aula de música ensinando, por exemplo, o conceito de complementaridade entre dois conjuntos.

Referências:

- FORTE, Allen. *The Structure of Atonal Music*. New Haven: Yale UP, 1973.
- FORTES, Raimundo. *Concerto para Piano e Orquestra nº 1 de Villa-Lobos: um estudo analítico-interpretativo*. Bahia, 2004. 173f. Dissertação (Mestrado em Música). Programa de Pós-Graduação em Música da Universidade Federal da Bahia. 2004.
- KOSTKA, Stefan. *Materials and Techniques of Twentieth Century Music*. 3ª ed. New Jersey: Pearson, 2006.
- PENTEADO, Ronaldo Alves. Simetria na Forma e no Material Harmônico da Ciranda nº 4 de Villa-Lobos. *Anais do II Simpósio Brasileiro de Pós-Graduandos em Música (SIMPOM)*, São Paulo: USP – Escola de Comunicação e Artes, 2012. 1063-1073.
- SALLES, Paulo de Tarso. *Villa-Lobos: processos composicionais*. Campinas: Editora da Unicamp, 2009.
- SALLES, Paulo de Tarso. Análise do material harmônico nos compassos iniciais do Noneto de Villa-Lobos. *Anais do Congresso da ANPPOM, XX*. 2010. Florianópolis. Florianópolis: Universidade do Estado de Santa Catarina, 2010. 1600-1621.
- SALLES, Paulo de Tarso. Organização harmônica no movimento final do quarteto de cordas nº 15 de Villa-Lobos. *Anais do Congresso da ANPPOM, XVIII*. 2008, Salvador. Salvador: Universidade Federal da Bahia, 2008. 98-103.
- WEYL, Hermann. *Symmetry*. New Jersey: Princeton University Press, 1952.