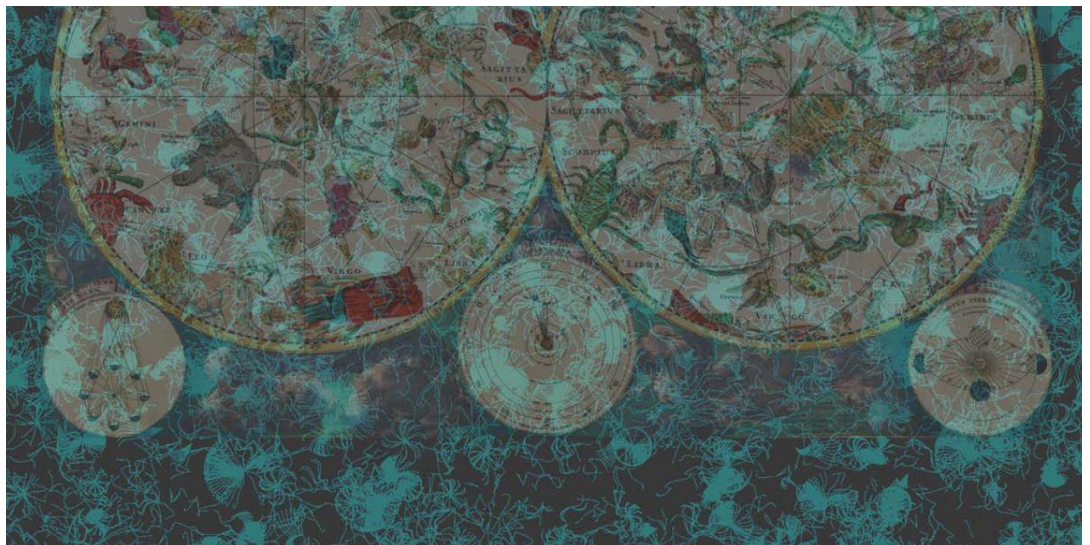




Programa de Pós-Graduação em Música
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Anais do V Congresso
Internacional de Música e Matemática
Homenagem a Jamary Oliveira

(edição 2020)
ISSN: 2594-9128



Rio de Janeiro, 2022

Anais do V Congresso Internacional de Música e Matemática. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola de Música, Programa de Pós-Graduação em Música, 2022.

ISSN: 2594-9128

Universidade Federal do Rio de Janeiro

COMISSÃO CIENTÍFICA

Carlos Almada (UFRJ) | Ciro Visconti (Souza Lima) | Gabriel Pareyon (Universidad de Guadalajara) | Guilherme Bertissolo (UFBA) | Daniel Moreira de Sousa (UFRJ) | Julio Herrlein (UFRGS) | Liduino Pitombeira (UFRJ) | Marcos Sampaio (UFBA) | Rodolfo Coelho de Souza (USP) | Rodrigo Schramm (UFRGS) | Walter Nery (Souza Lima) | Hugo Carvalho (UFRJ) | Carlos Mathias (UFF) | Robert Morris (Eastman School of Music) | Paulo de Tarso Salles (USP)

COMISSÃO ORGANIZADORA

Carlos Almada (UFRJ) | Daniel Moreira de Sousa (UFRJ) | Hugo Tremonte de Carvalho (UFRJ) | Liduino Pitombeira (UFRJ) | Ariane Petri (UFRJ)

CORPO EDITORIAL DOS ANAIS

Carlos Almada (UFRJ) | Daniel Moreira de Sousa (UFRJ) | Liduino Pitombeira (UFRJ) | Hugo Carvalho (UFRJ) | Carlos Mathias (UFF) | Cecilia Saraiva (UNIRIO)

APRESENTAÇÃO

A quinta edição do Congresso MusMat foi realizada em dezembro de 2020, pela primeira vez de forma remota devido à pandemia da Covid-19. Por ser remoto, o congresso teve a participação de pesquisadores e interessados de diversos lugares do mundo. Além disso, o congresso viabilizou profícuas discussões acerca das várias intersecções entre música e matemática apresentadas por diferentes pesquisadores renomados de âmbito nacional e internacional. Neste volume dos anais, publicamos os artigos que foram submetidos ao congresso e apresentados nas sessões de comunicação. Os textos são de autoria de Dennis Carvalho, José Fornari, Ricardo de Almeida Gonçalves e Samuel Pereira e Gilberto Bernardes.

Grupo MusMat 2022

SUMÁRIO

O cuboctaedro como instrumento de análise e visualização do espaço musical em Coltrane e Berg _____	1
DENNIS CARVALHO	
Logistic Maps for Illogic Music _____	15
JOSE FORNARI	
Ternarização de estruturas binárias e modulação métrica aplicadas a uma reelaboração com elementos jazzísticos da peça <i>Lamentos do morro</i> , de Garoto _____	26
RICARDO DE ALMEIDA GONÇALVES	
The <i>Fourier phase sphere</i> : a method for computer-assisted atonal composition _____	40
SAMUEL PEREIRA GILBERTO BERNARDES	

O cuboctaedro como instrumento de análise e visualização do espaço musical em Coltrane e Berg

Dennis Carvalho
Universidade Federal da Bahia
dennisufba@yahoo.com

Resumo: No presente trabalho, abordaremos assuntos relacionados a conceitos de geometria aplicada em música analisando trechos de algumas obras estruturadas a partir do uso de micro e/ou macroestruturas simétricas. Investigaremos também, através do cuboctaedro, algumas relações existentes entre estruturas inversivamente simétricas de diferentes cardinalidades explorando assuntos como Modos de Transposição Limitada (MTL), Ciclos Intervalares (CI) e Teoria Neo-Riemanniana (TNR).

Palavras-chave: Cuboctaedro. Geometria da Música. Teoria Neo-Riemanniana. *Suíte Lírica*. *Giant Steps*.

The Cuboctahedron as an Instrument of Analysis and Visualization of Musical Space in Coltrane and Berg

Abstract: In the present work, we will approach subjects related to concepts of applied geometry in music, analyzing excerpts of some works structured from the use of symmetrical micro and/or macrostructures. We will also investigate, through the cuboctahedron, some existing relationships between inversely symmetrical structures of different cardinalities exploring subjects such as Modes of Limited Transposition (MTL), Interval Cycles (CI) and Neo-Riemannian Theory (TNR).

Keywords: Cuboctahedron. Geometry of Music. Neo-Riemannian Theory. “Lyric Suite”. *Giant Steps*.

1. Introdução

Os experimentos feitos pelos compositores ao longo do Século XX nos trazem uma enorme variedade de formas de aplicação das escalas (coleções) e novas abordagens de exploração do espaço musical (mod12) como um todo. Uma vez influenciados pelo extremo cromatismo Wagneriano praticado na segunda metade do Século XIX alguns compositores passaram a explorar o espaço de classes de notas (*pitch class space*) buscando centralizações através de técnicas composicionais ligadas aos aspectos simétricos dos materiais utilizados na estruturação das suas obras. Alguns destes

compositores despertaram a atenção também para a simetria radial e/ou axial¹ presentes nos sete Modos de Transposição Limitada (MTL)² listados e organizados por Olivier Messiaen em “*Technique de Mon Langage Musical*” (1944). Arnold Schoenberg, Anton Webern e Alban Berg despertaram um interesse especial pelos aspectos simétricos de alguns hexacordes combinatoriais absolutos¹. Webern explora o hexacorde combinatorial absoluto 6-1 (012345) na Op.27-1 “Variações Para Piano” buscando sonoridades mais “atonais”. Schoenberg explora o hexacorde combinatorial absoluto 6-7 (012678) no seu Op. 50b, “*Psalm 130, De profundis*”. Berg, por sua vez, na sua *Suíte Lírica*, além de explorar o hexacorde combinatorial absoluto 6-32 (024579) como ponto de partida para a construção da série, explora também concatenações do hexacorde 6-32 com o hexacorde 6-7 (012678) transitando entre os dois universos (atonal e tonal) através do uso de subconjuntos inversivamente simétricos também provenientes do universo diatônico. Numa quantidade significativa de obras de alguns compositores do Século XX verificamos uma certa preocupação em se enfatizar os centros tonais através da exploração de diferentes áreas harmônicas, não só a partir do uso de materiais advindos do sistema tonal, mas também através do uso da simetria implícita em alguns conjuntos ou coleções referenciais estáveis² como a coleção (escala) hexatônica de tons

¹ No espaço de classes de notas (*pitch class space*), a simetria radial se dá através da transformação geométrica ou mapeamento de um dado conjunto nele mesmo por rotação ou transposição – chamaremos aqui de simetria transpositiva. No espaço de classes de notas (*pitch class space*), a simetria axial se dá através da transformação geométrica ou mapeamento de um dado conjunto nele mesmo por inversão ou reflexão – chamaremos aqui de simetria inversiva.

² Modos que são capazes de mapearem-se inteiramente neles mesmos sobre transposição e inversão. Estes modos podem nos oferecer interessantes conexões entre diferentes estruturas harmônicas exploradas num contexto tonal ou não. Através da lista de classes de conjuntos de Allen Forte em “*The Structure of Atonal Music*” (1973) podemos identificar os sete MTL como: 6-35 (02468A), 8-28 (0134679A), 9-12 (01245689A), 8-9 (01236789), 6-7 (012678), 8-25 (0124678A) e (012346789A).

¹ Hexacordes que satisfazem os quatro tipos de combinatoriedades (O, R, I, RI) para um ou mais valores de n (Tn, In, RIn) produzindo o agregado (mod12). (Ourives, 2017, p. 121) afirma que: “Diante das restrições das combinatoriedades O e I somente conjuntos que dividem o agregado-12 em partes iguais podem ser assim devidamente classificados: bicordes, tricordes, tetracordes, hexacordes.”

² Conjuntos simétricos que contribuem para uma estruturação harmônica baseada em centros. Segundo Straus (2000), mesmo sem os recursos da tonalidade, a música pode ser organizada em torno de centros

inteiros 6-35 (02468A), hexatônica aumentada 6-20 (014589), octatônica 8-28 (0134679A) e a eneatônica 9-12 (01245689A) – todas estas coleções referenciais estão presentes na lista dos MTL de Messiaen.

A intenção do presente trabalho é propor uma reflexão de como alguns conjuntos simétricos podem ser organizados na estrutura tridimensional do cuboctaedro e de que maneira a visualização da estrutura simétrica do cuboctaedro pode vir a ser útil para a compreensão das relações entre conjuntos de diferentes cardinalidades – não necessariamente simétricos – assim como desvelar, também, de que forma alguns procedimentos composicionais – tonais ou não tonais – podem estar ligados a assuntos como Modos de Transposição Limitada (MTL), Ciclos Intervalares (CI) e Teoria Neo-Riemanniana (TNR) no espaço de classe de notas (mod12). No decorrer deste artigo, fruto de uma pesquisa ainda em andamento, investigaremos de que modo algumas estruturas de conjuntos cíclicos utilizados por Alban Berg e John Coltrane podem ser visualizados tridimensionalmente no cuboctaedro procurando desvelar parte de alguns dos processos compositivos destes compositores.

2. Estrutura do cuboctaedro e análises

O cuboctaedro é um dos sólidos Arquimedianos obtidos através do truncamento tipo 1³. Veja na Figura 1, o cuboctaedro inscrito no cubo à esquerda e no octaedro à direita. Observe também as truncaturas realizadas nestes dois poliedros platônicos duais⁴ originando o cuboctaedro no centro da figura.

O cuboctaedro é uma estrutura extremamente equilibrada possuindo 14 faces (6 quadradas e 8 triangulares) estruturadas através de 24 arestas idênticas e

referenciais. As coleções, diatônica, octatônica e de tons inteiros são provavelmente as coleções referenciais mais importantes na música pós-tonal, mas há outras também.

³ Truncamento onde os cortes dos cantos dos poliedros se realizam por planos que passam pelos pontos médios das arestas do poliedro ou sólido platônico de partida – que neste caso tanto pode ser o cubo como o octaedro.

⁴ Em geometria os poliedros estão associados aos pares (chamados duais) onde os vértices de um inscrevem às faces do outro. O dual do cubo é o octaedro e o dual do octaedro é o cubo.

conectadas por 12 vértices, como podemos ver mais claramente na planificação bidimensional da sua estrutura na Figura 2a. Observe que todos os 12 vetores do cuboctaedro possuem as mesmas dimensões das arestas e os vértices se convergem para o centro da estrutura através dos vetores de forma extremamente equilibrada como podemos verificar na Figura 2b.

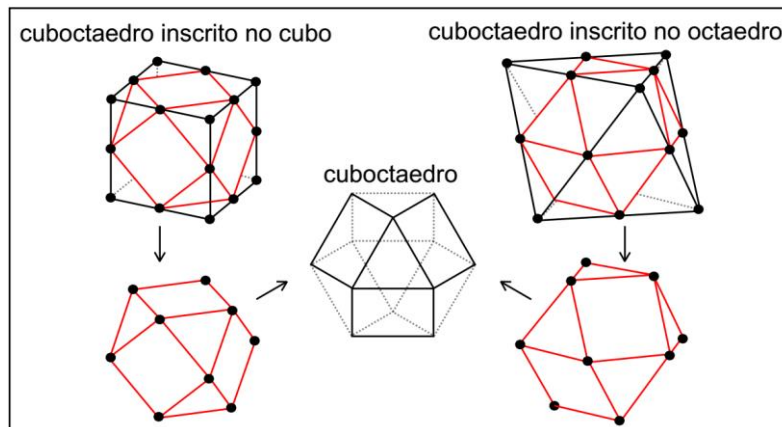


Figura 1: Troncaturas do cubo e do octaedro⁵.

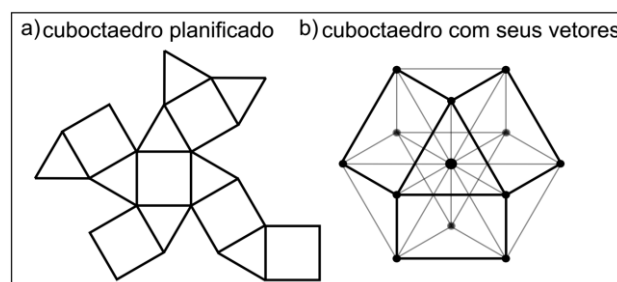


Figura 2: Planificação e vetores do cuboctaedro.

Para explorarmos a estrutura tridimensional do cuboctaedro nas nossas análises, precisamos atribuir para cada um dos 12 vértices uma das 12 classes de notas de modo que fiquem organizadas simetricamente em torno do eixo de simetria do *clockface* interno do cuboctaedro. Para que isto ocorra de forma coerente, levamos em consideração a utilização do hexacorde combinatorial absoluto 6-35 (tons inteiros), primeiro MTL da lista de Messiaen, em suas duas transposições possíveis preenchendo o espaço de classe de notas com os seus dois únicos membros distintos T0I (02468A) e

⁵ Caso não haja referência, todas as figuras são de autoria do presente autor.

T1I (13579B). Estas duas transposições da coleção de tons inteiros são formadas pela concatenação de duas tríades aumentadas cada: (048) com (26A), e (159) com (37B) como no exemplo da Figura 3.

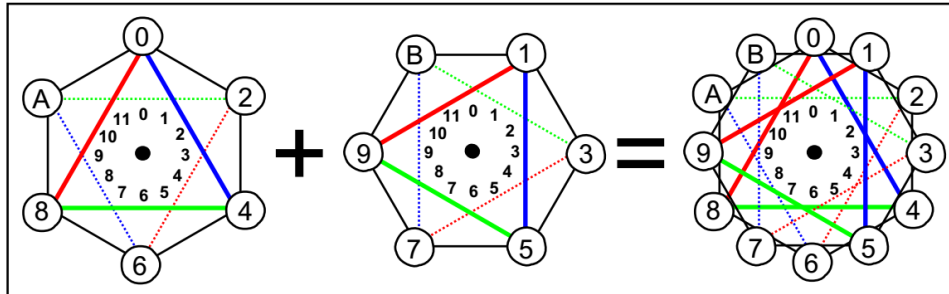


Figura 3: Duas transposições possíveis da coleção de tons inteiros no clockface.

Atribuímos três cores distintas (vermelho, azul e verde) para cada aresta que conecta os pares de díades adjacentes dos seguimentos de ciclo de terça maior/sexta menor $C4$ (4/8). Desta forma conseguiremos identificar mais facilmente os relacionamentos entre conjuntos de maiores e menores cardinalidades ao longo das nossas análises. Em seguida, fundimos dois *clockfaces*: um sobre o ciclo de segunda menor/sétima maior $C1$ (1/11) e outro sobre o ciclo de quarta justa/quinta justa $C5$ (5/7) como observamos no exemplo da Figura 4.

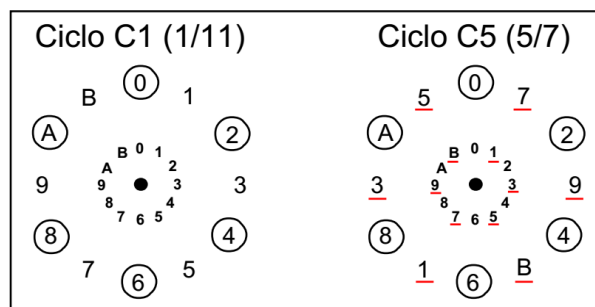


Figura 4: Ciclo $C1$ (1/11) e $C5$ (5/7) no clockface.

Observe que no ciclo $C5$ (5/7) temos uma permutação do trítono envolvendo as classes de notas (1-7, 3-9 e 5-B) que não pertencem à primeira coleção de tons inteiros T0I (02468A). Veja no exemplo da Figura 5, como ampliamos visualmente a coleção de tons inteiros que está a T1I (13579B) e como interligamos os 12 vértices

através das arestas coloridas das duas transposições resultando na estrutura do cuboctaedro já em uma perspectiva tridimensional.

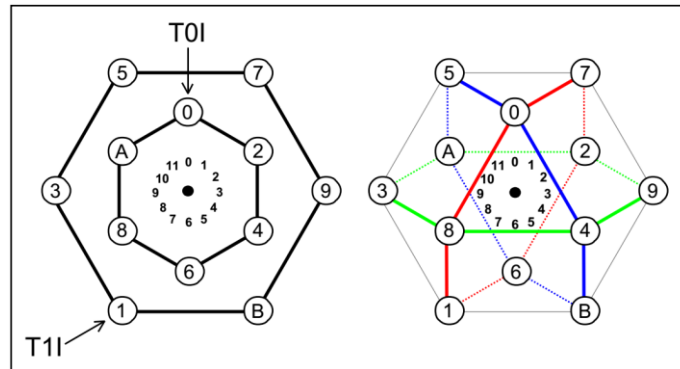


Figura 3: Cuboctaedro em perspectiva tridimensional.

Se continuarmos com as cores atribuídas aos seguimentos das arestas, dando uma volta completa no cuboctaedro, encontraremos três instâncias do hexacorde combinatorial absoluto 6-7 (quinto MTL de Messiaen). Em vermelho temos o hexacorde 6-7 (012678), em azul o hexacorde 6-7 (456AB0) e em verde o hexacorde 6-7 (23489A). Veja no exemplo da Figura 6, que basta “transpormos” o cuboctaedro a T1I – como procedemos anteriormente com as duas únicas transposições possíveis da coleção de tons inteiros 6-35 – para obtermos os outros três membros restantes da classe de conjuntos 6-7: o quarto hexacorde 6-7 (123789) em vermelho, o quinto hexacorde 6-7 (567B01) em azul e o sexto hexacorde 6-7 (3459AB) em verde. Desta forma conseguimos visualizar as conexões e invariâncias existentes entre todos os membros do conjunto 6-7 no espaço de classe de notas (mod12).

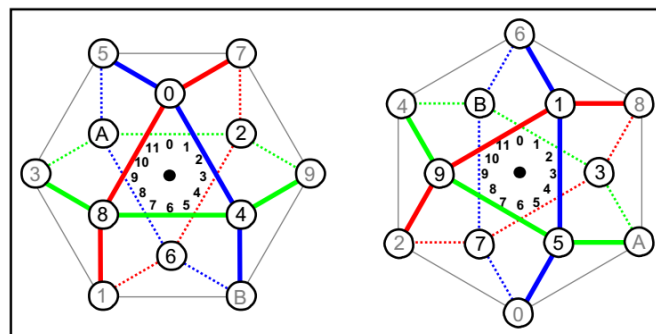


Figura 6: Membros do conjunto 6-7 no cuboctaedro.

Se observarmos mais atentamente, ainda na Figura 6, conseguiremos visualizar de que maneira as invariâncias existentes entre os membros do conjunto 6-7 são conectadas por notas da coleção de tons inteiros – este é um dado extremamente importante. Na primeira figura à esquerda temos a coleção de tons inteiros 6-35 (02468A) conectando o hexacorde 6-7 (012678) em vermelho, o hexacorde 6-7 (456AB0) em azul e o hexacorde 6-7 (23489A) em verde. Já na figura à direita temos a segunda instância da coleção de tons inteiros 6-35 (13579B) conectando os outros três membros do hexacorde 6-7: o hexacorde 6-7 (123789) em vermelho, o hexacorde 6-7 (567B01) em azul e o hexacorde 6-7 (3459AB) em verde. Observe que, a partir do primeiro contato visual com a estrutura do cuboctaedro, já conseguimos enxergar conexões e invariâncias entre hexacordes de uma mesma família com eles mesmos e também com hexacordes de outras famílias distintas. Se levarmos em consideração os subconjuntos e superconjuntos envolvidos enxergaremos também as invariâncias e conexões entre conjuntos de diferentes cardinalidades.

Por se tratar de uma estrutura tridimensional, precisamos levar em consideração os diversos pontos de vista simétricos “úteis” disponíveis no cuboctaedro. Consideramos, à priori, três pontos de vista úteis (ângulos visuais simétricos) aos quais acessaremos através das rotações em torno do eixo de simetria da estrutura. Neste ponto não devemos confundir rotação com transposição ou inversão. O sentido de rotação, neste caso, está ligado ao ângulo de visualização (perspectiva) da estrutura tridimensional. Observe no exemplo da Figura 7 que proponho três opções básicas e distintas de visualização da estrutura às quais trataremos aqui como pontos de vista simétricos (PVS) 01, 02 e 03 respectivamente.

Assim que analisamos os três pontos de vista úteis nos deparamos imediatamente com três conjuntos simétricos importantes e de diferentes cardinalidades. No PVS-01, se eliminarmos a tríade aumentada 3-12 (048), obteremos o conjunto 9-12 (terceiro MTL de Messiaen), no PVS-02 o conjunto 7-Z17 (subconjunto

do conjunto 9-12 e que corresponde ao hexágono que representa as conexões entre as tríades maiores e menores no *Chicken-wire Torus*)⁶ e no PVS-03 o conjunto 8-26 (89B01346) – é importante salientar que o conjunto 8-26 pode ser interpretado como uma fusão de algumas escalas (coleções) importantes. As quatro únicas transposições do conjunto 9-12 disponíveis correspondem justamente aos quatro *EneaCiclos*⁷ Neo-Riemannianos como conferimos no exemplo da Figura 8.

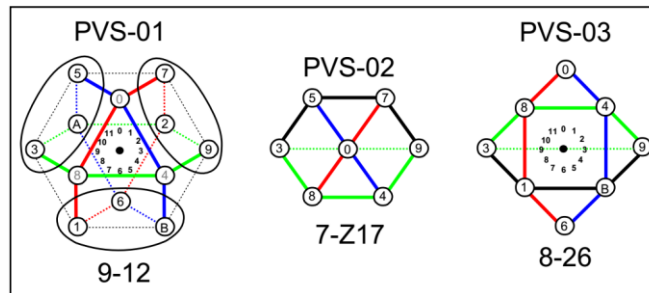


Figura 7: Três pontos de vista simétricos úteis.

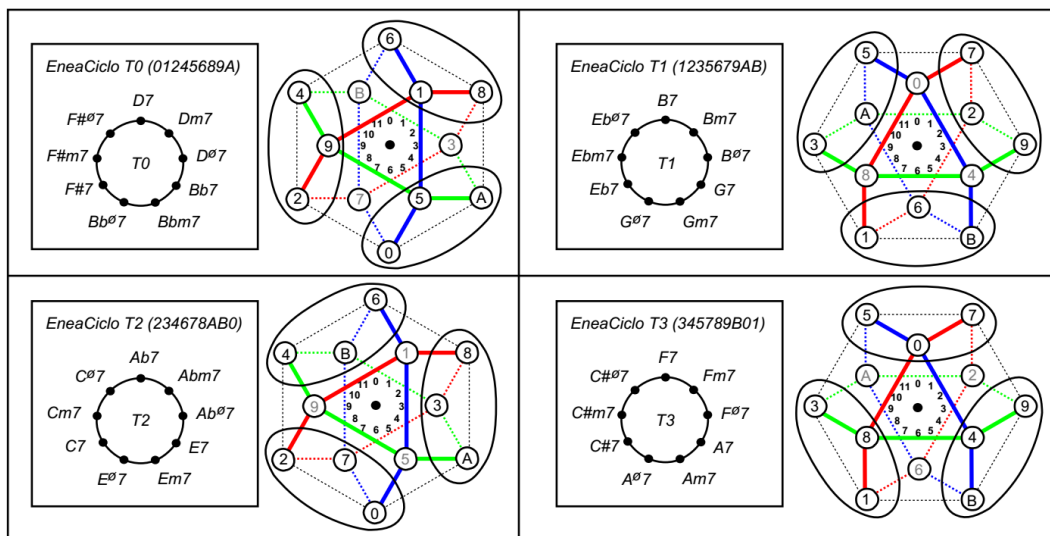


Figura 4: Conjunto dos quatro *EneaCiclos* Neo-Riemannianos no cuboctaedro.

⁶ As relações entre os modos de transposição limitada e as tríades maiores e menores podem ser representadas através do *Chicken-wire Torus*. Nele podemos visualizar as três transformações P, L e R realizadas através das linhas que conectam os acordes em teoria Neo-Riemanniana.

⁷ Os *EneaCiclos* são grafos parcimoniosos que nos revelam os encadeamentos que envolvem tétrades (m7, 7 e m7b5) formadas pelas permutações das classes de intervalos 2, 3, 3, e 4 a partir das relações $P1,0$ e $P0,1$ em teoria Neo-Riemanniana. As relações parcimoniosas entre dois conjuntos são representadas através da expressão Pm,n . O m representa a quantidade de pares de classes de notas incomuns existentes nos acordes e que estão a uma distância de classe de intervalo 1 (semitom) dos seus respectivos pares, e n representa a quantidade de pares de classes de notas incomuns existentes nos acordes e que estão a uma distância de classe de intervalo 2 (tom).

Podemos obter uma melhor estruturação do espaço musical a partir do estudo das relações de encadeamento entre conjuntos de maiores cardinalidades e os seus respectivos subconjuntos. No seu artigo “*The Consecutive-SemiTone Constraint on Scalar Structure: A Link Between Impressionism and Jazz*”, (1997), Dmitri Tymoczko argumenta sobre o que ele mesmo denomina de “escalas importantes”. Para Tymoczko são sete as escalas importantes: escala maior/menor 7-35, escala menor harmônica 7-32a, maior harmônica 7-32b, menor melódica 7-34, a hexatônica de tons inteiros 6-35, a hexatônica aumentada 6-20 e a octatônica 8-28.

Berg, na sua *Suíte Lírica*, além de lançar mão da sobreposição de dois seguimentos de ciclo C5 (5/7) de forma intercalada, também constrói a sua série principal (5409728136AB) a partir da concatenação dos hexacordes combinatoriais absolutos 6-32 e 6-7 como observamos na Figura 9. No primeiro compasso da *Suíte Lírica*, Berg explora três áreas distintas através de três tetracordes quartais: o tetracorde 4-23 (0257), o tetracorde 4-23 (469B) e o tetracorde 4-23 (8A13) – o tetracorde quartal é subconjunto do hexacorde 6-32, das escalas (coleções) 7-35 (maior/menor), 7-34 (menor melódica), 7-32 (menor harmônica ou maior harmônica), 8-26 (fusão de algumas escalas importantes) e 9-11 (fusão de todas as escalas importantes exceto alguns MTL).

Na estrutura da série principal da matriz dodecafônica, podemos particionar a série em tetracordes combinatoriais absolutos e em tricordes com as mesmas características concatenados internamente em estruturas inversivamente simétricas como os acordes de sétima 4-20 (maior com sétima maior) e 4-26 (menor com sétima menor) além de extrapolar também para a escala diatônica maior. Veja no exemplo da Figura 10.

Algo semelhante acontece em *Giant Steps*. Na melodia do tema principal Coltrane utiliza a eneatônica 9-12 (1235679AB) harmonizando a melodia em três áreas tonais distintas (sugeridas pelo *EneaCiclo* T3) e separadas pelo seguimento de ciclo C4

(4/8) onde temos a presença dos acordes de Am7, Fm7 e C#m7 realizando a cadência IIm7 - V7 - I7M para os centros tonais de Sol, Mib e Sí como no exemplo da Figura 11.

Matriz Dodecafônica

5	4	0	9	7	2	8	1	3	6	A	B
6	5	1	A	8	3	9	2	4	7	B	0
A	9	5	2	0	7	1	6	8	B	3	4
1	0	8	5	3	A	4	9	B	2	6	7
3	2	A	7	5	0	6	B	1	4	8	9
8	7	3	0	A	5	B	4	6	9	1	2
2	1	9	6	4	B	5	A	0	3	7	8
9	8	4	1	B	6	0	5	7	A	2	3
7	6	2	B	9	4	A	3	5	8	0	1
4	3	B	8	6	1	7	0	2	5	9	A
0	B	7	4	2	9	3	8	A	1	5	6
B	A	6	3	1	8	2	7	9	0	4	5

Ciclo C5 (5/7) { 5 5 5 5 5 5 5 5 }
 6 A B | 5 4 0 9 7 2 | 8 1 3 6 A B | 5 4 0

6-32 6-32 6-7 6-7 6-7

1. Geige
2. Geige
Bratsche
Violoncello

4-23 (0257) 4-23 (469B) 4-23 (8A13) 6-32 (79B024)

Figura 5: *Suíte Lírca* e concatenação dos hexacordes 6-32 e 6-7 no cuboctaedro.

	5 4 0 9 7 2	8 1 3 6 A B
F7M → 4-20 (5 4 0 9)		(3 6 A B) 4-20 ← B7M
Am7 → 4-26 (4 0 9 7)		(1 3 6 A) 4-26 ← Ebm7
Quartal → 4-23 (0 9 7 2)	(8 1 3 6)	4-23 ← Quartal
Combinatorial Absoluto → 4-9 (7 2	8 1)	
Combinatorial Absoluto → 4-6 (9 7 2	8)	
Combinatorial Absoluto → 4-6 (2	8 1 3)	
Maior/Menor → 7-35	B 5 4 0 9 7 2	

Figura 6: Tetracordes da série principal da *Suíte Lírca*.

The figure illustrates the harmonic relationships of Giant Steps. The top section shows four staves of music with chords and fingerings. The bottom section shows two diagrams: 'Eneatônica 9-12 (1235679AB)' and 'Pentatônica 5-35 e Tetracorde 4-26'. The diagrams use colored circles and lines to show relationships between notes and chords.

Figura 7: Relações harmônicas de *Giant Steps*.

Observe que através da visualização da estrutura do PVS-01 no cuboctaedro constatamos a presença de três pentatônicas: 5-35 (02479), 5-35 (8A035) e 5-35 (468B1) relacionadas aos acordes de subdominante (Am7, Fm7 e C#m7). Muitos improvisadores fazem uso dessas relações para o início dos estudos de improvisação sobre a harmonia de *Giant Steps* explorando cada região individualmente através das pentatônicas 5-35 e extrapolando das pentatônicas para as escalas maiores e menores além de outras escalas como tons inteiros, menor melódica, menor harmônica, maior harmônica, octatônica. Fusões de escalas também são exploradas como no *Jazz Bebop* – o conjunto 8-26, por exemplo, pode ser construído a partir da fusão da escala menor natural com a escala menor harmônica. Como vimos anteriormente, o conjunto 8-26 pode ser representado geometricamente através do PVS-03 do cuboctaedro. A simetria do PVS-01 também nos possibilita uma visualização rápida e clara do hexacorde 6-20, e as quatro únicas transposições possíveis (mod12) deste conjunto correspondem justamente

aos quatro *HexaCiclos*⁸ Neo-Riemannianos. Um dado interessante é que as notas das seis tríades do hexágono do *Chicken-wire Torus* resultam no subconjunto inversivamente simétrico 7-Z17 – subconjunto da eneatônica 9-12 e que corresponde exatamente à estrutura do nosso PVS-02 como podemos observar na Figura 12.

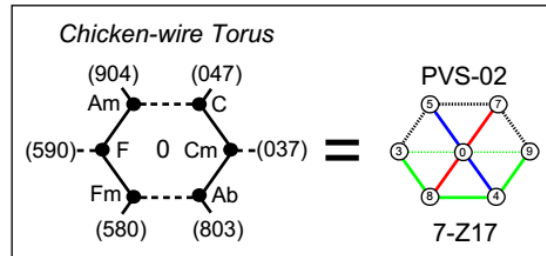


Figura 8: Fragmento do *Chicken-wire Torus*.

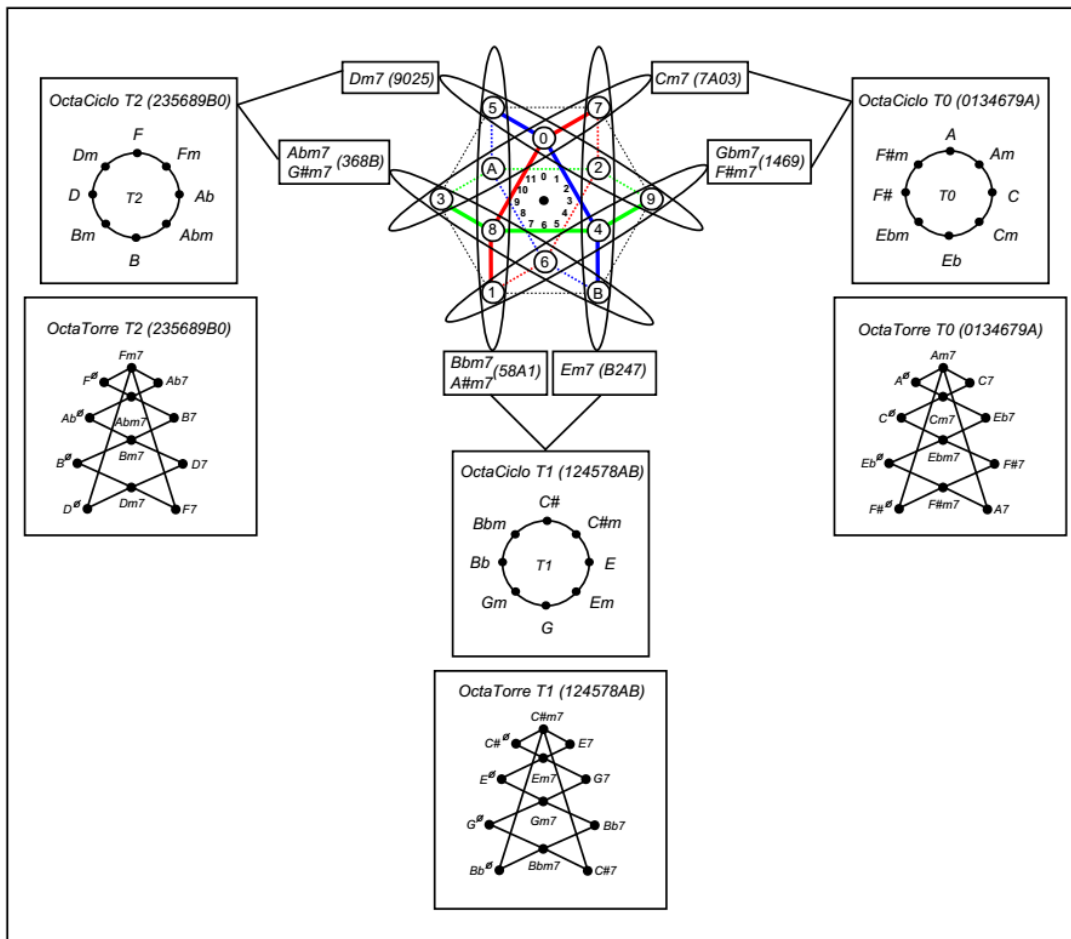


Figura 9: Conjunto dos três *OctaCiclos* e suas respectivas *OctaTorres* Neo-Riemannianas no cuboctaedro.

⁸ Os *HexaCiclos* são grafos parcimoniosos construídos a partir das relações de encadeamento $P1,0$ e $P0,1$ entre as seis tríades maiores e menores presentes da coleção hexatônica 6-20 (014589).

O número que fica localizado no centro do hexágono é dado pela nota compartilhada por todas as seis tríades maiores e menores que compõe o mesmo. Veja no exemplo da Figura 13 que se continuarmos explorando a simetria do PVS-01 encontraremos também o conjunto 8-28 (segundo modo MTL de Messiaen). As três únicas transposições do conjunto 8-28 possíveis (mod12) correspondem justamente aos três *OctaCiclos*⁹ Neo-Riemannianos.

3. Considerações finais

No decorrer deste trabalho investigamos como conjuntos de classes de notas podem ser visualizados tridimensionalmente através do cuboctaedro e como este poliedro Arquimediano pode vir a ser útil para a compreensão das relações entre estruturas de diferentes cardinalidades. O cuboctaedro também pode ser útil para gerar material pré-compositivo através da visualização das invariâncias e das conexões entre os diversos conjuntos. Através da planificação do cuboctaedro podemos visualizar as diversas relações harmônicas funcionais desvelando procedimentos, não só composicionais, mas também, ligados à área da improvisação associando o uso de escalas “familiares” como a escala maior, menor melódica, menor harmônica, maior harmônica, com escalas simétricas através de assuntos como Modos de Transposição Limitada, Ciclos Intervalares e Teoria Neo-Riemanniana no espaço de classe de notas (mod12).

Referências

- COHN, Richard. 2012. *Audacious Euphony: Chromatic Harmony and the Triad's Second Nature*. New York: Oxford University Press.
- COHN, Richard. 2003. A Tetrahedral Graph of Tetrachordal Voice-Leading Space. *Music Theory Online*, v.9, n.4, p. 1–19. Disponível em: <https://mtosmt.org/issues/mto.03.9.4/mto.03.9.4.cohn.php>

⁹ Os *OctaCiclos* são grafos parcimoniosos construídos a partir das relações de encadeamento $P1,0$ e $P0,1$ entre as oito tríades maiores e menores presentes da coleção octatônica 8-28 (0134679A).

- COHN, Richard. 1997. Neo-Riemannian Operations, Parsimonious Trichords, and Their ‘Tonnetz’ Representations. *Journal of Music Theory*, v.41, n.1, p. 1–66.
- COHN, Richard. 1996. Maximally Smooth Cycles, Hexatonic Systems, and the Analysis of Late-Romantic Triadic Progressions. *Music Analysis*, v.15, n.1, p. 9–40.
- DOUTHETT, Jack; STEINBACH, Peter. 1998. Parsimonious Graphs: A Study in Parsimony, Contextual Transformations, and Modes of Limited Transposition. *Journal of Music Theory*, v.42, n.2, p. 241-263.
- FORTE, Allen. 1973. *The Structure of Atonal Music*. New Haven: Yale University Press.
- LEWIN, David. 1983. Transformational Techniques in Atonal and Other Music Theories. *Perspectives of New Music*, v.21, p. 312-371.
- MESSIAEN, Olivier. 1944. *Technique De Mon Langage Musical*. Translated by John Statterfield. Paris: Alphonse Leduc.
- OLIVEIRA, Jamary. 2001. *Processador de Classe de Notas*. Disponível em: <http://www2.ufba.br/~jamarly>
- OURIVES, Natanael. 2017. *Combinatoriedade e Música: aplicações composicionais e a proposição de um livro-texto*. Tese (Doutorado em Música). Universidade Federal da Bahia.
- STRAUS, Joseph. 2005. Voice Leading in Set-Class Space. *Journal of Music Theory*, v.49, n.1, p. 45-108.
- STRAUS, Joseph. 2005. *Introduction to Post-Tonal Theory*. London: Prentice-Hall.
- TYMOCZKO, Dmitri. 2011. *The Geometry of Music: Harmony and Counterpoint in the Extended Common Practice*. New York: Oxford University Press.
- TYMOCZKO, Dmitri. 2008. Scale Theory, Serial Theory and Voice Leading. *Music Analysis*, v.27, n.1, p. 1-49.
- TYMOCZKO, Dmitri. 2004. Scale Networks and Debussy. *Journal of Music Theory*, v.48, n.2, p. 219-294.
- TYMOCZKO, Dmitri. 1997. The Consecutive-Semitone Constraint on Scalar Structure: A Link between Impressionism and Jazz. *Intégral*, v.11, p. 135-179.

Logistic Maps for Illogic Music

Jose Fornari
University of Campinas
fornari@unicamp.br

Abstract: Logistic map is a simple non-linear polynomial equation with chaotic behavior. Here is presented a dynamic computer model programmed in Pure Data (Pd) that generates melodic sequences using two Logistic maps. Although this is a simple music model, there seems to be a myriad of possible sound generational structuring and parameterizations capable of delivering indeterministic (*illogic*) music that is unpredictable while retaining an auditory similarity. This paper describes this so-called illogical music model, presents its algorithm and discusses its sound and musical results.

Keywords: Logistic map, Chaotic music, Algorithmic composition, Computer music performance.

1. Introduction

Chaotic music is a term that refers to a branch of algorithmic composition models that use non-linear equations presenting chaotic behavior to generate music, being it symbolic (music notation or control) or acoustic (audio). There are many developments on this field, such as the melodies created by chaotic algorithms that map music into the colors of the rainbow (SOTIROPOULOS, 2011, p. 388); a Chua's oscillator (a nonlinear system whose dynamical behavior is chaotic) used to generate sound and music (BILOTTA, 2005, p. 253); or a thorough comparison between the tonal possibilities of discrete dynamic systems for symbolic music composition in contrast with compositions made by humans (KALIAKATSOS-PAPAKOSTAS, 2013, p. 135). Among them, Logistic map is probably the simplest one; which is comprised of a polynomial mapping given by a single non-linear equation that can present chaotic behavior. Initially created in the late XIX century by the Belgian mathematician Pierre François Verhulst, to predict populations' size variation, Logistic map gained momentum after mentioned in Robert May's seminal article on how simple deterministic models, such as this one, can present complex indeterministic behavior (MAY, 1976, p. 459).

An enticing artistic feature of chaotic models, such as the Logistic map, is its ability of easily presenting a wide range of bounded variability for any minute change of its single parameter “R”. Logistic map is defined by: “ $X_{n+1} = RX_n(1-X_n)$ ”. When X_n is normalized between 0 and 1 and R is ranging from 3.06 to 4, this equation will output values of X_{n+1} whose behavior varies from single oscillatory patterns (like harmonic sine-waves or repeating melodic intervals) to pseudo-random sequences (like complex tones or fairly complicated melodic patterns). As music is the art of organized sounds, both in terms of its microstructure (timbre) or macrostructure (melody, harmony and rhythm), chaotic behavior has the potentiality of becoming particularly interesting as it can deliver perceptually meaningful sound patterns to be explored in aesthetic fashion, able to create timbres, melodies, as well as polyphonic counterpoints and harmonies, forming structures that are original while retaining a degree of perceptual similarity with each other, perceptually bounded together in a set of possibilities that confers to the output sound (in terms of pulses, tones and timbres), stylistic identity that is cognitively meaningful and hopefully even affectively pleasing. Further understanding on deterministic and indeterminism music cooperation, similarities and applications for Logistic Maps peculiar features, such as its bifurcation diagrams, are in (PAREYON, 2011: 298-300 & 346-354).

2. Music perception and meaning

It is attributed to the avant-garde 20th century composer Edgard Varèse, a quote on music being made of organizing sounds. Once that our auditory perception is multidimensional, simultaneously sensing dynamic and minute variations of sound intensity (loudness), tone (pitch), spectrum (timbre) and time (rhythm), this sound organization happens in several distinct and parallel cognitive layers. Sensorially, music organization takes place in its temporal microstructure which is formed by psychoacoustic dynamic elements (loudness, pitch and timbre). Sound sensation

happens in the brain with the participation of echoic memory that also registers auditory sensory information and doing so defines the boundary between tone (the sensation of dynamic spectral sound composition), and time (the sensation of delay patterns that are perceived as sound pulses and music rhythm) (JENKINS, 1961, p.1550). As I see it, timbre patterns are the building blocks of music meaning; similar to phonemes the compound any spoken language. Music microstructure occurs within a timeframe smaller than 50ms, which is the period of the first detectable (heard) sound tone, whose frequency, for our human auditory system, is around 20Hz.

Cognitively, music organization happens in timeframes that are larger than the sensorial one, so that the sound information can now convey context given by its contrast with the listener's short-term memory, thus allowing the mind to identify, expect and even anticipate identifiable sound events within musical structure (HURON, 2006, p. 41). This conveys what I am here referring as the macrostructure of music. Its timeframe is around a cognitive time window known as “specious present”, a term originally conceived by the 19th century psychologist William James, referring to the timeframe that mind consciously perceives as being the current moment, the “now” (JAMES, 1893, p.609). In terms of music perception, I understand this timeframe as occurring between echoic and working memory, which is around 1 second of length, and even may have been the reason why this particular time length was chosen along human history to represent a minute duration or interval that is cognitively perceptible and meaningful, as representing a moment apart from the previous or the next, the “second” one. The perception of time in music is fundamental and has inspired many investigations in the field of systematic musicology, for instance on how music is modulated by memory (SNYDER, 2009, p.107) or the different brain areas shared in the processing of music making and listening (PERETZ, 2005, p.89). In this cognitive layer of sound macrostructure, music gains an equivalent of syntactic meaning, where melodies, harmonies and rhythmic patterns are identified, organized in

a timeline of events and eventually understood in a larger context, as a musician style or a musical genre. Finally, in terms of affection, or the ability of music to evoke emotions in the listener's mind (probably the single most important reason why music is so ubiquitous and fundamental for all humankind), its timeframe of occurrence is widened to a length where the sound structure gains contextual narrative which is mediated by the intervention of long-term or auto-biographical memory, which not only allows the listener to appraise musical styles and genres but also to eventually being emotionally affected by them (SCHULKIND, 1999, p. 948). From my experience, it seems that music emotional context can be identified (appraised, not evoked) after about 3 to 5 seconds of continuous listening. However it usually takes longer (at least 30 seconds to one minute of music listening and favorable conditions) to have emotions properly evoked in the listener's mind. Further reference on memory time dynamics are found in (WICKELGREN, 1974, p. 775–780). Coincidentally, the average duration of a song is about 3 minutes and its musical form is usually made of 3 parts: A (introduction), AB (development) and A (conclusion). With that structure and timeframe, music has been able to quite effectively evoke emotions in the mind of listeners and therefore has been used as an efficient form of mood regulation (SAARIKALLIO, 2008, p.291).

3. An *Illogic* model of music

As said before, music making starts in a deterministic micro-structural sound sensorial level described by acoustic laws and empirical evidence of psychoacoustics that are well determined and understood. As longer timeframes of sound are listened, more perceptual strategies of its understanding are activated in the listener's mind, going into a manifold of organizational perceptual layers, at each step getting less deterministic and logic while involving more participation of attention, memory, and context, till it reaches a sort of sound super-macrostructure of music

where emotions can be evoked in/by the listener's mind, according to many *illogic* (in the sense of nondeterministic) aspects, such as: sociocultural background, music taste, mood, intention, and so forth. These are complex psychological fuzzy aspects still not fully mapped and understood (and probably never will be) but they are influenced by minute changes in the listener's body (hearing, vision, health, wellbeing, etc.), mind (conscious and unconscious thoughts and memories), experiences, situations, implications, attention, intention, consent, and current mood that impacts and is impacted by music listening. I believe to be possible that moods made by music listening are a type of emergent mind behavior generated by the complexity of a chaotic system output. If so, they may eventually be modeled by a simple nondeterministic equation.

Inspired by these thoughts, I created a dynamic computer music making model with two Logistic maps. One operates in the sound micro-structural level, creating new spectral distributions which are perceived as novel sound timbres. The other one operates in the musical macrostructure, creating regular sequences of context-bounded tones (musical notes) which are easily perceived as regular monophonic melodies. Together they generate the *illogic* music model that makes unpredictable melodies and timbres. This is a simple model that is here presented more as a process rather than an end, mostly aiming to demonstrate what further chaotic models with more sophisticated music compositional rules might be able to achieve.

The model here presented was programmed in Pure Data (www.puredata.info). Pd, for short, is an open-source computer platform for the visual programming of multimedia. Pd was specially designed taking into consideration real time (performance) in the parametrization (control), digital processing and generation (synthesis) of musical digital audio. Its creator, Miller Puckette, is the mathematician and musician who developed Pd during a project at IRCAM, back in the 1990s. Since then, Pd has been used and also developed by a community of volunteers that maintain

this free digital environment of interactive computer music that aims to be the technological equivalent of a musical notation system (PUCKETTE, 2007, p.13).

Pd has a different programming logic style, specially designed to take performance into account. These algorithmic structures in Pd are called *patches*. I've observed that Pd's programming logic are sometimes, at first glance, seemd obscure, specially by the ones used to work with textual command-line programming languages, such as: C, Python or JavaScript. Pd patches can be created and edited in runtime which makes it possible for computer artists to explore “live coding”, where the performance is the programming building process and its real time generated sound. The next figure shows an implementation of the Logistic map as a patch, and two different output behaviors, for small variations of R.

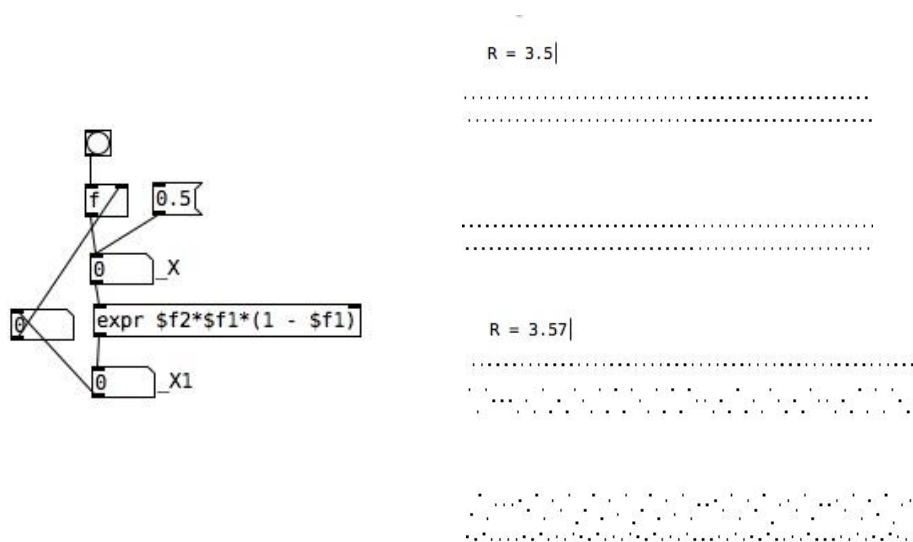


Figure 1: (left) Logistic map programmed in Pd. (right) Typical melodic distribution results, which is periodic for $R=3.5$ (top) and aperiodic for $R=3.57$ (bottom).

R is the value fed into the right inlet of the expression box (variable $\$f2$ in the object “expr”). When $R = 3.5$ the output is periodic, oscillating between four different values, which are depicted by the 4 parallel horizontal dotted lines shown in the top right figure. When $R = 3.57$ (a minute difference from its previous value) the output pattern is quite different, now nearly aperiodic, depicted by the scrambled dots in a region between two horizontal lines, as shown in the above figure, at the bottom

right. These two outputs are common examples of result possibilities that this simple deterministic equation is able to deliver. Periodicity is related to tonal sounds (presenting a clear pitch), like the ones normally generated by melodic monophonic instruments (ex: flute, trumpet, saxophone, etc.). Aperiodicity is related to non-tonal percussive instruments (without clear pitch, such as: shakers, drums, cymbals). As seen, these types of output organizations can be used to build sound microstructure (timbre), but also musical macrostructures (melodies). For that, the output can be mapped into a musical diatonic scale where each element represents a musical note fundamental frequency (pitch). For timbre, the output can be mapped to a frequency domain array and then converted back to time domain where each element will represent one partial in this sound timbre. The next figure shows a simple implementation of this patch, now adapted to the generation of timbres. Note that the partials amplitude linearly decreases proportionally to their frequencies, which is done to mimic the behavior of partials generated by natural resonating bodies, such as in tensioned strings or in the air columns inside pipes.

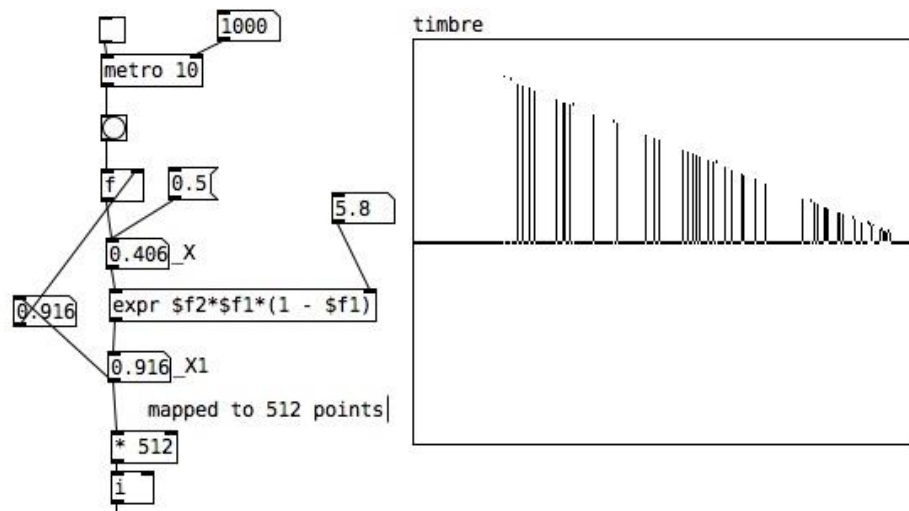


Figure 2: Logistic map model in Pd for timbre dynamic design.

4. Discussing results

As described, this simple musical experiment used two Logistic maps implemented in Pd; one to generate dynamic timbres (music microstructure) and

another one to generate dynamic melodies (macrostructures with the dynamic timbres generated in the previous stage). Both timbre and melody can present periodic or chaotic behavior, according to the values of their respective variable R . When the models are within the chaotic range, their outputs are bounded within limits that make them original yet easily recognizable by our auditory perception, which is a welcome feature also found in natural soundscapes (DAVIES, 2003, p. 224).

To demonstrate it, a video was recorded and uploaded to the Youtube site, as an unlisted file (meaning that only someone with the following link can have access). The link for this video is: <https://youtu.be/PPP9TYouJnE>. As seen in this video, the computer model is played somehow like a musical hyperinstrument, as described in (MACHOVER, 1992) however still without the polishing of an instrument-like control interface. The main parameters that are used to control what is here called *illogic* music generation are the 2 growth rates R (for timbre and melody), the note generation rate (in the video, it starts at 500ms) and the melody's musical scale mapping (whose default is 3 octaves of equal-temperament chromatic scale). The video starts with a simple tone (waveform) and melody rate $R=3$. This generates a single note. As this R is slowly raised to 3.6, the melody becomes richer, going from a repeating musical interval to a complex bounded yet unpredictable path of melody, and even beyond, when R is a little above 3.65, where the model becomes chaotic, generating outputs similar to the one seen in the right bottom graph of figure 1. Around the third minute of this video, the second Logistic map is started, and new spectral distributions are created, thus generating new timbres. This is depicted in the top graph of the video that shows the sound spectral distribution being populated by new partials. The sound of the melody becomes increasingly “metallic”, resembling typical sounds generated by a tensioned metallic string struck by a hard baton (like in the Brazilian instrument “berimbau”) or pinched (like in a harpsichord). The melodic rate and mapping parameters are then raised, expressing new musical possibilities of this model where the melodic generation

speeds up until reaching (at around the sixth minute) it's major complexity where the perception of melody is almost disrupted into what seems now approaching to white noise. The timbre is then reset where the sound loses its metallic-like texture (now resembling pink noise) but still with a background rhythmic structure that, although complex, is recognizable. At around six and a half minutes the parameters are slowly decreased where the music texture slowly is restituted and a notably repeating melody can once again be perceived as slowing down until finally halting.

5. Conclusions

This paper presents a simple yet powerful computational model for dynamic music making based on the chaotic behavior of Logistic maps and its ability of generating ordered outputs whose sound organization falls into the frontier between linear and chaotic, deterministic and indeterministic, periodic and aperiodic, tonal and percussive, logic and *illogic*. This feature can make this type of model very enticing for artistic purposes, while easily implemented and controlled. For me, the musical output of this model holds an analogy with the beautiful patterns found in the boundary between laminar and turbulent flows. Laminar flows make deterministic, well behaved and predictable patterns, but are rare in nature, being a condition only achieved when specific aspects are met; like tonal regular melodic patterns. Turbulence, on the other hand, is unpredictable, complex and is the rule followed by most natural patterns, from micro to macrocosmos; which I compare to the sound organization found in natural soundscapes. Art, as I see it, is a human activity that occurs within this frontier. Arts and specially music (the most immaterial, informational and emotional art) is the result of a well balanced proportion that a skilled composer can achieve in pieces of music delivered by performers in a thread of organized sounds that have informational predictability while permeated by unexpected patterns which together engrave the musician personal style and a musical social genre, also conveying originality which

entices the listener's mind to unveil and wonder with its hidden meanings, in a fashion somewhat similar to what the philosopher Dan Dennett's defines as humor (another human activity strictly related to time and emotion), like comedy, good music listening may also be understood as the "joy of debugging".

References

- BILOTTA, Eleonora, Stefania Gervasi, and Pietro Pantano. 2005. Reading Complexity in Chua's Oscillator Through Music. Part I: A New Way of Understanding Chaos. *International Journal of Bifurcation and Chaos* v.15, n.02, p. 253-382.
- DAVIES, William J., *et al.* 2013. Perception of Soundscapes: An Interdisciplinary Approach. *Applied acoustics* v.74, n.2, p. 224-231.
- DENNETT, Dan, *Cute, sexy, sweet, funny.* 2009. Video. TED Talks. February 2009. TED2009. https://www.ted.com/talks/dan_dennett_cute_sexy_sweet_funny
- HURON, David Brian. 2006. *Sweet Anticipation: Music and the Psychology of Expectation.* MIT press.
- JAMES, W. (1893). 1893. *The Principles of Psychology.* New York: H. Holt and Company.
- JENKINS, Robert A. 1961. Perception of Pitch, Timbre, and Loudness. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v.33, n.11, p. 1550-1557.
- KALIAKATSOS-PAPAKOSTAS, Maximos A., *et al.* 2013. *Chaos and Music: From Time Series Analysis to Evolutionary Composition.* International Journal of Bifurcation and Chaos, p. 135-181.
- MACHOVER, Tod. 1992. *Hyperinstruments: A Progress Report, 1987-1991.* MIT Media Laboratory.
- MAY, Robert M. 1976. Simple Mathematical Models with Very Complicated Dynamics. *Nature* v.261 (5560)76, p. 459-467.
- PAREYON, Gabriel. On Musical Self-Similarity: Intersemiosis as Synecdoche and Analogy. Acta Semiotica Fennica XXXIX, Approaches to Musical Semiotics 13 International Semiotics Institute at Imatra Semiotic Society of Finland, 2011. *Proceedings...* p. 298-300 & 346-354.
- PERETZ, Isabelle, and Robert J. Zatorre. 2005. Brain Organization for Music Processing. *Annual Review of Psychology*, v.56, p. 89-114.
- PUCKETTE, Miller. 2007. *The Theory and Technique of Electronic Music.* University of California. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., p. 13
- SAARIKALLIO, Suvi H. 2008. Music in Mood Regulation: Initial Scale Development. *Musicae Scientiae* v.12, n.2, p. 291-309.

- SCHULKIND, Matthew D., Laura Kate Hennis, and David C. Rubin. 1999. Music, Emotion, and Autobiographical Memory: They're Playing Your Song. *Memory & Cognition* v.27, n.6, p. 948-955.
- SNYDER, Bob. 2009. *Memory for Music*. The Oxford Handbook of Music Psychology, p. 107-117.
- SOTIROPOULOS Vaggelis D. 2011. The Rainbow Effect on Composing Chaotic Algorithmic Music. In: SKIADAS, Christos; DIMOTIKALIS, Ioannis; SKIADAS, Charilaos (eds.) *Chaos Theory: Modeling, Simulation and Applications*, p. 388-398.
- WICKELGREN, W.A. 1974. Single-Trace Fragility Theory of Memory Dynamics. *Memory & Cognition* v.2, p. 775–780. <https://doi.org/10.3758/BF03198154>

Ternarização de estruturas binárias e modulação métrica aplicadas a uma reelaboração com elementos jazzísticos da peça *Lamentos do morro*, de Garoto

Ricardo de Almeida Gonçalves
Federal University of Rio de Janeiro (UFRJ)
ricardodealmeidag@gmail.com

Resumo: O presente trabalho parte de noções acerca da influência do jazz na obra de Aníbal Augusto Sardinha, o Garoto, difundidas nas pesquisas de Delneri (2009), Junqueira (2010) e Severo (2017), destacando, especificamente, os elementos presentes de forma latente na peça *Lamentos do Morro*. Compreendendo-os como manifestações de um caráter intertextual, almejamos explicitar como o emprego de modulações métricas e ternarizações de estruturas binárias em uma reelaboração musical pode valorizar e estender limites dos elementos intertextuais presentes na peça de origem.

Palavras-chave: Lamentos do morro. Jazz. Intertextualidade. Modulação métrica. Ternarização.

Ternarization of Binary Structures and Metric Modulation Applied to a Re-working Featuring Jazz Elements of Garoto's Piece *Lamentos do morro*

Abstract: The present study originates from concepts concerning the jazz influence on the works of Aníbal Augusto Sardinha, Garoto, published in researches by Delneri (2009), Junqueira (2010) and Severo (2017), pointing out, specifically, elements found latent on the piece *Lamentos do Morro*. Understanding them as manifestations of an intertextual character, we aim to explicit how the usage of metric modulations and ternarizations of binary structures in a musical re-working can value and extend the limits of the intertextual elements originally found on the piece.

Keywords: Lamentos do Morro. Jazz. Intertextuality. Metric Modulation. Ternarization.

1. Introdução

Não seria novidade afirmar que a música de Garoto figura parte essencial do repertório canônico do violão no Brasil. De fato, no meio acadêmico, além de seu estilo composicional para peças de violão solo ter sido estudado extensivamente por Delneri (2009), Junqueira (2010), Severo (2017), sua obra constitui parte do estudo de Llanos (2018) que aborda questões acerca da noção de canône no violão brasileiro. No âmbito interpretativo, suas peças estão presentes no repertório de grandes violonistas de diferentes momentos históricos como Luiz Bonfá, Paulo Bellinati e Yamandú Costa.

Abordagens interpretativas à obra de Garoto para violão solo podem se dar ao menos de duas maneiras: execuções com maior grau de “fidelidade”, que buscam se

GONÇALVES, Ricardo de Almeida. Ternarização de estruturas binárias e modulação métrica aplicadas a uma reelaboração com elementos jazzísticos da peça *Lamentos do morro*, de Garoto. Congresso Internacional de Música e Matemática, 5. Rio de Janeiro, 2020. *Anais...* Rio de Janeiro: UFRJ, 2022, p. 26-39.

aproximar estilisticamente das interpretações originais de Garoto — registradas em fonogramas e com transcrições amplamente difundidas pelos songbooks de Bellinati (1991) — e execuções com maior grau de “liberdade”, que buscam modificar elementos pré-existentes das peças de acordo com escolhas dos intérpretes. Um bom exemplo disso é o fato de a peça *Lamentos do Morro*, gravada por Garoto com um andamento de aproximadamente 90 BPM (BELLINATI, 1991), ser executada por diversos intérpretes num andamento mais elevado¹ que o original, constituindo uma tradição de interpretação mais “livre” quanto ao andamento da peça.

As reflexões que tratam da “liberdade” ou “fidelidade” de uma interpretação estão pautadas nas noções acerca de reelaborações musicais, descritas por Flávia Pereira como uma série de processos onde os materiais de uma peça original podem ser reconfigurados em um novo objeto que, podendo ou não ser percebido como uma nova obra musical, carrega sempre alguma relação com a peça que existia previamente (PEREIRA, 2011)¹. No mesmo texto, Pereira destaca que as reelaborações podem ter um posicionamento crítico diante da obra original, atuando “como novas formas de escuta e de interpretação de um mesmo discurso musical” (PEREIRA, 2011, p. 285). De fato, as interpretações de *Lamentos do morro* cujo andamento difere do registrado por Garoto não configuram, necessariamente, um objeto percebido como uma nova obra musical, mas, sem dúvida, são interpretações desse texto musical com um olhar crítico que se permite experimentações sobre suas estruturas.

¹ Raphael Rabello, Marco Pereira e Yamandú Costa, são exemplos de violonistas que adotaram esse tipo de interpretação em diferentes ocasiões. A constatação das diferenças entre os andamentos desses intérpretes e o registrado em fonogramas por Garoto pode ser feita numa escuta que prescinde de instrumentos avançados de análise.

¹ Para Flávia Pereira, os critérios que dizem respeito ao "maior ou menor grau de 'fidelidade' ou 'liberdade' em relação ao original" são determinados qualitativamente, partindo de uma avaliação das manipulações dos materiais musicais no nível estrutural (ritmos, melodias, harmonia, forma) ou ferramental (dinâmicas, articulações, timbres dentre outros), sendo as reelaborações mais “fiéis” as que mais conservam os níveis estruturais dos materiais (PEREIRA, 2011, p. 44 - 46).

Considerando que a obra de Garoto ocupa um lugar de “mediação cultural”, estando integrada “dinamicamente a diferentes universos e contextos culturais” (JUNQUEIRA, 2010, p. 87) — dentre os quais destacam-se choro, samba, bossa-nova, a música clássica moderna de Claude Debussy e de Radamés Gnattali (DELNERI, 2009) e o jazz norte americano (SEVERO, 2017) —, não podemos deixar de considerar que sua produção composicional apresenta fortes elementos intertextuais.

À maneira de Cervo (2015), compreendemos que toda obra musical é um texto que se relaciona com outros textos, todos posicionados numa rede potencialmente infinita de relações intertextuais (CERVO, 2015, p. 16). As obras, no entanto, partilham elementos oriundos de determinados estilos composicionais e suas convenções por meio de uma relação denominada “intertextualidade ampla” e, em alguns casos, apresentam elementos retirados de uma outra obra específica, relação denominada “intertextualidade pontual” (CERVO, 2015, p. 17).

Estes dados são relevantes para o objetivo do presente trabalho pelo fato de que nos permitem considerar a interpretação com viés crítico de uma determinada peça como uma forma de reelaboração que estabelece uma relação de intertextualidade pontual com o texto de origem e ampla com a tradição na qual se insere. Pretendemos demonstrar como esta reelaboração pode, também, ressaltar características intertextuais amplas presentes neste texto prévio.

Admitindo os elementos jazzísticos latentes no samba *Lamentos do Morro* destacados por Severo (2017) — notavelmente, o uso de acordes substitutos de dominantes secundários e as antecipações rítmicas em trechos melódicos² —, podemos reelaborar a peça de modo a “estender” essas características intertextuais amplas e, por meio de uma justaposição dessas aos trechos da peça em sua forma original, destacar o caráter de “mediação cultural” entre as tradições do jazz e do samba. No entanto,

² Os elementos destacados por Severo são compreendidos como característicos do samba, do choro e do jazz simultaneamente, reforçando a ideia de Garoto como “mediador cultural” (JUNQUEIRA, 2010).

devido ao fato de o samba estar baseado em subdivisões métricas binárias³ do pulso e o jazz, em determinados contextos, basear-se em subdivisões ternárias, uma conciliação dos materiais da peça à esses dois arquétipos rítmicos torna necessário o uso de procedimentos como modulações métricas e a ternarização de ritmos binários. Após uma exposição das possibilidades de empregos desses recursos na reelaboração, veremos como estes são, de fato, aplicados na reelaboração com o intuito de proporcionar novas percepções e complexificar a rede de significados intertextuais presentes na peça.

2. Ternarização de ritmos binários como ferramenta desta reelaboração

A definição de ritmos binários e ternários presente em Gómez et al. (2009) está voltada para ciclos rítmicos onde a quantidade de pulsos mínimos determina sua natureza: ciclos de 8 ou 16 pulsos mínimos são chamados de binários e ciclos de 6 ou 12 pulsos são chamados de ternários (GÓMEZ et al., 2009). Na escrita musical convencional uma possível realização dos ritmos binários e ternários se dá na forma de compassos simples e compostos. A binarização fica entendida, portanto, como

O processo de projetar um ritmo ternário de, por exemplo 12 pulsos, em um ritmo de 16 pulsos, de maneira que propriedades musicologicamente salientes sejam preservadas (GÓMEZ et al. 2009: p. 1).⁴

O processo de ternarização, por sua vez, pode ser compreendido como a realização da binarização de maneira inversa, isto é, projetando um ritmo binário em uma versão ternária deste (GÓMEZ et al. 2009). A partir disso, Gómez et al. (2009) definem uma série de procedimentos baseados nos estudos seminais de Pérez Fernández presentes em *La binarización de los ritmos ternarios africanos en América Latina*,

³ Discutiremos estas nomenclaturas adiante. Compreendemos que existam tradições musicais que empregam subdivisões do *tactus* em 5 ou 7 partes iguais mas, no presente trabalho, abordamos dois estilos cujas subdivisões podem ser modeladas em pulsos múltiplos de dois (quatro no samba) e três.

⁴ *The process of mapping a ternary rhythm of, say 12 pulses, to a rhythm of 16 pulses, such that musicologically salient properties are preserved [...]* (GÓMEZ et al. 2009, p. 1).

elaborando uma tabela que sistematiza as binarizações de *metric feet*, isto é, “pés métricos”⁵ ternários, representados em *box notation*⁶ (Tabela 1).

Tabela 1: Relação entre pés métricos ternários e padrões rítmicos binários; adaptação a partir de Gómez et al. (2009, p. 8).

Pés Métricos	Padrões binários
[x x x]	[x x . x] [x . x x] [x x x .]
[x . x]	[x . . x] [x . x .]
[x x .]	[x x . .] [x . x .]

Como posto anteriormente, podemos pensar a ternarização de um ritmo binário como a execução da binarização em sentido inverso, logo, tomando como ponto de partida os padrões métricos binários, podemos traçar sua possível genealogia aos “pés métricos” ternários que podem ser concebidos como uma versão ternária deste ritmo binário⁷. Optamos por aplicar este raciocínio à uma melodia de samba presente na seção B de *Lamentos do Morro* (Figura 1). Para isso, primeiro representamos apenas o conteúdo rítmico deste segmento (Figura 2) a fim de identificar os padrões binários presentes em suas células de 4 pulsos. Uma vez que os identificamos, podemos grafá-los em *box notation*, de maneira que possam ser remetidos à tabela presente em Gómez

⁵ “Metric feet [i.e., pés métricos] consist of groupings of two or more basic pulses according to either their duration or accentuation patterns” (GÓMEZ et al. 2009, p. 6).

⁶ O artigo de Gómez et al. (2009) não utiliza explicitamente o termo *box notation*. Godfried T. Toussaint, um dos co-autores, no entanto, define em seu livro *The Geometry of Musical Rhythm*, que a *box notation* consiste na representação de determinado ritmo subdivido em pulsos mínimos de igual duração, onde o símbolo [x] representa ataques coincidentes com o pulso e [.] representa pulsos onde não ocorrem ataques (TOUSSAINT, 2013, p. 5).

⁷ Aqui fazemos uma pequena digressão do que está exposto em Gómez et al., uma vez que aplicamos os conceitos de ternarização e binarização a ritmos que possuem menos de 6 e 8 pulsos. Isto se deu pelo fato de que em seus dados experimentais coletados a partir da aplicação de algoritmos de binarização e ternarização a ritmos de mais de 6 pulsos, não encontramos exemplos que coincidissem com as figuras rítmicas destacadas da melodia específica presente em “Lamentos do Morro” (ver adiante). Por esta razão e devido a possibilidade de termos um parâmetro verificável para as ternarizações que realizaremos, optamos por utilizar como referência para nossas ternarizações, as binarizações expostas na Tabela 1, mesmo que estas tratem de segmentos com uma quantidade de pulsos menor.

et al. (2009). Desconsideramos em nossa análise as células da peça que possuem somente um ataque ocorrendo no primeiro pulso, representado na partitura como uma semínima⁸.



Figura 1: Melodia e acompanhamento presentes originalmente em *Lamentos do Morro*; adaptação a partir de Bellinati (1991).

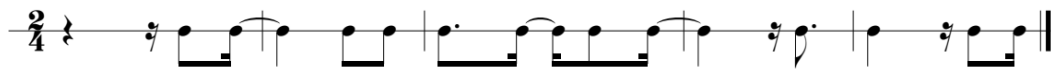


Figura 2: Representação das células rítmicas que constituem apenas a melodia do segmento.

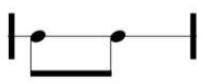


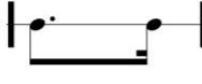


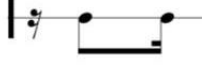

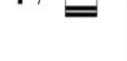



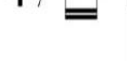
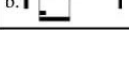
Feita a identificação destes padrões com os pés métricos descritos elaboramos uma nova tabela que relaciona os ritmos binários presentes no trecho com suas versões em *box notation*, os “pés métricos” associados a eles e uma possível escrita⁹ de suas ternarizações (Tabela 2).

Tabela 2: Padrões binários presentes na melodia de “Lamentos do Morro”, suas *box notations*, os pés métricos ternários referidos à tabela de Gómez *et al.* (2009) e possibilidades de *outputs* da ternarizações¹⁰.

⁸ Esta configuração, que poderia ser representada por [x . . .] em sua forma binária e por [x . .] em sua forma ternária, de fato, não é abordada explicitamente por Gómez *et al.* (2009), uma vez que o estudo das ternarizações e binarizações está baseado nas aproximações entre ataques “deslocados”, caso os padrões fossem sobrepostos e executados simultaneamente ao longo da mesma duração total. Os ritmos [x . . .] e sua ternarização [x . .], caso sobrepostos, apresentariam apenas um ataque coincidente, no primeiro pulso.

⁹ Compassos compostos no jazz são comumente grafados com o denominador da fórmula de compasso 8, como, por exemplo, 12/8. Optamos por utilizar o denominador 16 na escrita das ternarizações a fim manter a mesma figura como representação do pulso mínimo dos compassos simples e compostos, simplificando tanto o estudo das ternarização quanto o das possíveis relações entre andamentos que veremos adiante.

¹⁰ Tomamos a liberdade de considerar que os padrões binários 3) e 4), não previstos em Gómez *et al.* (2009), podem ser rotações de outros padrões por conta da ambiguidade já presente na sistematização da binarizações propostas por esses autores na Tabela 1. Nesta, o ritmo [x . x .] é visto tanto como uma

Padrões binários	<i>Box notation</i>	Pés métricos ternários correspondentes	Possíveis <i>outputs</i> da ternarização
1) 	[X . X .]	$\begin{bmatrix} X . X \\ X X . \end{bmatrix}$	a.  b. 
2) 	[X . . X]	$\begin{bmatrix} X . X \\ X X . \end{bmatrix}$	a.  b. 
3) 	[. X . X]	Não previsto em Gómez et al. (2009). Interpretamos como uma rotação do padrão 1).	a.  c.  b. 
4) 	[. X . .]	Não previsto em Gómez et al. (2009), interpretamos como uma variação do padrão 3).	a.  c.  b. 

Realizando esses procedimentos de identificação e relação dos padrões binários com suas respectivas estruturas ternárias, obtemos uma versão possível da ternarização da melodia da seção B de *Lamentos do Morro*. Os pulsos mínimos que estariam previstos pelo processo de ternarização a partir dos pés métricos e que não coincidem com ataques da melodia foram considerados como pontos para ataques do acompanhamento, constituído por baixos e blocos de acordes, tomando como modelo a textura original da forma binária da melodia. Optamos por grafar o resultado deste processo em compasso 6/16. Na figura a seguir, os índices “a” e “b” correspondem às possibilidades de ternarizações expostas na Tabela 2 que foram de fato utilizadas.



Figura 3: Melodia presente em *Lamentos do Morro* na sua versão ternarizada.

binarização possível do ritmo [x . x] como de sua rotação [x x .]. Desta maneira, a rotação dos ataques de um ritmo pode produzir a mesma binarização ou ternarização que este em sua forma original.

3. Modulação métrica como ferramenta desta reelaboração

A questão que sucede a ternarização dos ritmos binários é: qual o andamento mais adequado para executar estes novos ritmos? Tomando um pulso de 120 BPM¹¹ para o compasso simples de nossa reelaboração podemos proceder de diversas maneiras, no que compete à seleção de andamentos, ao transitar entre os compassos simples e compostos durante a execução da reelaboração. Ao manter um mesmo andamento entre diferentes segmentos da peça, modificando a quantidade de pulsos mínimos agrupados à cada pulso percebido, estamos empregando um procedimento específico de modulação métrica, descrito por Hobert como “modulação do pulso mínimo”; quando modificamos o andamento, mas utilizamos uma relação de figuras comum aos dois segmentos como um elemento “pivô”, estamos realizando uma “modulação do andamento”¹². Esta definição expande certas noções acerca de modulações métricas como a proposta por Arthur Weisberg, que define as modulações métricas apenas como processos que, em suas aparições mais simples, consistem na transição entre dois andamentos onde há uma unidade métrica comum que apresenta a mesma velocidade em ambos

¹¹ A seleção do andamento de 120 BPM para os compassos simples constitui uma decisão tomada a partir de experimentações instrumentais e um diálogo intertextual com a tradição de interpretação “livre” do texto proposto e registrado em gravações por Garoto.

¹² No original: *pulse modulation* e *duration modulation*, respectivamente (HOBERT, 2010, p.11-15). O termo *duration modulation* possui certa ambiguidade, uma vez que a medida em segundos do pulso mínimo pode ser compreendida como sua duração e, considerando isto, se nos dois possíveis procedimentos ela é modulada não haveria uma distinção clara entre a *pulse modulation* e a *duration modulation*. Esta conclusão é errônea, no entanto, e se deve à ambiguidade gerada a partir do fato de que Hobert mescla elementos pertencentes à categorias distintas em sua terminologia: as *pulse modulations* referem-se ao pulso mínimo, um elemento que é modificado no emprego deste tipo de modulação; as *duration modulations* referem-se à duração de uma figura rítmica comum aos dois andamentos, um elemento que permanece constante quando se emprega este tipo de modulação. Em nossa tradução e adaptação do conceito, optamos por não mesclar as categorias “elemento não modulado” e “elemento modulado”, sempre nos referindo ao elemento que sofre modificações no ato da modulação. Adotamos, desta maneira, “modulação do pulso mínimo” e “modulação do andamento”, respectivamente. De fato, esta terminologia abre um precedente para casos onde podem ser empregadas “modulações do pulso mínimo” e “do andamento” de maneira simultânea, o que, ao nosso ver, não obstrui o emprego desses termos feitas as devidas ressalvas quando os dois processos ocorrem em concomitância.

(WEISBERG, 1993), definição que não abarca, necessariamente, o caso do andamento comum à dois segmentos com subdivisões distintas.

A partir destas reflexões destacamos dois casos gerais que se mostraram relevantes para as reelaborações¹³: 1) manter o mesmo pulso percebido nos dois tipos de compasso, admitindo uma equivalência entre as tercinas de colcheias do compasso simples e as três semicolcheias agrupadas a cada pulso do compasso composto — um caso de “modulação do pulso mínimo” —; 2) adotar pulsos contrastantes entre os dois tipos de compasso, obtendo como corolário disso uma equivalência de figuras de natureza distinta à do primeiro caso — um caso de “modulação do andamento” —. Considerando esta definição podemos desdobrar este segundo caso em, ao menos, três escolhas: 2.a) onde a colcheia do compasso simples seria equivalente a semicolcheia do compasso composto, produzindo um andamento equivalente a $2/3$ do valor do andamento prévio; 2.b) onde a semicolcheia do compasso simples equivaleria a semicolcheia do compasso composto, produzindo um andamento equivalente a $4/3$ do valor do andamento prévio; e, finalmente, 2.c) onde a tercina de semicolcheias equivaleria a semicolcheia do compasso composto, produzindo um andamento equivalente ao dobro do andamento prévio.

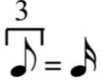
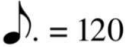

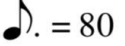

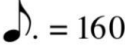
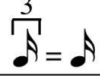
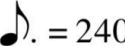
Realizando a audição e execução destes exemplos detectamos que o caso 2.a) não seria de muito uso para a reelaboração, uma vez que o andamento de 80 BPM para o pulso das seções jazz seria muito lento¹⁴, criando um contraste indesejado quando justaposto ao andamento de 120 BPM, que caracterizaria este tipo de interpretação de

¹³ As quatro possibilidades de transição entres os dois tipos de compasso foram, em parte, avaliadas empiricamente a partir das práticas instrumentais e em parte calculadas a partir da priorização das figuras rítmicas que já estavam presentes na peça de Garoto ou que constituem subdivisões comumente executadas dessas, como as tercinas de colcheias e semicolcheias. Os critérios de seleção do andamento demonstrados presentemente são apenas um recorte dos fatores que permeiam uma reelaboração em si, dentre os quais podemos destacar assuntos como o idiomatismo instrumental e as relações intertextuais amplas.

¹⁴ Como parâmetro para avaliar este andamento e os seguintes utilizamos a repartição proposta por Collier e Collier, que situa andamentos de até 117 BPM como lentos, 160 BPM como médios e 220 BPM em diante como rápidos no jazz (COLLIER e COLLIER, 1994, p. 241).

Lamentos do Morro como um samba de andamento elevado. Nosso objetivo ao reelaborar esta peça é estender os elementos jazzísticos já presentes por meio de uma extrapolação de seus elementos métricos, e não, necessariamente, negar ou suprimir o parâmetro andamento, selecionado previamente como 120 BPM a partir de uma tradição de interpretação¹⁵ da peça.

Tabela 3: Andamentos previstos para as seções em compasso composto determinados a partir de possibilidades de relações entre figuras.

Relação de figuras para ♩ = 120	Andamento previsto para o compasso composto (6/16)
1) 	
2.a) 	
2.b) 	
2.c) 	

O andamento de 240 BPM da opção 2.c), por sua vez, não nos favorece por ser demasiado rápido. Estudos como os de Friberg e Sundström (2002) apontam que a sensação de swing das subdivisões de um pulso, num contexto jazzístico, pode adquirir um caráter distinto da proporção mais típica de 2 : 1 entre os ataques que subdividem de maneira desigual o pulso. Este fenômeno é o que, de fato, nos permite conectar a sensação de uma subdivisão do pulso “swingada” à escrita em compassos compostos, com cada pulso sendo dividido numa estrutura “longa-curta” em relação às figuras usadas. O andamento de 240 BPM, estaria situado mais próximo de uma proporção 1,5 : 1 (FRIBERG e SUNDSTÖRM, 2002, p. 347), ou seja, sua sensação de swing não seria a mais evidente nem a que tipicamente caracteriza o jazz, de maneira que a opção

¹⁵ Ver nota 12.

2.c) não se mostra muito relevante para os objetivos da reelaboração descritos anteriormente.

Tanto os andamentos dos casos 1) e 2.b) são considerados medianos e possuem justamente o caráter swingado que nos permite fazer a associação entre a rítmica jazzística e a escrita em compassos compostos, satisfazendo nossas intenções de criar um contraste agudo entre as seções jazz e samba da reelaboração. Apesar de “modulações do andamento” serem comuns à diversas tradições musicais, a que seria realizada no caso 2.b) pode soar mais “brusca” tanto para o intérprete quanto para o ouvinte. Ao mesmo tempo, consideramos que executar uma “modulação do pulso” configura um processo mais idiomático, no sentido instrumental, para o intérprete, por estar baseado na alternância entre as tercinas de colcheias e as semicolcheias duas figuras recorrentes no samba e no jazz. Por estas considerações selecionamos o andamento do caso 1), de 120 BPM para os compassos compostos da reelaboração.

4. Aplicação da ternarização e da modulação métrica como ferramentas de extensão das relações intertextuais com o jazz

Dado que a forma “original” da peça pode ser simplificada em “Introdução A B A B Coda”¹⁶, optamos por reservar as ternarizações e modulações métricas a um ponto estratégico da peça, garantindo que a reelaboração apresente o conflito entre os elementos do samba e do jazz. Optamos por aplicar os recursos rítmicos citados à melodia que se destaca na parte B de *Lamentos do morro*, devido ao fato de este ser o momento da peça que apresenta de maneira mais clara uma melodia temática. Nesta aplicação, preservarmos os traços originais do samba na primeira aparição desta seção, empregando as transformações rítmicas apenas em sua segunda ocorrência de maneira

¹⁶ O histórico interpretativo apresenta liberdades formais tomadas pelos violonistas intérpretes. Estamos nos baseando na versão transcrita no *songbook* de Bellinatti (1991) a partir de uma interpretação de Garoto registrada em um fonograma.

que esta interpretação contenha os elementos da peça em suas formas “original” e reelaborada justapostos.

A seção que denominamos “Grande B” apresenta, portanto, uma relação de intertextualidade ampla com os elementos jazzísticos e, como exposto na Tabela 4, está antecedida e sucedida por seções com elementos oriundos explicitamente do samba — que por essa razão expressam uma relação intertextual ampla de outra natureza —, criando uma estrutura que enquadra o “momento jazzístico” da reelaboração, dando-lhe destaque formal em relação aos materiais originais da peça ressaltando esta possível nova escuta.

Tabela 4: Comparação entre as formas da gravação de Garoto e da reelaboração da peça.

Gravação de Garoto	Reelaboração
Introdução “bataque”: 2/4, 90 BPM, 11 comp.	Introdução “jazz”: 6/16, 120 BPM, 16 comp.
Grande seção A: 2/4, 90 BPM, 40 comp.	Grande seção A: 2/4, 120BPM, 40 comp.
Grande seção B: 2/4, 90 BPM, 54 comp.	Grande seção B: 2/4, 120 BPM, 54 comp.
Breve recap. do A: 2/4, 90 BPM, 10 comp.	Breve recap. do A: 2/4, 120 BPM, 10 comp.
Recap. da Grande seção B: 2/4, 90 BPM, 54 comp.	Grande B’: 6/16, 120 BPM, 54 comp.
Coda: 2/4, 90 BPM, 18 comp.	Coda “jazz”: 2/4, 120 BPM, 16 comp.

5. Conclusão

Fomos capazes de observar neste estudo como uma interpretação de uma peça musical pode projetar um olhar crítico sobre esta e ressaltar elementos intertextuais amplos originalmente presentes. Para isto, o emprego de recursos como a modulação métrica e a ternarização de estruturas rítmicas binárias atuaram como conciliadores entre segmentos musicais distintos, executados em compassos simples e em compassos compostos.

Os procedimentos de modulação métrica e ternarização quando aplicados à reelaboração de *Lamentos do morro*, no entanto, se mostraram repletos de possibilidades onde a seleção de determinados valores foi necessária. Buscamos, ao

relatar nosso processo de reelaboração, apresentar alguns dos possíveis caminhos de mapeamento dessas possibilidades e da utilização destes recursos, de forma que esperamos contribuir para a edificação da literatura sobre as aplicações destes recursos na música popular.

Como corolário disso, notamos como as modulações métricas e ternarizações de ritmos binários podem atuar de forma a justapor, numa mesma execução, práticas musicais de tradições distintas como o jazz e o samba. Estas relações entre tradições distintas configuram novas relações intertextuais amplas que quando trazidas especificamente a uma reelaboração da peça *Lamentos do morro*, enriquecem a diversidade de escutas e interpretações desta peça, estendendo características de elementos previamente presentes.

Considerando que a vasta obra de Garoto apresenta outras peças com elementos aos quais poderíamos traçar relações intertextuais amplas com o jazz, este trabalho configura, possivelmente, um primeiro esforço nessa direção expansão da gama de interpretações dentro do repertório violonístico brasileiro.

Referências

- BELLINATI, Paulo. 1991. *The guitar works of Garoto*. San Francisco, CA: GSP. Partitura.
- CERVO, Dimitri. 2015. Influência, intertextualidade e pós-modernismo: Cervo X Schnittke, um estudo comparativo. *Música em perspectiva*, Paraná, v.8, n.1, p. 9-48.
- COLLIER, Geoffrey L.; COLLIER, James Lincoln. 1994. An exploration of the use of tempo in jazz. *Music Perception*, v. 11, n.3, p. 219–242.
- DELNERI, Celso Tenório. 2009. *O violão de garoto: a escrita e o estilo violonístico de Annibal Augusto Sardinha*. Dissertação (Mestrado em Artes). Escola de Comunicações e Artes, Universidade de São Paulo (USP), São Paulo, SP.
- GÓMEZ, Francisco; KHOURY, Imad; KIENZLE, Jörg; Mcleish, Erin; MELVIN, Andrew; PÉREZ-FERNÁNDEZ, Rolando; RAPPAPORT, David; TOUSSAINT, Godfried. 2009. Mathematical models for binarization and ternarization of musical rhythms. In: BRIDGES: Mathematical Connections in Art, Music, and Science, San Sebastián, Spain, 2009. *Proceedings...*, p. 99–108.

- HOBERT, Jason Adam. 2010. *Classifications and Designations of Metric Modulation in the Music of Elliott Carter*. Dissertação (Mestrado em Música). University of Southern Mississippi, Mississippi.
- JUNQUEIRA, Humberto. 2010. *A obra de Garoto para violão: o resultado de um processo de mediação cultural*. Dissertação (Mestrado em Performance Musical). Escola de Música, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- LLANOS, Carlos Fernando Elías. 2018. *Nem erudito, nem popular: por uma identidade transitiva do violão brasileiro*. Tese (Doutorado em Música), Universidade de São Paulo, São Paulo.
- PEREIRA, Flávia Vieira. 2018. *As práticas de reelaboração musical*. Tese (Doutorado em Música) Universidade de São Paulo, São Paulo.
- TOUSSAINT, Godfried T. 2013. *The Geometry of Musical Rhythm: What Makes a “Good” Rhythm Good?* Boca Raton: CRC Press.
- WEISBERG, Arthur. 1993. *Performing Twentieth-Century Music: A Handbook for Conductors and Instrumentalists*. New Haven: Yale University Press.

The *Fourier Phase Sphere*: A Method for Computer-Assisted Atonal Composition

Samuel Pereira

University of Porto, Faculty of Engineering

sam.filipe@gmail.com

Gilberto Bernardes

University of Porto, Faculty of Engineering & INESC TEC

gba@fe.up.pt

Abstract: In post-tonal music since the early 20th century, harmonic syntax evolved to almost as many theories and compositional systems as the number of composers. In this context, it is important to assist them in their creative process as intended by the tool proposed in this paper. To this end, we extended recent methods by Yust on adopting the phase information from the discrete Fourier transform of pitch-class sets resulting in the creation of a spherical space of harmonic representation that ultimately helps the composer establishing a harmonic syntax for his pieces.

Keywords: Discrete Fourier Transform. Computer-assisted Composition. Atonal Music.

1. Introduction

In music, multiple levels of syntactic organization govern the creation of harmonic structure (ROHRMEIER, 2018). For example, in the context of tonal music, the different harmonic functions (i.e., tonic, dominant, subdominant, etc.) that one chord can assume in distinct phrases are well known. The syntactic organization of musical structure is less understood in post-tonal music since the early 20th century. The foundational compositional principles lack a generalized systematization. We can find many idiosyncratic proposals to the extent that has never been historically experienced within the canonic Western music tradition. In the 20th century, we witnessed the emergence of as many compositional systems as composers or individual works.

In this context, we explore a referential set of tools and methods to assist contemporary composers in their creative decision-making process, namely in the emergent syntactic behaviour of non-tonal harmony, inspired by the work of Ferguson and Parncutt (2004). Our approach is computationally grounded on the recent

application of the discrete Fourier transform (DFT) of pitch-class (pc) sets within music theory (YUST, 2020; QUINN, 2006-7; BERNARDES *et al.*, 2016). Beyond the many properties of theoretical musical value that the DFT of pc sets has shown to elicit, we expand its application as a computer-assisted composition method. In short, we propose a harmonic description space, named *Fourier phase sphere*. It aims to unpack emergent lexical and syntactic behaviours from a pool of user-defined pc sets. To this end, we adopt the phase information from the DFT of pc sets to compute a spherical geometrical space, where distance between elements are relevant to the design of compositional principles. The *Fourier phase sphere* should ultimately enable: (1) the definition of a geometric space from a collection of pc sets defined *a priori* by the composer; (2) the identification of harmonic clusters in the resulting spatial information, i.e., group different pc sets according to their position in space, and (3) its usefulness in the composer's creative process.

2. The DFT of pc sets in the construction of geometric spaces of harmonic representation

Yust (2015) has shown the potential of geometric Fourier spaces of harmonic representation for musical analysis and its syntactic interpretation. He states that such geometrical spaces provide access to a set of metaphors commonly used for the interpretation and study of music, and in particular, harmony. However, they may be put at the service of musical composition as a systematization of compositional principles and design behaviours. The idea of harmonic spaces assisting the composer, on which much of the motivation of this study is based, gained particular momentum with the computer-assisted composition practice and the recent advances on the application of the DFT of pc sets (LEWIN, 1959, 2001; QUINN, 2006-7; AMIOT, 2018).

2.1 The DFT of pc sets

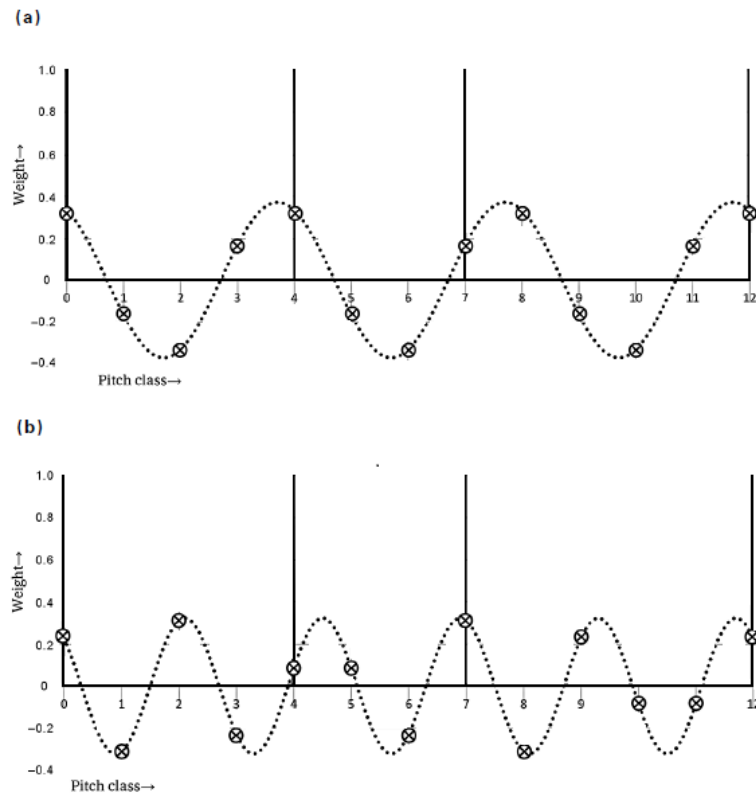


Figure 1: Two Fourier components for the C Major triad. In this example it is possible to see components f_3 – in point (a) – and f_5 – in point (b) – with three and five cycles per octave, respectively. Adapted from Yust (2015).

The DFT is traditionally known among musicians, researchers and experts as the mathematical process used to extract frequency information from audio signals. When applied to pc sets (LEWIN, 1959; 2001) and a 12-dimensional pc set distribution (0-11) where binary activation denotes the presence of a pc, 12-complex values (i.e., DFT coefficients) are computed. Excluding redundant information resulting from the symmetrical properties of this transform, the $1 \geq k \geq 6$ DFT coefficients remain. Complex values resulting from the DFT analysis can be further defined as magnitude and phase information (QUINN, 2006-7).

In Figure 1, we show the pitch classes 0, 4 and 7 of the C major chord as bold vertical lines and their DFT decomposition into two of the six nonsymmetrical

coefficients. The notation $\hat{f}_0, \hat{f}_1, \dots, \hat{f}_{11}$ represent the Fourier coefficient whose index indicates the number of cycles per octave of their sinusoid. Additionally, the coefficients under analysis in Figure 1 have three and five peaks per octave, i.e., sinusoid a) has period = 3 and sinusoid b) period = 5.

2.2 Phase spaces

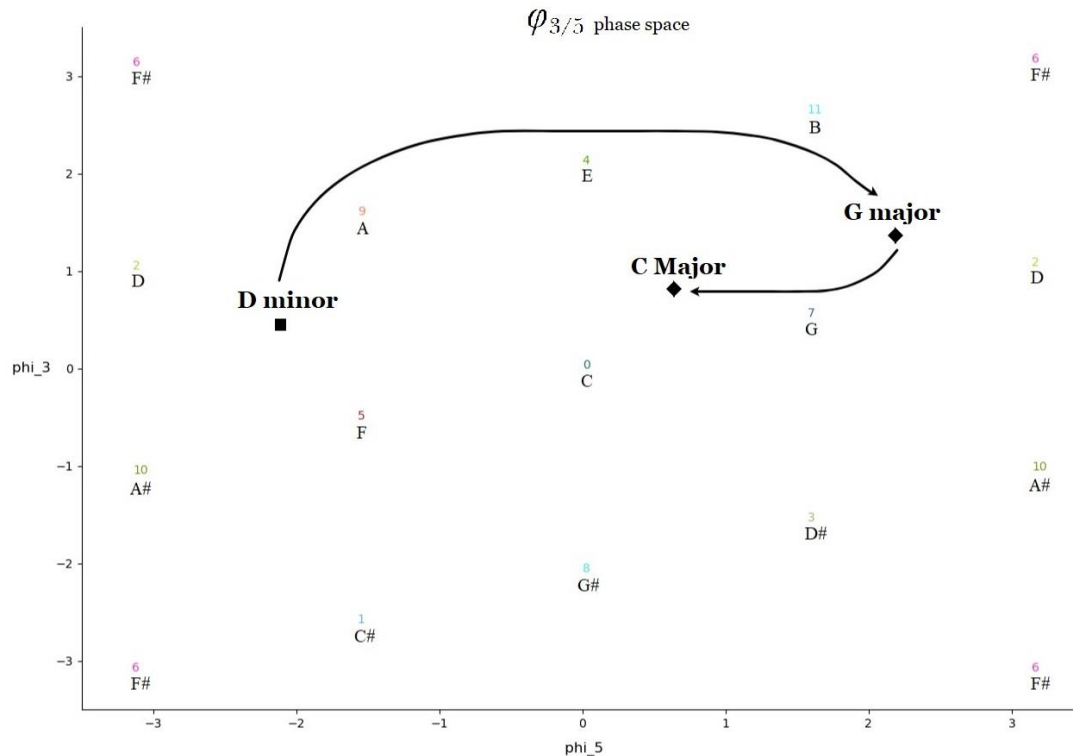


Figure 2: The phase space proposed by Yust (2015), the positioning of three different chords and prototypical trajectories between them. Adapted from Yust (2015).

The phase of a Fourier coefficient indicates the sinusoid offset from a reference point (along the horizontal axis in Figure 1). For the Fourier coefficient \hat{f}_n , its phase is represented by φ_n . Moreover, phases are cyclic and measured between $-\pi$ and π radians or between -180° and 180° . The two extremes are coincident in the phase space (AMIOT, 2012-3). On the other hand, phases of pc sets are dependent on transposition or inversion. Generally, they allow us to identify the positioning of a given pc set in the space as the combination of its component pc (YUST, 2015). The phases of the Fourier coefficients are at the basis of Yust's (2015) geometric space of harmonic representation.

Phase distances between pc sets are computed by their angle and have been explored in the literature as two-dimensional spaces whose axis represent the phase of two DFT coefficients. Yust (2015) adopts the \hat{f}_3 and \hat{f}_5 coefficients in the study of the tonal music of Schubert, thus resulting in a $\varphi_{3/5}$ phase space.

In Figure 2, we show the distance of multiple major and minor chords, as well as prototypical harmonic trajectories and the location of all pitch classes in the $\varphi_{3/5}$ phase space. This last feature is particularly relevant because the positioning of a pc set equates the linear interpolation of its component pitch classes (YUST, 2015). For example, C major chord results from the linear interpolation of the coordinates of the 0, 4, and 7 pitch class (i.e., the C, E, and G notes).

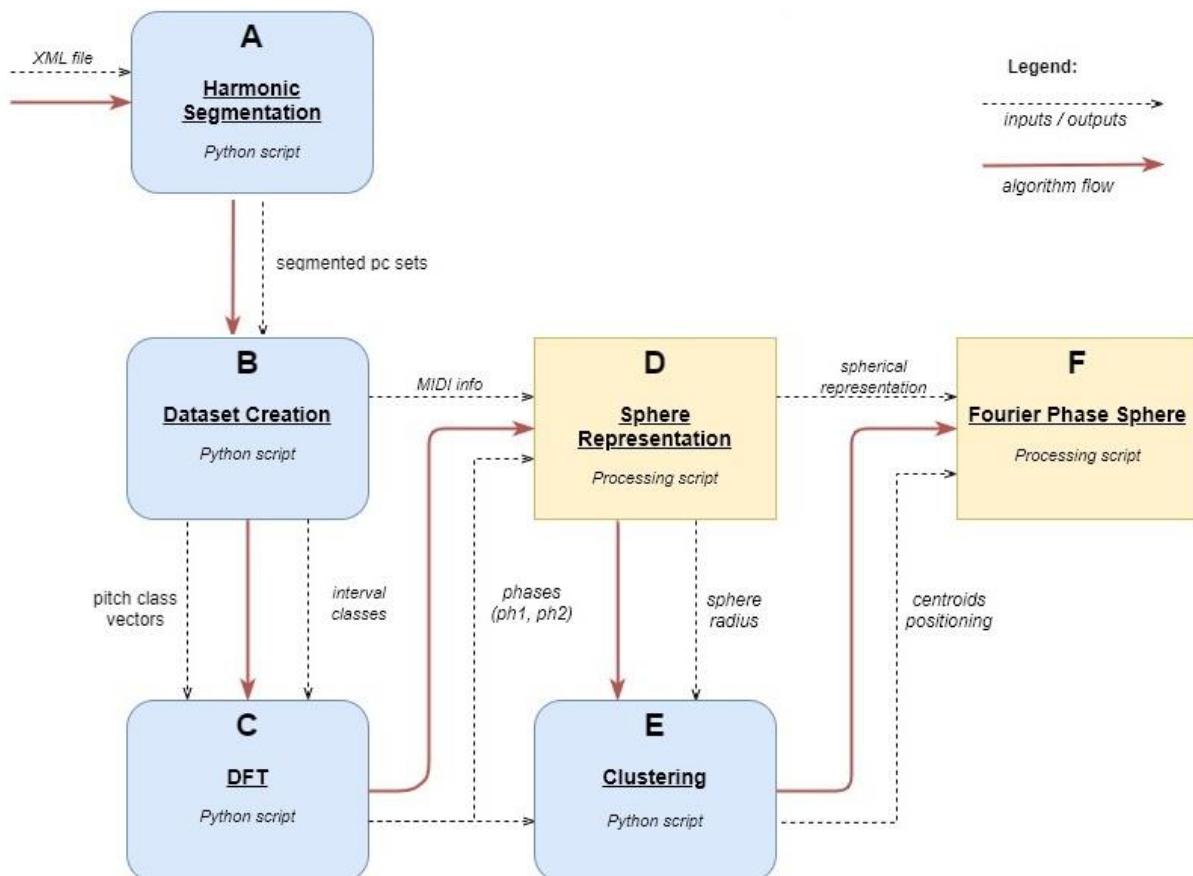


Figure 3: Modular architecture of the Fourier phase sphere. The system is composed by six distinct modules that allow the creation of a spherical DFT phase space. Adapted from Pereira (2020).

Additionally, it should be noted that the two-dimensional representation of Figure 2 does not capture well the cyclic nature of phase information. For example, the

positioning of pitch class 6 (F♯) in the upper-left corner of Figure 2 is superimposed on the placement of the same pitch class in the upper-right corner. This idea is fundamental because the development of a computational tool that allows the automatic clustering of different pc sets according to their proximity in space, requires a different and more adapted representation.

3. The *Fourier phase sphere*

In this section, we discuss the implementation of a computer-assisted composition tool named *Fourier phase sphere* that takes advantage of a spherical space of harmonic representation for the DFT phase information. In Figure 3 we show the architecture of the computational system behind the space. Points in this space represent pc sets pre-defined by the composer computed as their DFT phases. To this end, we start by (1) encoding pc sets on an XML digital format; then we (2) compute the DFT of each pc set and their phase information in python libraries *music21* and *scipy*; which we use to (3) draw a spherical space of harmonic representation where each point represents a pc set in *Processing*¹⁷ software; and, finally, (4) group these points into distinct clusters. Please refer to Pereira (2020) for a comprehensive description of the software components and their code.

3.1 Spherical space

The alternative 3-dimensional *Fourier phase sphere* representation proposed in our work, as opposed to the existing 2-dimensional representations (YUST, 2016), relies on the fact that phase information is cyclic and therefore it is measured in radians (varies in the range $[-\pi, \pi]$) (AMIOT, 2012-3). We represent the phase values from two coefficients of the DFT pc sets into three Cartesian coordinates. The mapping between the two-phase values and the three-dimensional sphere adopts the geographical

¹⁷ The website of this software can be found at: <https://processing.org/>

concepts of latitude and longitude (PEREIRA, 2020). Latitude indicates how far north or south a point is and varies between -90° and 90° and longitude how far east or west a point is and varies between -180° and 180° . The concepts of latitude and longitude allow the identification of any point on the surface of the globe and, similarly, the values of two phases of DFT can plot any pc set on the surface of a sphere (PEREIRA, 2020). Figure 4 shows the resulting visual configuration of the *Fourier phase sphere*.

The *Fourier phase sphere* ultimately guarantees a topographically simpler solution than the torus suggested by Amiot (2012-3) but allows a better representation of the cyclical character in phase information of the DFT of pc sets than that discussed in Section 2. In particular, it allows the adoption of the representation as a metrical space and group multiple pc sets into different harmonic clusters.

3.2 Clustering

Once the *Fourier phase sphere* is created for harmonic representation, we can group pc sets into several clusters (PEREIRA, 2020). The optimal number of clusters is estimated by an algorithm for a given configuration of multiple pc sets in the space as well as the positioning of each cluster centroid, followed by the clustering itself, i.e., the association between each pc set and its corresponding cluster.

In greater detail, we adopt the *k-means* algorithm to cluster the pc sets into a finite number of n clusters, represented by a centroid location, according to the spatial configuration of the pc sets. The optimal number of clusters is then computed using the elbow method (THORNDIKE, 1953). In Figure 4, we show the *Fourier phase sphere* where seven pc sets are represented. The optimal number of clusters is $n = 3$ defined by different colours in the representation. Each pc set is then assigned to the nearest centroid (defined as capital letter A, B and C).

3.3 Properties of the Fourier phase sphere – distances and circularity

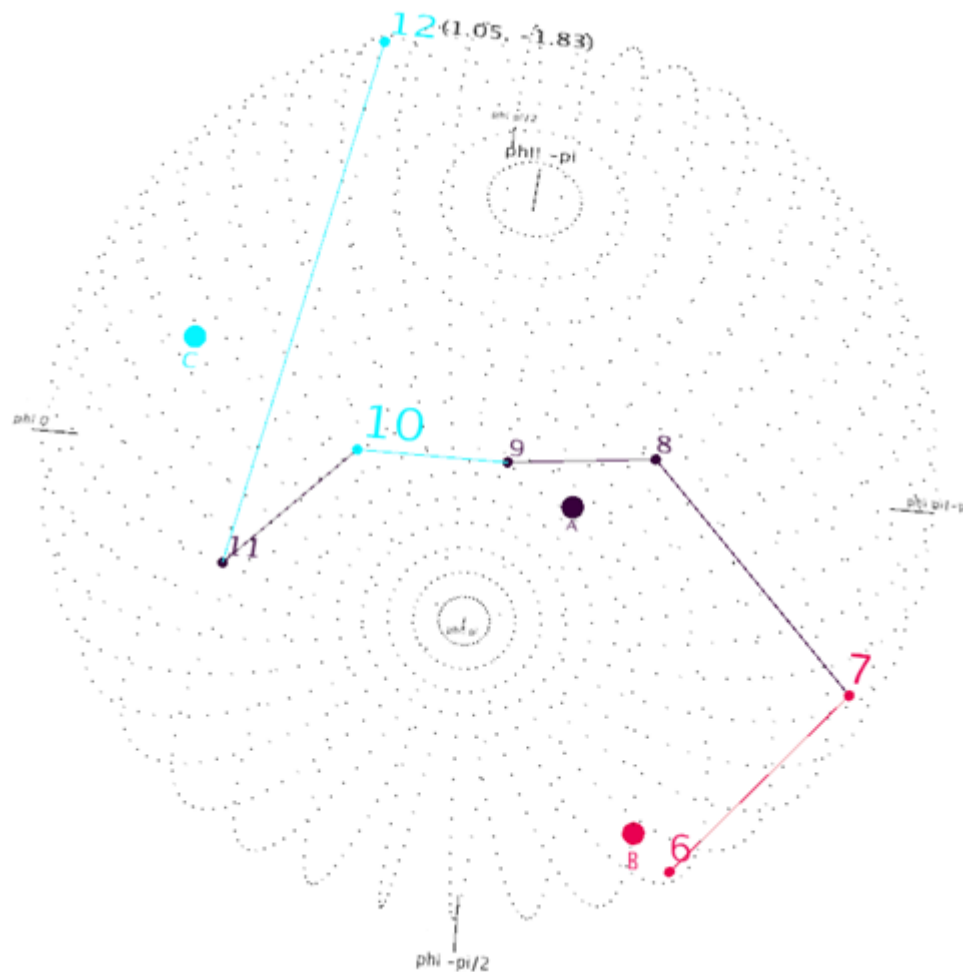


Figure 4: The Fourier phase sphere design and the positioning of seven distinct pc sets plotted in its surface. Purple, pink, and blue colours represent clusters A, B and C respectively (PEREIRA, 2020).

It is important to discuss the concept of distance (Euclidean distance) within a phase space and its musical interpretation. The Euclidean distance between pc sets in the spherical phase space is based on the idea of shared pitch classes, i.e., the closer two pc sets are, the more pc they share, since their positioning can be seen as the linear interpolation from the positioning of its component pitch classes (YUST, 2015). The clustering algorithm above, relies on this property to group pc sets that share a greater number of notes. Therefore, it is expected that pc sets belonging to distinct clusters tend to have fewer common pc.

On the other hand, a circular path in the *Fourier phase sphere* (see Figure 5), has been observed as an emergent behaviour across clusters in the space (PEREIRA, 2020). This path not only relates to the idea of functional syntax in tonal music, but also to the exploration of the total 12 pitch classes in post-tonal music. This musical interpretation can lead to the speculation of the underlying principles behind a generalized syntactical model for music composition and has been adopted in the definition of our computer-assisted composition strategies.

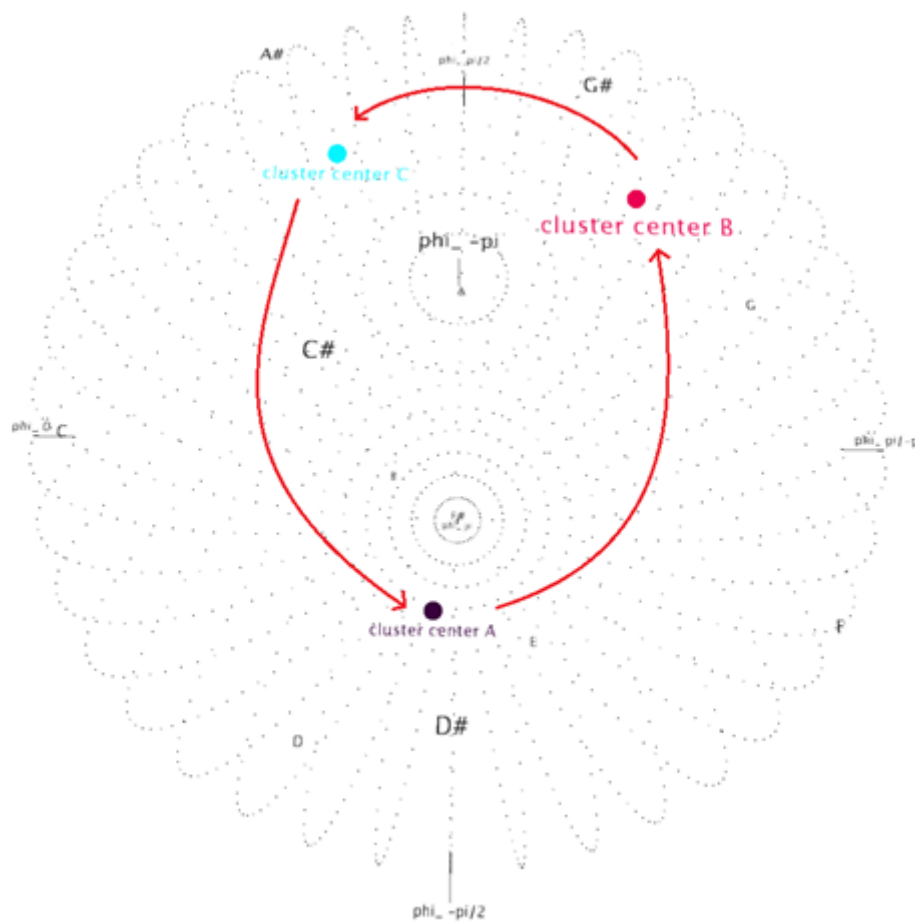


Figure 5: The placement of three cluster centroids and an example of a circular path [BCA] in the Fourier phase sphere used in the composition process of a sting quintet (PEREIRA, 2020).

4. Compositional method

It is undoubtedly important to understand whether the *Fourier phase sphere* described above can play a role in the composer's creative process, namely by

establishing a temporal harmonic organization, i.e., to define sequences of pc sets. In greater detail, the main objective of the phase sphere is to assist the composer in defining a harmonic syntax that derives from a predefined harmonic lexicon from standard trajectories within the sphere. It should be noted the proposed tool does not aim at style imitation. Instead, it targets the writing of works with idiosyncratic compositional traits and musical language as the study case presented next, a work for string quintet (two violins, two violas and one cello). The phase sphere suggesting only sequences of pc sets between different clusters as a means for defining a harmonic syntax, whose effective choice, ultimately, is always at the composer's discretion, is the guarantee of his complete freedom in the creative process using the *Fourier phase sphere*.

4.1 Pc set selection

The property detailed in Section 3 on the circularity of the phase sphere exploring all twelve different pitch classes, was adopted as the trajectory for the harmonic path in the space. The composer, and first author, defined the lexicon, a collection of pc sets, and plotted it in the sphere so that it was separated into different clusters. Finally, with this information, it is up to the composer to make the compositional choices that he most pleases, always with the idea of circular harmonic sequences between clusters like those discussed in Figure 5.

The lexicon includes thirty-one pc sets of tri, tetra, penta, and heptachords as well as some dense pc sets with more than seven notes. This material was digitized as an XML format and algorithmically processed using the method presented in Section 3 prior to the representation in the *Fourier phase sphere*. One of the key points of this process is the selection of the Fourier coefficient phases to be mapped onto the sphere. To this end, it was determined the most prominent interval classes present in the harmonic data and, for this reason, the interval class 1 (referring to intervals of minor

2nd or major 7th) and 5 (for intervals of perfect 4th or perfect 5th) were more predominant, resulting, therefore, in a phase space $\varphi_{1/5}$.

Table 1: The correspondence between pc sets and their respective cluster.

Cluster	Number of the pc set
A	1, 4, 7, 14, 16, 20, 25, 27, 30, 31
B	2, 3, 5, 6, 8, 12, 13, 15, 17, 18, 24, 29
C	9, 10, 11, 19, 21, 22, 23, 26, 28

4.2 Definition of the harmonic clusters

Following the computation of the phase value for the \hat{f}_1 and \hat{f}_5 coefficients for all thirty-one pc sets chosen, the algorithm determined the definition of $n = 3$ clusters. The results of such grouping can be seen in Table 1.

Please note that these results are not representative of a harmonic sequence, but only of a set of harmonic information individually thought – a harmonic lexicon. Harmonic sequences are inferred through the *Fourier phase sphere*. From the data shown in Table 1, there were ten pc sets in cluster A, twelve in cluster B and nine in cluster C. Additionally, as shown in Figure 5, the positioning of the three cluster centroids in $\varphi_{1/5}$ requires that, for circular movements inside the sphere, sequences between clusters like [ABC], [BCA] or [CAB] can be chosen. These three options were the basis of the composition process that is best described in the next subsection to ensure harmonic sequences that use all pitch classes.

4.3 The creative process

For the composition process, we opted for the primordial use of sequences [BCA] in the definition of the harmony of the piece. It is recalled that this type of circular sequences within the *Fourier phase sphere* guarantees an element of harmonic

syntax for the work because such sequences tend to systematically use almost or even the twelve pitch classes. For this, knowing the respective harmonic cluster of each pc set previously selected, the sequences of type [BCA] most appealing to the composer were chosen, still safeguarding that if they did not compositionally appeal him, other pc sets could be chosen. Figure 6 shows an example of a [BCA] sequence at the beginning of the work. In the last part of bar 2 is the pc set belonging to set class [016] consisting of the notes C, C \sharp and F \sharp , which is numbered in the harmonic material with the number 2 and belongs to cluster B. This pc set is followed by two heptachords, numbered with numbers 19 and 20, and which belong respectively to clusters C and A, thereby conferring, at the beginning of the piece, the establishment of the sequence [BCA] for its harmonic organization. Throughout the writing process, the idea of creating harmonic sequences (mostly of the type [BCA]) was reinforced.

It was notorious that the *Fourier phase sphere* allowed a more direct and objective approach to the creative process because its use requires, from the outset, the creation of a harmonic lexicon by the composer and also because it infers a harmonic syntax through geometric elements in space. This fact is not negligible since the beginning of the creative process is, very often, the moment when the composer experiences any kind of creative block.

The proposed system was adopted with relative freedom, suggesting only harmonic progressions following a specific trajectory inside the phase sphere. The space and compositional method equally made possible the exploration of different musical textures. That happened because the tool does not interfere in compositional ideas such as articulation, timbre, or register, and, in that sense, it was possible to explore in the quintet distinct textures. On the other hand, the possible harmonic progressions suggested by the trajectories in the *Fourier phase sphere* were not always ideal for given points in the work. At times, when the composer sought to write contrasting sections to the existing material, the harmonic suggestions were not always possessing

the desired level of contrast, thus forcing the search for new pc sets. Of course, this aspect can be rectified if, in the act of defining the harmonic lexicon to be used, the composer outlines different pc sets for each of the sections he has in mind and idealizes.

The image shows a musical score for five instruments: Violino I, Violino II, Viola I, Viola II, and Violoncello. The score is in 2/2 time and features a harmonic sequence of pc sets 2, 19, and 20. The sequence is highlighted in a red box. The score includes dynamics (pp, f, p), articulation (s.t., c. sor., senza vib.), and performance instructions (al niente). The tempo is marked as quarter note = 52. The key signature has one sharp (F#).

Figure 6: An example of the harmonic sequence written with pc sets 2, 19 and 20 that represents a [BCA] circular movement within the Fourier phase sphere (PEREIRA, 2020).

5. Discussion and final considerations

In Section 4, the adoption of the *Fourier phase sphere* as a tool for assisting the composer's creative process has been detailed across two main directives: 1) a harmonic lexicon grouped into different categories and 2) a harmonic syntax as circular paths across the phase space. This method can, to a certain extent, give greater harmonic coherence to the works by structuring a harmonic lexicon and syntax. This is based on the idea of trajectories within the phase space without, thereby, removing the freedom of the composer in his writing, and continuing to place his musical ideas and intuition at the centre. This approach facilitated the writing process, mainly by

limiting the harmonic options available thus fostering greater fluidity to the creative act.

On the other hand, it was also noted the potential in identifying distinct clusters for multiple pc sets within the phase space. This process, considering the interpretation of the distance between points discussed previously, creates clusters whose pc sets generally share several pitch classes. This computation is only possible due to the development of a new geometric space of harmonic representation that represents pc sets as points on the surface of a sphere which confers greater representativeness to the circular aspects of the DFT phase information. With our approach, we extend the phase space proposed by Yust (2015), towards a meaningful metrical space for pitch classes.

The contributions of our work focus mainly on two different areas. On the one hand, from a technical point of view, spherical representation is a new geometric harmonic space that also allows the clustering of a myriad of harmonic material in a completely automatic way, and, from an artistic point of view, the tool assists the composer in defining a lexicon and harmonic syntax for his works.

Finally, there is certainly a long way to explore the usage of the *Fourier phase sphere* as an assistant to composition. First, it would be relevant to understand how other composers would use it in their creative process and, thus, one could reflect on what improvements are needed to better respond to their needs. One of these paths may be to increase the interactivity level of the application to allow the composer, in real-time, to select, for example, two pc sets, one for the beginning and the other to finish his harmonic sequence, and, automatically, the system proposes a variable number of harmonic progressions in which he can not only navigate and hear but also consult its interval content or its score.

References

- AMIOT, Emmanuel. 2012-3. The Torii of Phases. *Mathematics and Computation in Music - Lecture Notes in Computer Science*, Berlin, v.7937, pp. 1-18.
- AMIOT, Emmanuel. 2018. *Music through Fourier Space: Discrete Fourier Transform in Music Theory*. Springer.
- BERNARDES, Gilberto; COCHARRO, Diogo; CAETANO, Marcelo; GUEDES, Carlos; DAVIES, Matthew. 2016. A Multi-Level Tonal Interval Space for Modelling Pitch Relatedness and Musical Consonance. *Journal of New Music Research*, v.45 n.4, pp. 281-294.
- FERGUSON, Sean; PARNCUTT, Richard. 2004. Composing in the Flesh: Perceptually Informed Harmonic Syntax. *Proceedings of Sound and Music Computing*.
- LEWIN, David. 1959. Re: Intervallic Relations between Two Collections of Notes. *Journal of Music Theory*, v.3 n.2, p. 298-301.
- LEWIN, David. 2001. Special Cases of the Interval Function between Pitch-Class Sets X and Y. *Journal of Music Theory*, v.45 n.1, p. 1-29.
- PEREIRA, Samuel. 2020. *A Sintaxe Harmónica Atonal no Espaço de Fourier: Para Uma Representação Esférica das Fases*. Dissertação (Mestrado em Multimédia), Universidade do Porto, Porto.
- QUINN, Ian. 2006-7. General Equal-Tempered Harmony (in two parts). *Perspectives of New Music*, v.44 n.2; v.45 n.1, pp. 114-159; pp. 4-63.
- ROHRMEIER, Martin; PEARCE, Marcus. 2018. Musical Syntax I: Theoretical Perspectives. In: *Springer Handbook of Systematic Musicology*, pp. 473-486.
- THORNDIKE, Robert. 1953. Who Belong in the Family? *Psychometrika*, v.18 n.4, pp. 267-276.
- YUST, Jason. 2015. Schuberts Harmonic Language and Fourier Phase Space. *Journal of Music Theory*, v.59 n.1, pp. 121-181.
- YUST, Jason. 2016. Special Collections – Renewing Set Theory. *Journal of Music Theory*, v.60 n.2, pp. 213-262.
- YUST, Jason. 2020. Generalized Tonnetze and Zeitnetze, and the Topology of Music Concepts. *Journal of Mathematics and Music*, pp. 1-35.