

## Do uso de tetracordes na concepção de um jogo de análise e composição musical

*Marcelo Birck*

*Universidade Federal de Santa Maria – eletrolas@gmail.com*

*João Lazzarin*

*Universidade Federal de Santa Maria – lazzarin@smail.ufsm.br*

**Resumo:** O artigo trata de um jogo de análise e composição, cuja meta é descobrir séries de 29 notas nas quais não se repitam nenhum dos 29 tetracordes da classificação de Allen Forte. Surgido de forma inesperada a partir da investigação de limites matemáticos que acelerassem a identificação de séries de 29 tetracordes (cujos cálculos são lentos mesmo para computadores), o jogo tem mostrado potencial para estimular abordagens além de possíveis hábitos musicais. Podem participar pessoas em fases distintas de sua formação.

**Palavras-chave:** Teoria dos conjuntos. Composição. Jogo Musical. Análise Musical.

### **Tetrachords as a Game for Analysis and Musical Composition**

**Abstract:** This article presents a game for analysis and composition, whose purpose is to discover series with 29 notes without any repetitions of the 29 tetrachords proposed by Allen Forte. Emerged as an unexpected discovery, its conception took place during the search for mathematical limits that could accelerate the process of discovering the 29 tetrachords series (these calculations tended to be very slow, even with the help of a software). The game can be played by persons with distinct musical backgrounds.

**Keywords:** Set theory. Musical Composition. Music Game. Musical Analysis.

### **1. Apresentação**

Trataremos aqui da criação e dos pressupostos de um jogo baseado na teoria dos conjuntos proposta por Allen Forte (1977), cuja meta é descobrir sequências de 29 notas nas quais não ocorram repetições de tetracordes. A ideia surgiu durante a identificação de aspectos estruturais de séries de 12 sons formadas pelos 12 tricordes básicos (primeira etapa de nossa pesquisa), o que nos estimulou a investigar as propriedades de séries que contenham todos os 29 tetracordes da classificação de Forte. Porém, a tarefa revelou-se mais complexa: com os recursos de hardware disponíveis, os cálculos para identificação de tais séries consumiriam em torno de 30 anos. Na busca por limites matemáticos que reduzissem o tempo de processamento, o jogo surgiu quase como um efeito colateral, revelando-se uma ferramenta para o ensino e prática de análise e composição. Uma vez que podem participar pessoas em diferentes etapas de sua formação musical, iniciaremos apresentando alguns conceitos básicos conforme utilizados na concepção do jogo, partindo em seguida para a descrição do mesmo. Por questões práticas, utilizaremos o formato de representação dos conjuntos que se mostrou mais adequado ao longo de várias sessões de teste.

## 2. Preliminares

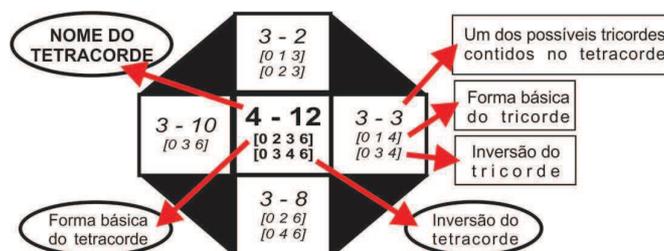
Na teoria dos conjuntos, qualquer grupo de notas pode ser expresso mediante um número finito de sequências numéricas, nas quais as diferenças entre os elementos representam intervalos. A sequência 0-3 representa uma terça menor, 0-1 uma segunda menor, 4-6 uma segunda maior, e assim por diante. Tais grupos são classificados de acordo com o número de elementos, indo de um mínimo de 3 a um máximo de 9 notas, sendo que cada categoria apresenta possibilidades específicas de combinações. Grupos de 3 notas (trícordes) permitem apenas 12 combinações básicas, enquanto grupos de 4 notas (tetracordes) apresentam 29 possibilidades (o jogo utiliza somente estas duas categorias). Ao contrário de uma série, que demanda uma organização fixa, um conjunto se define pelos seus elementos, independente da ordem, transposição ou inversão. Assim, [3 - 1 - 0], [1 - 0 - 3] e [0 - 3 - 1] são permutações da forma básica [0 - 1 - 3]. De maneira similar, [1 - 2 - 4] é a sua transposição, assim como [0 - 2 - 3] a retrogradação da inversão (que chamaremos apenas de inversão). E mediante a combinação de tais procedimentos, podemos identificar o trícorde [3 - 4 - 1] como inversão transposta e permutada de [0 - 1 - 3]. Para fins analíticos, podemos nos referir a todos eles como [0 - 1 - 3], ainda que no nosso caso seja preciso distinguir forma básica e inversão (conforme veremos). Também é interessante frisar que não é possível inverter os chamados grupos simétricos, cuja sequência dos intervalos não se altera quando lidos de trás para frente. [0 - 2 - 4], [0 - 1 - 4 - 5] e [0 - 2 - 3 - 5], por exemplo, são todos simétricos.

Concluimos estas considerações apresentando o conceito de subconjunto, que, como o nome sugere, é um grupo contido no interior de outro formado por mais elementos. Assim, os trícordes [0 - 1 - 3], [0 - 1 - 6], [0 - 3 - 6] e [1 - 3 - 6] são todos subconjuntos do tetracorde [0 - 1 - 3 - 6]. O número de subconjuntos que cada um dos 29 tetracordes pode conter varia de um a quatro trícordes, sendo este um critério básico para conexão entre os tetracordes no interior das séries.

## 3. O jogo

É formado por 29 peças correspondentes aos 29 tetracordes. Além disso, também são utilizadas uma tabela de trícordes (que indica de quais tetracordes são subconjuntos), e uma planilha eletrônica para cálculo automático de dados. Não há restrições quanto ao número de jogadores, e a experiência tem demonstrado que, mais do que competir, os participantes tendem a colaborar no objetivo do jogo.

Abaixo vemos uma das 29 peças. Ao centro, 4-12 é a denominação do grupo, com o 4 indicando o número de elementos, e 12 o número de ordem segundo a classificação dos tetracordes. Entre colchetes está a sequência numérica que representa os intervalos, seguida de sua inversão (se houver). O mesmo vale para os subconjuntos, identificados nas pontas da peça (Figura 1).



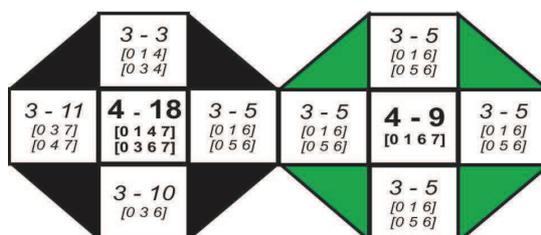
**Figura 1:** Uma das 29 peças do jogo.

De que maneira estabelecemos uma série de 29 tetracordes a partir de tais peças? Para responder à pergunta, selecionamos uma série iniciada por permutações das formas básicas de 4-18 e 4-9 (sem transposição nem inversão – Tabela 1).

**Tabela 1:** Uma das séries identificadas até o momento, com indicação dos tetracordes componentes.

Série	4 0 1 7 6 11 10 0 1 7 8 5 11 2 7 10 3 0 1 11 6 10 9 7 5 0 2 6 8 4 0 1
Grupos	4-18 [0 1 4 7]   4-5 [0 1 2 6]   4-29 [0 1 3 7]   4-17 [0 3 4 7]   4-2 [0 1 2 4]   4-3 [0 1 3 4]   4-15 [0 1 4 6]   4-19 [0 1 4 8]
	4-9 [0 1 6 7]   4-1 [0 1 2 3]   4-12 [0 2 3 6]   4-20 [0 1 5 8]   4-6 [0 1 2 7]   4-11 [0 1 3 5]   4-25 [0 2 6 8]
	4-16 [0 1 5 7]   4-13 [0 1 3 6]   4-28 [0 3 6 9]   4-26 [0 3 5 8]   4-14 [0 2 3 7]   4-22 [0 2 4 7]   4-21 [0 2 4 6]
	4-7 [0 1 4 5]   4-8 [0 1 5 6]   4-27 [0 2 5 8]   4-10 [0 2 3 5]   4-4 [0 1 2 5]   4-23 [0 2 5 7]   4-24 [0 2 4 8]

Conforme a Tabela 1 demonstra, qualquer grupo de cinco notas seguidas é formado por dois tetracordes que compartilham três elementos. Assim, [4 - 0 - 1 - 7] (4-18) finaliza com 3-5 (na inversão transposta e permutada), o mesmo tricorde que encontramos no início de [0 - 1 - 7 - 6] (4-9). Na Figura 2, vemos o encaixe das duas peças (desconsideremos por enquanto a diferença de coloração).



**Figura 2:** Encaixe de peças conforme a sequência inicial da série apresentada na Tabela 1.

O jogo inicia com a seleção de uma das peças, a partir da qual se define a ordem dos elementos do tetracorde. Por exemplo, consideremos [3 - 0 - 2 - 5], uma

permutação da forma básica de 4-10. A seguir, identificamos de quais tetracordes o tricorde final [0 - 2 - 5] (3-7) é um subconjunto (indicado não só nas peças, mas também na tabela que veremos em seguida). Caso se decida seguir para 4-4 (forma básica [0 - 1 - 2 - 5]), ao agregar o número faltante temos a permutação [0 - 2 - 5 - 1]. A Tabela 2 apresenta a sequência que resulta dos dois tetracordes combinados.

4 - 10	3	0	2	5	
4 - 4		0	2	5	1
<b>Sequência Resultante</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	<b>1</b>

**Tabela 2:** Uma das sequências possíveis a partir do encaixe das peças 4-10 e 4-4.

O mesmo princípio se aplica aos tetracordes seguintes. Para facilitar a identificação das notas que podem ser acrescentadas a uma sequência, elaborou-se uma tabela contendo as possíveis continuções a partir do tricorde final (Tabela 3). Vejamos um exemplo, tomando como base a sequência [2 - 0 - 1 - 3] (4-1). Identificado o final (no caso 3-2, [0 - 1 - 3]), consultamos na tabela o box específico a fim de saber para quais tetracordes podemos seguir. Na coluna central do box, temos a lista de tetracordes que contêm o tricorde. Na coluna da esquerda, os números que devem ser agregados à forma básica (em negrito e itálico, fora do parêntese). Assim, se decidirmos encaixar 4-11, acrescentamos um 5 ao tricorde final, tendo por resultado [0 - 1 - 3 - 5]. Caso o tricorde final seja uma inversão, utiliza-se a coluna da direita. Se escrevemos 4-1 como [1 - 0 - 2 - 3], acrescentamos 10 ao tricorde e obtemos [0 - 2 - 3 - 10] (o mesmo 4-11, agora como permutação transposta da inversão). Prosseguimos deste modo até que se esgotem todas as peças (o que nem sempre ocorre).

Como se pode notar, os boxes incluem apenas as formas básicas dos tricordes, bem como suas inversões. Porém, transposições e/ou permutações obviamente ocorrem, e já nas primeiras tentativas constatou-se que cálculos manuais para identificar os tricordes comprometiam a fluência do jogo. Para contornar tais fatos, concebeu-se a seguinte planilha eletrônica, a ser pilotada por um mediador (Figura 3).

Em suma, o mediador tem as seguintes funções:

a) anotar no campo em verde a sequência inicial (definida pelos participantes a partir da seleção de uma das 29 peças). Apenas este tetracorde será

totalmente preenchido. Para os demais, basta preencher uma única casa (diversos campos da planilha são preenchidos automaticamente, conforme veremos);

**Tabela 3:** Tabela de sucessão dos tetracordes a partir dos tricordes compartilhados.

### Os doze tricordes e suas inversões

<b>3 - 1</b>	[0 1 2]	<b>3 - 2</b>	[0 1 3] [0 2 3]	<b>3 - 3</b>	[0 1 4] [0 3 4]	<b>3 - 4</b>	[0 1 5] [0 4 5]	<b>3 - 5</b>	[0 1 6] [0 5 6]	<b>3 - 6</b>	[0 2 4]
<b>3 - 7</b>	[0 2 5] [0 3 5]	<b>3 - 8</b>	[0 2 6] [0 4 6]	<b>3 - 9</b>	[0 2 7]	<b>3 - 10</b>	[0 3 6]	<b>3 - 11</b>	[0 3 7] [0 4 7]	<b>3 - 12</b>	[0 4 8]

### Tabela de Sucessão dos Tetracordes a Partir dos Tricordes Compartilhados

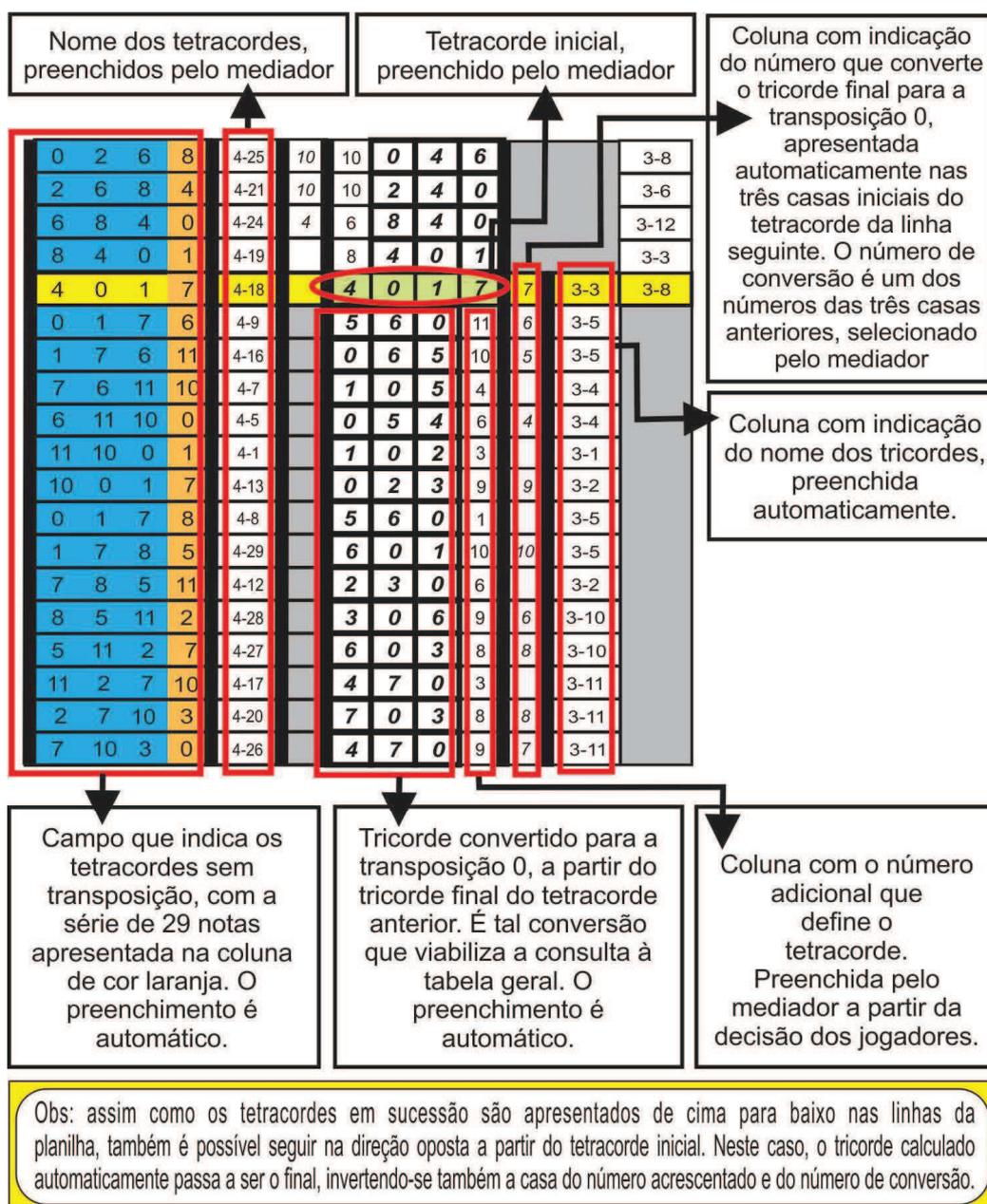
<b>3 - 1</b>			<b>3 - 4</b>			<b>3 - 7</b>			<b>3 - 10</b>		
[0 1 2]	Tetracorde Resultante	(Inversão) [0 1 2]	[0 1 5]	Tetracorde Resultante	(Inversão) [0 4 5]	[0 2 5]	Tetracorde Resultante	(Inversão) [0 3 5]	[0 3 6]	Tetracorde Resultante	(Inversão) [0 3 6]
(0 1 2) 3	<b>4 - 1</b>	11 (0 1 2)	(0 1) 2 (5)	<b>4 - 4</b>	(0) 3 (4 5)	(0) 1 (2 5)	<b>4 - 4</b>	(0 3) 4 (5)	(0) 2 (3 6)	<b>4 - 12</b>	(0 3) 4 (6)
(0 1 2) 4	<b>4 - 2</b>	10 (0 1 2)	11 (0 1 5)	<b>4 - 5</b>	(0 4 5) 6	(0 2) 3 (5)	<b>4 - 10</b>	(0) 2 (3 5)	(0) 1 (3 6)	<b>4 - 13</b>	(0 3) 5 (6)
(0 1 2) 5	<b>4 - 4</b>	9 (0 1 2)	(0 1) 4 (5)	<b>4 - 7</b>	(0) 1 (4 5)	(0 2) 4 (5)	<b>4 - 11</b>	(0) 1 (3 5)	(0 3 6) 7	<b>4 - 18</b>	11 (0 3 6)
(0 1 2) 6	<b>4 - 5</b>	8 (0 1 2)	(0 1 5) 6	<b>4 - 8</b>	11 (0 4 5)	11 (0 2 5)	<b>4 - 13</b>	(0 3 5) 6	(0 3 6) 8	<b>4 - 17</b>	10 (0 3 6)
(0 1 2) 7	<b>4 - 6</b>	7 (0 1 2)	(0 1) 3 (5)	<b>4 - 11</b>	(0 2) 4 (5)	(0 2 5) 6	<b>4 - 15</b>	11 (0 3 5)	(0 3 6) 9	<b>4 - 28</b>	9 (0 3 6)
			10 (0 1 5)	<b>4 - 14</b>	(0 4 5) 7	10 (0 2 5)	<b>4 - 22</b>	(0 3 5) 7			
			(0 1 5) 7	<b>4 - 16</b>	10 (0 4 5)	(0 2 5) 7	<b>4 - 23</b>	10 (0 3 5)			
			9 (0 1 5)	<b>4 - 19</b>	(0 4 5) 8	9 (0 2 5)	<b>4 - 26</b>	(0 3 5) 8			
			(0 1 5) 8	<b>4 - 20</b>	9 (0 4 5)	(0 2 5) 8	<b>4 - 29</b>	9 (0 2 3)			

<b>3 - 2</b>			<b>3 - 5</b>			<b>3 - 8</b>			<b>3 - 11</b>		
[0 1 3]	Tetracorde Resultante	(Inversão) [0 2 3]	[0 1 6]	Tetracorde Resultante	(Inversão) [0 5 6]	[0 2 6]	Tetracorde Resultante	(Inversão) [0 4 6]	[0 3 7]	Tetracorde Resultante	(Inversão) [0 4 7]
(0 1) 2 (3)	<b>4 - 1</b>	(0) 1 (2 3)	(0 1) 2 (6)	<b>4 - 5</b>	(0) 4 (5 6)	(0) 1 (2 6)	<b>4 - 5</b>	(0 4) 5 (6)	(0) 2 (3 7)	<b>4 - 14</b>	(0 4) 5 (7)
11 (0 1 3)	<b>4 - 2</b>	(0 2 3) 4	11 (0 1 6)	<b>4 - 6</b>	(0 5 6) 7	(0 2) 3 (6)	<b>4 - 12</b>	(0) 3 (4 6)	(0 3) 4 (7)	<b>4 - 17</b>	(0) 3 (4 7)
(0 1 3) 4	<b>4 - 3</b>	11 (0 2 3)	(0 1 6) 4	<b>4 - 8</b>	(0) 1 (5 6)	(0 2) 5 (6)	<b>4 - 15</b>	(0) 1 (4 6)	(0 3) 6 (7)	<b>4 - 18</b>	(0) 1 (4 7)
10 (0 1 3)	<b>4 - 10</b>	(0 2 3) 5	10 (0 1 6)	<b>4 - 9</b>	11 (0 5 6)	(0 2) 6 (7)	<b>4 - 16</b>	11 (0 4 6)	11 (0 3 7)	<b>4 - 19</b>	(0 4 7) 8
(0 1 3) 5	<b>4 - 11</b>	10 (0 2 3)	(0 1 6) 5	<b>4 - 13</b>	(0) 3 (5 6)	(0 2) 4 (6)	<b>4 - 21</b>	(0) 2 (4 6)	(0 3 7) 8	<b>4 - 20</b>	11 (0 4 7)
9 (0 1 3)	<b>4 - 12</b>	(0 2 3) 6	9 (0 1 6)	<b>4 - 15</b>	(0) 2 (5 6)	10 (0 2 6)	<b>4 - 24</b>	(0 4 6) 8	(0 3 7) 8	<b>4 - 20</b>	11 (0 4 7)
(0 1 3) 6	<b>4 - 13</b>	9 (0 2 3)	(0 1 6) 6	<b>4 - 16</b>	10 (0 5 6)	(0 2 6) 8	<b>4 - 25</b>	10 (0 4 6)	(0 3) 5 (7)	<b>4 - 22</b>	(0) 2 (4 7)
8 (0 1 3)	<b>4 - 14</b>	(0 2 3) 7	8 (0 1 6)	<b>4 - 18</b>	(0 5 6) 9	9 (0 2 6)	<b>4 - 27</b>	(0 4 6) 9	10 (0 3 7)	<b>4 - 26</b>	(0 4 7) 9
(0 1 3) 7	<b>4 - 29</b>	8 (0 2 3)	(0 1 6) 7	<b>4 - 29</b>	(0 5 6) 8	11 (0 2 6)	<b>4 - 29</b>	(0 4 6) 7	(0 3 7) 9	<b>4 - 27</b>	10 (0 4 7)
									(0) 1 (3 7)	<b>4 - 29</b>	(0) 4 (6 7)

<b>3 - 3</b>			<b>3 - 6</b>			<b>3 - 9</b>			<b>3 - 12</b>		
[0 1 4]	Tetracorde Resultante	(Inversão) [0 3 4]	[0 2 4]	Tetracorde Resultante	[0 2 4]	[0 2 7]	Tetracorde Resultante	[0 2 7]	[0 4 8]	Tetracorde Resultante	[0 4 8]
(0 1) 2 (4)	<b>4 - 2</b>	(0) 2 (3 4)	(0) 1 (2 4)	<b>4 - 2</b>	(0 2) 3 (4)	(0) 1 (2 7)	<b>4 - 6</b>	(0) 1 (2 7)	(0) 1 (4 8)	<b>4 - 19</b>	(0) 3 (4 8)
(0 1) 3 (4)	<b>4 - 3</b>	(0) 1 (3 4)	(0 2 4) 5	<b>4 - 11</b>	11 (0 2 4)	(0 2) 3 (7)	<b>4 - 14</b>	(0 2 7) 11	(0 4) 5 (8)	<b>4 - 19</b>	(0 4) 7 (8)
11 (0 1 4)	<b>4 - 4</b>	(0 3 4) 5	(0 2 4) 6	<b>4 - 21</b>	10 (0 2 4)	(0 2) 6 (7)	<b>4 - 16</b>	(0 2 7) 8	(0 4 8) 9	<b>4 - 19</b>	11 (0 4 8)
(0 1 4) 5	<b>4 - 7</b>	11 (0 3 4)	(0 2 4) 7	<b>4 - 22</b>	9 (0 2 4)	(0 2) 4 (7)	<b>4 - 22</b>	(0 2 7) 10	(0) 2 (4 8)	<b>4 - 24</b>	(0 4) 6 (8)
10 (0 1 4)	<b>4 - 12</b>	(0 3 4) 6	(0 2 4) 8	<b>4 - 24</b>	8 (0 2 4)	(0 2) 5 (7)	<b>4 - 23</b>	(0 2 7) 9	(0 4 8) 10	<b>4 - 24</b>	10 (0 4 8)



**Figura 3:** Planilha eletrônica para cálculo automático de dados.

b) anotar o nome do tetracorde na casa específica da planilha;

c) definir o número que converte o tricorde final para a transposição zero.

Tal número é sempre um dos que formam o tricorde, o que permite proceder por tentativa. A planilha indica automaticamente o resultado na linha seguinte, nas três primeiras casas do campo relativo ao tetracorde, seja na forma básica e suas permutações, ou na sua inversão e permutações. Tal transposição tem por objetivo viabilizar a consulta da tabela de tricordes, garantindo assim a fluência do jogo. Note-se que nos campos da direita (azul e laranja) a planilha apresenta os tetracordes sem transposição, com a série propriamente dita disposta na coluna de cor laranja;

d) Conforme já exposto, a única vez que o mediador preenche a sequência completa de 4 notas é na primeira jogada. Nas demais, a planilha calcula automaticamente as três primeiras casas do campo reservado ao tetracorde seguinte (a partir dos procedimentos apresentados anteriormente). De posse de tais dados, o mediador anuncia o tricorde (também indicado pela planilha), e os participantes escolhem um tetracorde, mediante a seleção de uma das notas indicadas no box do tricorde específico. Se o mediador anunciar apenas o nome do tricorde (por exemplo, “3-2”), os jogadores devem selecionar a nota considerando a coluna da esquerda. Caso anuncie “3-2, inversão”, a coluna da direita deve ser utilizada.

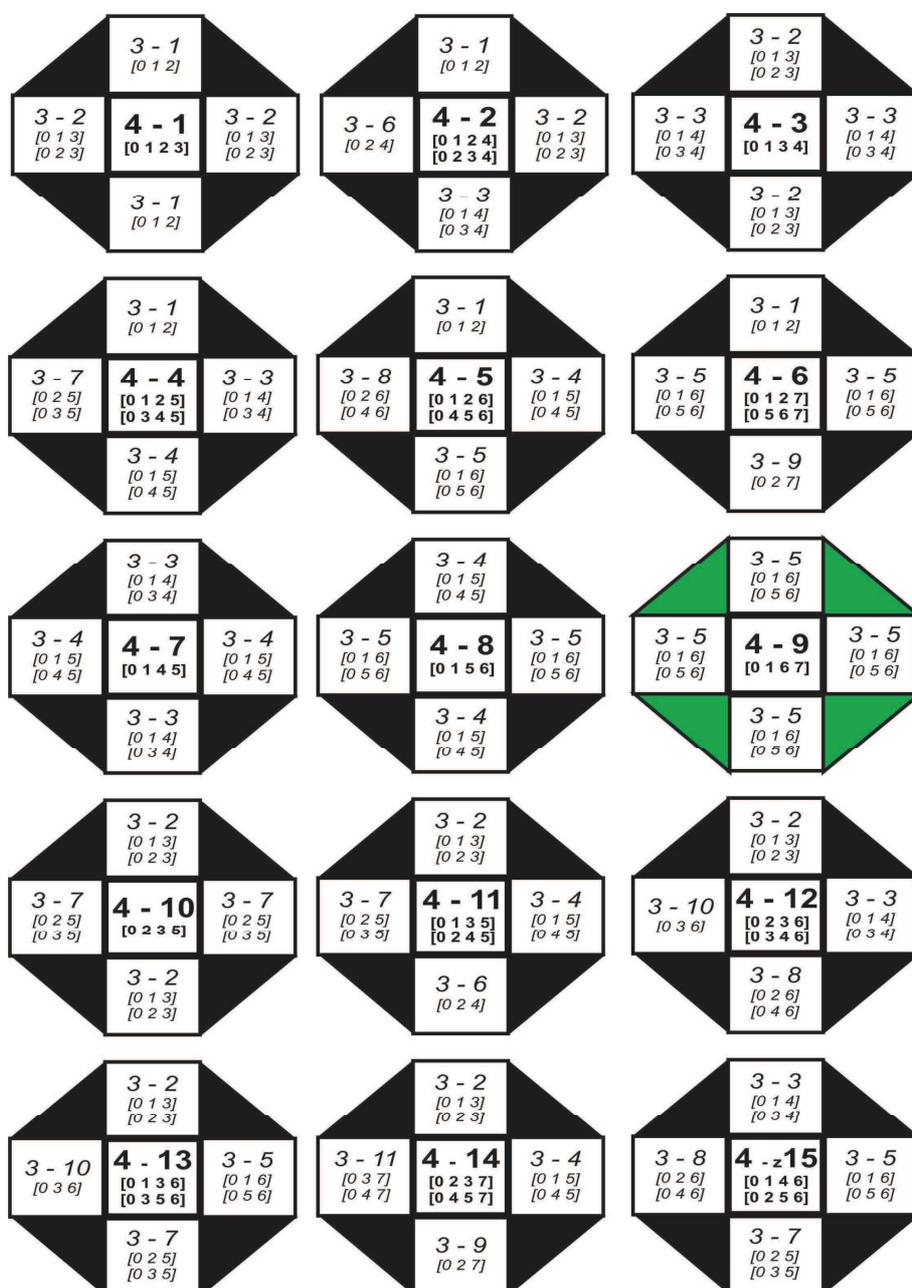


Figura 6: As primeiras 15 peças do jogo.

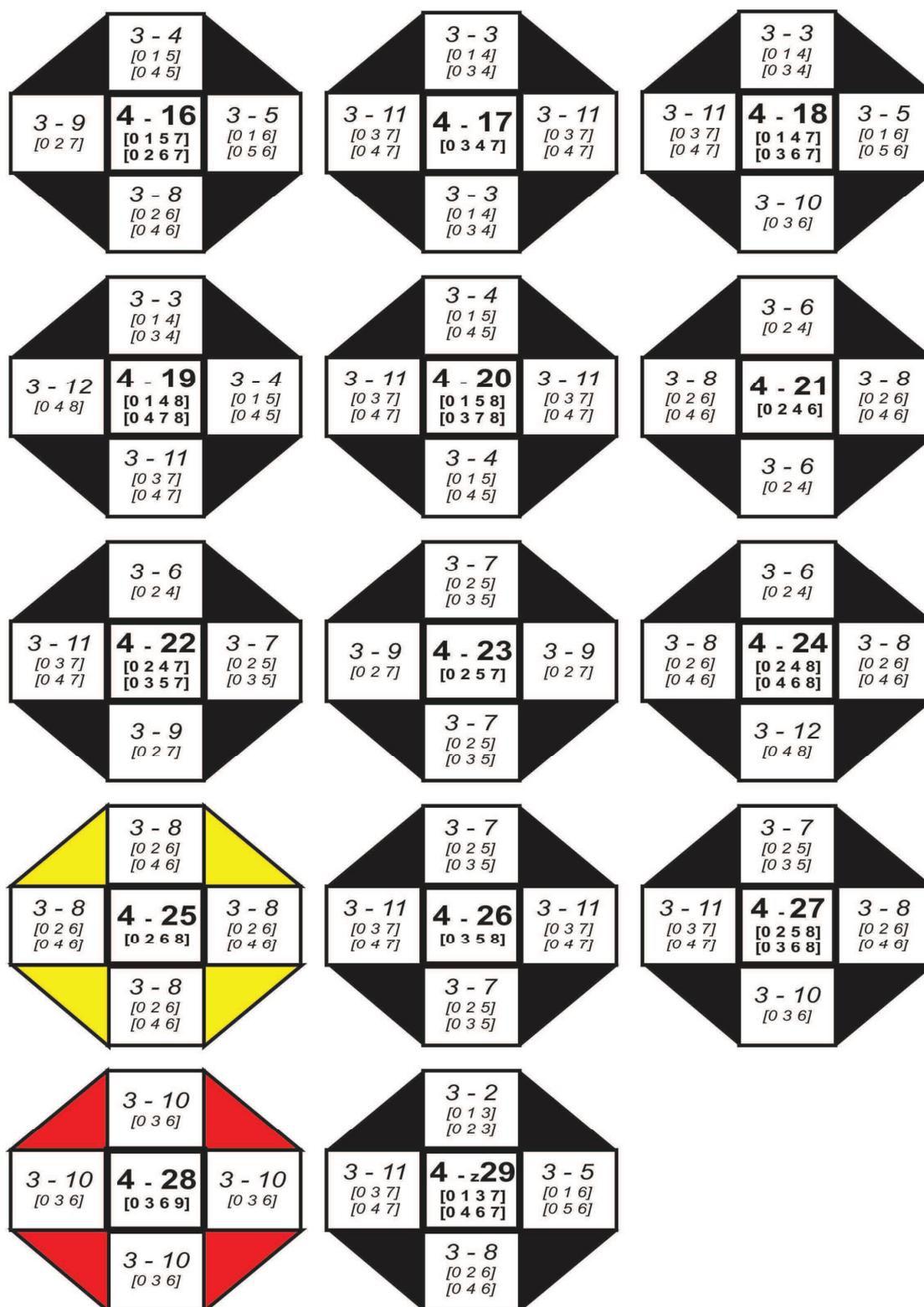


Figura 7: As 14 peças finais.

A planilha tanto pode ser preenchida de cima para baixo quanto de baixo para cima, sempre considerando o campo em verde como referência. Porém, o

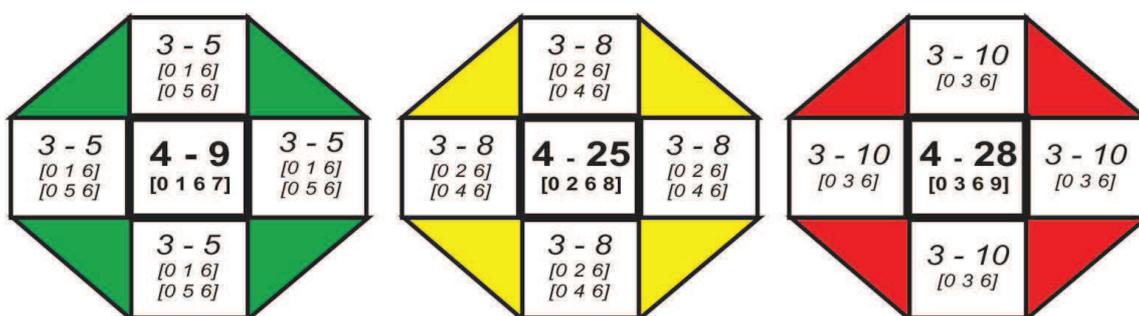
mediador deve atentar para o fato de que, conforme estejam abaixo ou acima da linha inicial, as casas relativas ao número de conversão e à nota que completa o tetracorde surgem invertidas. De forma similar, abaixo da linha verde, a planilha indica automaticamente o tricorde inicial do tetracorde seguinte. Acima desta, o tricorde final do tetracorde anterior. Na prática, tal situação não costuma oferecer maiores dificuldades, sendo este o motivo pelo qual não trataremos dos casos onde é útil inverter a direção de preenchimento. Mesmo assim, nos estágios iniciais do aprendizado é recomendável seguir apenas em uma direção.

A implementação da planilha é razoavelmente simples, envolvendo adição, subtração, reposicionamento das notas e redução ao módulo 12 (ou seja,  $12=0$ ,  $13=1$ ,  $14=2$ , e assim por diante). O cálculo dos tricordes é a operação mais complexa, porém com alguma prática é possível reconhecê-los sem recorrer à planilha.

Encerramos a exposição das regras apresentando o total de peças utilizadas (Figuras 6 e 7). Em seguida, trataremos de estratégias e de aspectos matemáticos que colaboraram na identificação das séries.

#### 4. Estratégias

4-9, 4-25 e 4-28 são as únicas peças formadas por um só tricorde, o que nos levou a destacá-las com cores únicas. Sugerimos a estratégia de encaixá-las tão logo seja possível, antes que se esgotem os tricordes 3-5, 3-8 e 3-10 nas demais peças (Figura 8).

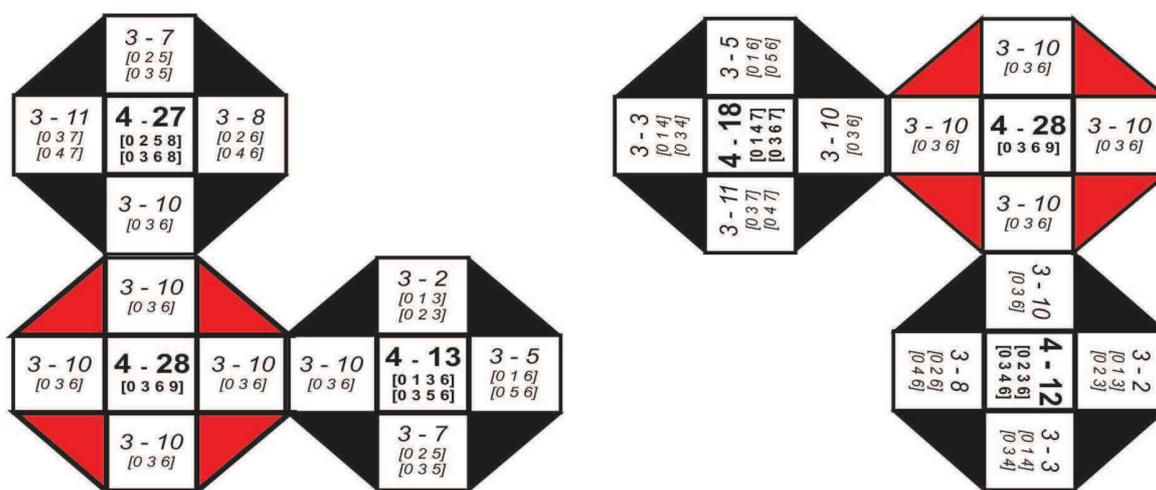


**Figura 8:** As três peças formadas por um único tricorde.

Como veremos, o 4-28 é a peça com menos conexões. Assim, recomenda-se iniciar o jogo pelo 4-9 ou 4-25, e em seguida separar as peças que contêm o tricorde relativo ao tetracorde selecionado, evitando seu uso na medida do possível (lembrando que as chances de encaixe diminuem à medida que o jogo avança).

### 5. Restrições identificadas a partir do tetracorde 4-28

Os testes iniciais demonstraram que seria mais fácil obter séries com 32 notas e 29 tetracordes do que séries de 29 notas, e foi a partir de tais resultados que comprovamos nossa hipótese. Bastou informar ao software uma sequência de 16 números extraída de uma das séries de 32 elementos (demais casas permanecendo em aberto), e em torno de duas horas obtivemos as primeiras séries de 29 notas. Porém, tal recurso elimina os casos que não contenham a sequência selecionada. A fim de expandir as possibilidades de sondagem, buscou-se identificar casos que poderiam ser descartados de antemão. Tais limites foram encontrados no 4-28, que só se conecta aos grupos 4-12, 4-13, 4-18 e 4-27.



**Figura 9:** Algumas das possíveis conexões do tetracorde 4-28.

Sendo um tetracorde formado apenas por terças menores, o ciclo sempre retorna ao início depois da quarta nota. Tal princípio reduz significativamente as sequências possíveis, conforme demonstraremos através das permutações do 4-28 (Tabela 5).

**Tabela 5:** Permutações do 4-28.

0 3 6 9	3 0 6 9	6 0 3 9	9 0 3 6
0 3 9 6	3 0 9 6	6 0 9 3	9 0 6 3
0 6 3 9	3 6 0 9	6 3 0 9	9 3 0 6
0 6 9 3	3 6 9 0	6 3 9 0	9 3 6 0
0 9 3 6	3 9 0 6	6 9 0 3	9 6 0 3
0 9 6 3	3 9 6 0	6 9 3 0	9 6 3 0

Note-se que as três últimas colunas contêm apenas transposições das sequências da primeira, o que permite eliminá-las (lembrar que estamos lidando com o módulo 12). Além disso, as três últimas permutações da primeira coluna são a inversão e/ou retrogradação transposta das três primeiras, o que nos deixa com apenas três casos: [0 - 3 - 6 - 9], [0 - 3 - 9 - 6] e [0 - 6 - 3 - 9]. Desconsiderando as formas derivadas (inversão, retrogradação, retrogradação da inversão, rotações e transposições), qualquer série de 29 tetracordes utilizará uma destas três sequências.

Podemos ir mais além a partir desta constatação. Conforme visto, apenas os tetracordes 4-12, 4-13, 4-18 e 4-27 podem suceder ou anteceder o 4-28, o que permite estender as possibilidades para sequências de 6 notas. Eliminando retrogradações e inversões, identificamos um total de 72 sequências de 6 notas (Tabela 6).

**Tabela 6:** Possibilidades operacionais de sequências de 6 notas utilizando o 4-28.

<b>Sequências 12 - 28 - 13</b> <table border="1"> <tbody> <tr><td>2-0369-4</td><td>2-0639-4</td><td>11-0396-4</td></tr> <tr><td>2-0369-8</td><td>2-0639-8</td><td>11-0396-8</td></tr> <tr><td>4-0369-4</td><td>4-0639-4</td><td>1-0396-4</td></tr> <tr><td>4-0369-8</td><td>4-0639-8</td><td>1-0396-8</td></tr> </tbody> </table>			2-0369-4	2-0639-4	11-0396-4	2-0369-8	2-0639-8	11-0396-8	4-0369-4	4-0639-4	1-0396-4	4-0369-8	4-0639-8	1-0396-8	<b>Sequências 13 - 28 - 18</b> <table border="1"> <tbody> <tr><td>1-0369-2</td><td>1-0639-2</td><td>10-0396-2</td></tr> <tr><td>1-0369-10</td><td>1-0639-10</td><td>10-0396-10</td></tr> <tr><td>5-0369-2</td><td>5-0639-2</td><td>2-0396-2</td></tr> <tr><td>5-0369-10</td><td>5-0639-10</td><td>2-0396-10</td></tr> </tbody> </table>			1-0369-2	1-0639-2	10-0396-2	1-0369-10	1-0639-10	10-0396-10	5-0369-2	5-0639-2	2-0396-2	5-0369-10	5-0639-10	2-0396-10
2-0369-4	2-0639-4	11-0396-4																											
2-0369-8	2-0639-8	11-0396-8																											
4-0369-4	4-0639-4	1-0396-4																											
4-0369-8	4-0639-8	1-0396-8																											
1-0369-2	1-0639-2	10-0396-2																											
1-0369-10	1-0639-10	10-0396-10																											
5-0369-2	5-0639-2	2-0396-2																											
5-0369-10	5-0639-10	2-0396-10																											
<b>Sequências 12 - 28 - 18</b> <table border="1"> <tbody> <tr><td>2-0369-2</td><td>2-0639-2</td><td>11-0396-2</td></tr> <tr><td>2-0369-10</td><td>2-0639-10</td><td>11-0396-10</td></tr> <tr><td>4-0369-2</td><td>4-0639-2</td><td>1-0396-2</td></tr> <tr><td>4-0369-10</td><td>4-0639-10</td><td>1-0396-10</td></tr> </tbody> </table>			2-0369-2	2-0639-2	11-0396-2	2-0369-10	2-0639-10	11-0396-10	4-0369-2	4-0639-2	1-0396-2	4-0369-10	4-0639-10	1-0396-10	<b>Sequências 13 - 28 - 27</b> <table border="1"> <tbody> <tr><td>1-0369-1</td><td>1-0639-1</td><td>10-0396-1</td></tr> <tr><td>1-0369-11</td><td>1-0639-11</td><td>10-0396-11</td></tr> <tr><td>5-0369-1</td><td>5-0639-1</td><td>2-0396-1</td></tr> <tr><td>5-0369-11</td><td>5-0639-11</td><td>2-0396-11</td></tr> </tbody> </table>			1-0369-1	1-0639-1	10-0396-1	1-0369-11	1-0639-11	10-0396-11	5-0369-1	5-0639-1	2-0396-1	5-0369-11	5-0639-11	2-0396-11
2-0369-2	2-0639-2	11-0396-2																											
2-0369-10	2-0639-10	11-0396-10																											
4-0369-2	4-0639-2	1-0396-2																											
4-0369-10	4-0639-10	1-0396-10																											
1-0369-1	1-0639-1	10-0396-1																											
1-0369-11	1-0639-11	10-0396-11																											
5-0369-1	5-0639-1	2-0396-1																											
5-0369-11	5-0639-11	2-0396-11																											
<b>Sequências 12 - 28 - 27</b> <table border="1"> <tbody> <tr><td>2-0369-1</td><td>2-0639-1</td><td>11-0396-1</td></tr> <tr><td>2-0369-11</td><td>2-0639-11</td><td>11-0396-11</td></tr> <tr><td>4-0369-1</td><td>4-0639-1</td><td>1-0396-1</td></tr> <tr><td>4-0369-11</td><td>4-0639-11</td><td>1-0396-11</td></tr> </tbody> </table>			2-0369-1	2-0639-1	11-0396-1	2-0369-11	2-0639-11	11-0396-11	4-0369-1	4-0639-1	1-0396-1	4-0369-11	4-0639-11	1-0396-11	<b>Sequências 18 - 28 - 27</b> <table border="1"> <tbody> <tr><td>11-0369-1</td><td>11-0639-1</td><td>8-0396-1</td></tr> <tr><td>11-0369-11</td><td>11-0639-11</td><td>4-0396-11</td></tr> <tr><td>7-0369-1</td><td>7-0639-1</td><td>8-0396-1</td></tr> <tr><td>7-0369-11</td><td>7-0639-11</td><td>4-0396-11</td></tr> </tbody> </table>			11-0369-1	11-0639-1	8-0396-1	11-0369-11	11-0639-11	4-0396-11	7-0369-1	7-0639-1	8-0396-1	7-0369-11	7-0639-11	4-0396-11
2-0369-1	2-0639-1	11-0396-1																											
2-0369-11	2-0639-11	11-0396-11																											
4-0369-1	4-0639-1	1-0396-1																											
4-0369-11	4-0639-11	1-0396-11																											
11-0369-1	11-0639-1	8-0396-1																											
11-0369-11	11-0639-11	4-0396-11																											
7-0369-1	7-0639-1	8-0396-1																											
7-0369-11	7-0639-11	4-0396-11																											

A questão que surge a partir de tais dados: ou alimentar o software com as 72 sequências de 6 notas (menos tempo de processamento, porém mais trabalho braçal da parte do operador) ou com as 3 sequências de 4 notas (mais tempo de processamento com menos trabalho braçal). Com os recursos à disposição no momento, testou-se uma única sequência de 6 notas, e com o programa rodando por aproximadamente um mês obtivemos em torno de 500 séries (algumas delas diferem

por uma única nota). Mesmo consideravelmente reduzido, o tempo de processamento continua alto. No entanto, dada a expansão de possibilidades que o jogo proporcionou à nossa pesquisa, e também do número elevado de soluções obtidas testando apenas uma das sequências, é de se perguntar sobre a necessidade de identificar o total das séries de 29 tetracordes. Caso se faça tal opção, abre-se a possibilidade de criar um software que examine todos os resultados e identifique similaridades, e que também seja capaz de reconhecer se uma determinada sequência de notas se encaixa em algumas das séries.

## **6. Breve consideração sobre o método**

O jogo se baseia na utilização de princípios de uma determinada área para sondar e formatar resultados em outra, favorecendo assim a emergência de possibilidades que não seriam percebidas com ferramentas usuais. Trata-se de uma experiência em afinidade com a noção de metáfora estruturante, conforme apresentada por Steven Johnson (2011) em seu estudo sobre processos criativos. E de acordo com o pensamento sistêmico exposto por O'Connor e McDermot (2007), também é possível identificar na proposta relações circulares, nas quais causa e efeito são intercambiáveis. Em um nível mais básico, temos uma metáfora musical baseada em uma sistematização matemática, sendo que a recíproca também pode ser verdadeira (ainda que o uso da ciência pela arte seja bem mais frequente que o uso da arte pela ciência). E indo um pouco mais além, uma metáfora da própria teoria dos conjuntos, da qual o jogo surge como facilitador, tanto quanto o conhecimento prévio da teoria dos conjuntos facilita o entendimento do jogo. Tal situação onde causa torna-se efeito e vice-versa encontra ressonância com o método que utilizamos: ao basear-se na identificação de propriedades de um sistema numérico a partir da observação direta, o método favoreceu que a maior parte da pesquisa bibliográfica tenha ocorrido após a concepção do jogo, surgindo assim como efeito das conclusões. Em tal pesquisa, o caso com mais afinidade que encontramos foi um jogo intitulado *I – IV – V: The Harmony Card Game* (2008). Nesta proposta, porém, a organização das cartas representa encadeamentos de acordes no contexto tonal.

Em um artigo no qual aborda alguns desafios do ensino de teorias atonais, Cohn (2016, p. 15) destaca o risco de gerar uma hostilidade que se dirija a todo um pensar conceitual sobre música. Ainda que não necessariamente voltado para a composição atonal, dentre as metas de nosso jogo está justamente o estímulo ao

pensamento conceitual, podendo assim se revelar um facilitador da abordagem e concepção de práticas que extrapolem hábitos adquiridos.

## **6. Lembretes e reflexões**

As séries de 29 tetracordes são praticamente desprovidas de recorrências, o que coloca alguns desafios composicionais. Nossa estratégia foi identificar estruturas (escalas pentatônicas, de tons inteiros, acordes etc.) e utilizá-las na criação de um mosaico onde cada trecho reforça sonoridades específicas. Além disso, na medida em que se consolidou o entendimento tanto de relações internas do jogo quanto de aspectos musicais, outras possibilidades foram reveladas. A começar pelas já citadas séries de 32 notas, que surgiram quando se percebeu que, caso a sequência trave antes de esgotar as 29 peças, se pode voltar ao primeiro tetracorde e averiguar a possibilidade de utilizar o tricorde inicial (que permaneceu em aberto), invertendo a direção do encaixe das peças. Em tais séries não há o loop entre início e final, como ocorre nas séries de 29 notas. Fazendo uma analogia com o baralho, as séries de 32 notas seriam como uma canastra suja (mais corriqueira por fazer uso de um coringa para completar a sequência), enquanto séries de 29 notas estão mais para a canastra real (que dispensa o coringa). Outra possibilidade revelada pelas sessões: estabelecer loops menores, que não utilizem todas as peças. Se as séries de 29 tetracordes tendem a ser amotívicadas, o uso de sequências reduzidas permite um maior controle sobre a recorrência dos tricordes. Outros loops complementares podem ser criados com os tetracordes restantes, que por sua vez podem ser combinados de diversas formas (por exemplo, distribuídos entre diferentes vozes, ou no estabelecimento de planos de acompanhamento e solo). E por fim, ao longo das sessões também surgiram casos de séries que completam os 29 tetracordes, porém o tricorde inicial surge transposto no final da série. Até o momento tivemos dois casos: em um deles, o tricorde está transposto uma 2ª maior acima, o que permite 6 ocorrências da série antes que ela volte para a transposição original. No segundo, o tricorde surge transposto uma 2ª menor.

## **7. Final**

Ainda que as explicações que aqui apresentamos possam parecer complexas, na abordagem prática o entendimento do jogo tende a ocorrer de maneira fluida. Finalidades educacionais são uma das possibilidades de uso, e talvez um dos

seus potenciais mais marcantes seja motivar o aprendizado de outras abordagens do fazer musical além daquelas que o aluno está habituado. Em nossa experiência, procurou-se estimular a criação e performance de composições próprias, investigando a sonoridade dos tricordes e tetracordes em suas várias permutações e posições (abertas e fechadas). Recomendamos o debate sobre os possíveis graus de consonância e dissonância conforme o método de contraponto modal proposto por Henry Martin, que cruza a teoria dos conjuntos com o contraponto de Palestrina. Tal autor classifica os intervalos como consonâncias tonais (3<sup>a</sup> menor, 3<sup>a</sup> maior, quinta justa, 6<sup>a</sup> menor e 6<sup>a</sup> maior), consonâncias modais (2<sup>a</sup> maior, quarta justa e 7<sup>a</sup> menor), e dissonâncias (2<sup>as</sup> menores, trítone e 7<sup>a</sup> maior), configurando um guia para o entendimento das sonoridades e possíveis funções que podem assumir acordes construídos sobre relações não necessariamente tonais.

### **Referências:**

COHN, Richard. Teaching Atonal and Beat-Class Theory, Modulo Small. **MusMat: Brazilian Journal of Music and Mathematics**, Rio de Janeiro, v. I, n. 1, p. 15-24, 2016

FORTE, Allen. **The Structure of Atonal Music**. London: Yale University Press, 1977.

HERNANDEZ, Rafael. **IV – V – I: the harmony card game**. Castro Valley: Music Teachers Tools, 2008.

JOHNSON, Steven. **De Onde Vem as Boas Ideias**. Rio de Janeiro: Zahar Editora, 2011.

MARTIN, Henry. Seven Steps to Heaven: A Species Approach to Twentieth-Century Analysis and Composition. **Perspectives of New Music**, Seattle, v. 38, n. 1, p. 129-168, 2000.

MUSIC TEACHERS TOOLS. **Simple solutions for music educators**. Music Teachers Tools, 2017. Disponível em: < <https://musicteachertools.com/>>. Acesso em: 29 out. 2017.

O'CONNOR, Joseph; McDERMOTT, Ian. **Além da Lógica**: utilizando sistemas para a criatividade e a resolução de problemas. Summus Editorial: São Paulo, 2007.

WALTER, D. **Pc set calculator**. 2001. Disponível em: <[http://www.mta.ca/pc-set/calculator/pc\\_calculate.html](http://www.mta.ca/pc-set/calculator/pc_calculate.html)>. Acesso em: 27 out. 2017.