

# O cuboctaedro como instrumento de análise e visualização do espaço musical em Coltrane e Berg

Dennis Carvalho  
Universidade Federal da Bahia  
[dennisufba@yahoo.com](mailto:dennisufba@yahoo.com)

**Resumo:** No presente trabalho, abordaremos assuntos relacionados a conceitos de geometria aplicada em música analisando trechos de algumas obras estruturadas a partir do uso de micro e/ou macroestruturas simétricas. Investigaremos também, através do cuboctaedro, algumas relações existentes entre estruturas inversivamente simétricas de diferentes cardinalidades explorando assuntos como Modos de Transposição Limitada (MTL), Ciclos Intervalares (CI) e Teoria Neo-Riemanniana (TNR).

**Palavras-chave:** Cuboctaedro. Geometria da Música. Teoria Neo-Riemanniana. *Suíte Lírica*. *Giant Steps*.

## The Cuboctahedron as an Instrument of Analysis and Visualization of Musical Space in Coltrane and Berg

**Abstract:** In the present work, we will approach subjects related to concepts of applied geometry in music, analyzing excerpts of some works structured from the use of symmetrical micro and/or macrostructures. We will also investigate, through the cuboctahedron, some existing relationships between inversely symmetrical structures of different cardinalities exploring subjects such as Modes of Limited Transposition (MTL), Interval Cycles (CI) and Neo-Riemannian Theory (TNR).

**Keywords:** Cuboctahedron. Geometry of Music. Neo-Riemannian Theory. “Lyric Suite”. *Giant Steps*.

## 1. Introdução

Os experimentos feitos pelos compositores ao longo do Século XX nos trazem uma enorme variedade de formas de aplicação das escalas (coleções) e novas abordagens de exploração do espaço musical (mod12) como um todo. Uma vez influenciados pelo extremo cromatismo Wagneriano praticado na segunda metade do Século XIX alguns compositores passaram a explorar o espaço de classes de notas (*pitch class space*) buscando centralizações através de técnicas composicionais ligadas aos aspectos simétricos dos materiais utilizados na estruturação das suas obras. Alguns destes

compositores despertaram a atenção também para a simetria radial e/ou axial<sup>1</sup> presentes nos sete Modos de Transposição Limitada (MTL)<sup>2</sup> listados e organizados por Olivier Messiaen em “*Technique de Mon Langage Musical*” (1944). Arnold Schoenberg, Anton Webern e Alban Berg despertaram um interesse especial pelos aspectos simétricos de alguns hexacordes combinatoriais absolutos<sup>1</sup>. Webern explora o hexacorde combinatorial absoluto 6-1 (012345) na Op.27-1 “Variações Para Piano” buscando sonoridades mais “atonais”. Schoenberg explora o hexacorde combinatorial absoluto 6-7 (012678) no seu Op. 50b, “*Psalm 130, De profundis*”. Berg, por sua vez, na sua *Suíte Lírica*, além de explorar o hexacorde combinatorial absoluto 6-32 (024579) como ponto de partida para a construção da série, explora também concatenações do hexacorde 6-32 com o hexacorde 6-7 (012678) transitando entre os dois universos (atonal e tonal) através do uso de subconjuntos inversivamente simétricos também provenientes do universo diatônico. Numa quantidade significativa de obras de alguns compositores do Século XX verificamos uma certa preocupação em se enfatizar os centros tonais através da exploração de diferentes áreas harmônicas, não só a partir do uso de materiais advindos do sistema tonal, mas também através do uso da simetria implícita em alguns conjuntos ou coleções referenciais estáveis<sup>2</sup> como a coleção (escala) hexatônica de tons

---

<sup>1</sup> No espaço de classes de notas (*pitch class space*), a simetria radial se dá através da transformação geométrica ou mapeamento de um dado conjunto nele mesmo por rotação ou transposição – chamaremos aqui de simetria transpositiva. No espaço de classes de notas (*pitch class space*), a simetria axial se dá através da transformação geométrica ou mapeamento de um dado conjunto nele mesmo por inversão ou reflexão – chamaremos aqui de simetria inversiva.

<sup>2</sup> Modos que são capazes de mapearem-se inteiramente neles mesmos sobre transposição e inversão. Estes modos podem nos oferecer interessantes conexões entre diferentes estruturas harmônicas exploradas num contexto tonal ou não. Através da lista de classes de conjuntos de Allen Forte em “*The Structure of Atonal Music*” (1973) podemos identificar os sete MTL como: 6-35 (02468A), 8-28 (0134679A), 9-12 (01245689A), 8-9 (01236789), 6-7 (012678), 8-25 (0124678A) e (012346789A).

<sup>1</sup> Hexacordes que satisfazem os quatro tipos de combinatoriedades (O, R, I, RI) para um ou mais valores de  $n$  (Tn, In, RIn) produzindo o agregado (mod12). (Ourives, 2017, p. 121) afirma que: “Diante das restrições das combinatoriedades O e I somente conjuntos que dividem o agregado-12 em partes iguais podem ser assim devidamente classificados: bicordes, tricordes, tetracordes, hexacordes.”

<sup>2</sup> Conjuntos simétricos que contribuem para uma estruturação harmônica baseada em centros. Segundo Straus (2000), mesmo sem os recursos da tonalidade, a música pode ser organizada em torno de centros

inteiros 6-35 (02468A), hexatônica aumentada 6-20 (014589), octatônica 8-28 (0134679A) e a eneatônica 9-12 (01245689A) – todas estas coleções referenciais estão presentes na lista dos MTL de Messiaen.

A intenção do presente trabalho é propor uma reflexão de como alguns conjuntos simétricos podem ser organizados na estrutura tridimensional do cuboctaedro e de que maneira a visualização da estrutura simétrica do cuboctaedro pode vir a ser útil para a compreensão das relações entre conjuntos de diferentes cardinalidades – não necessariamente simétricos – assim como desvelar, também, de que forma alguns procedimentos composicionais – tonais ou não tonais – podem estar ligados a assuntos como Modos de Transposição Limitada (MTL), Ciclos Intervalares (CI) e Teoria Neo-Riemanniana (TNR) no espaço de classe de notas (mod12). No decorrer deste artigo, fruto de uma pesquisa ainda em andamento, investigaremos de que modo algumas estruturas de conjuntos cíclicos utilizados por Alban Berg e John Coltrane podem ser visualizados tridimensionalmente no cuboctaedro procurando desvelar parte de alguns dos processos compositivos destes compositores.

## 2. Estrutura do cuboctaedro e análises

O cuboctaedro é um dos sólidos Arquimedianos obtidos através do truncamento tipo 1<sup>3</sup>. Veja na Figura 1, o cuboctaedro inscrito no cubo à esquerda e no octaedro à direita. Observe também as truncaturas realizadas nestes dois poliedros platônicos duais<sup>4</sup> originando o cuboctaedro no centro da figura.

O cuboctaedro é uma estrutura extremamente equilibrada possuindo 14 faces (6 quadradas e 8 triangulares) estruturadas através de 24 arestas idênticas e

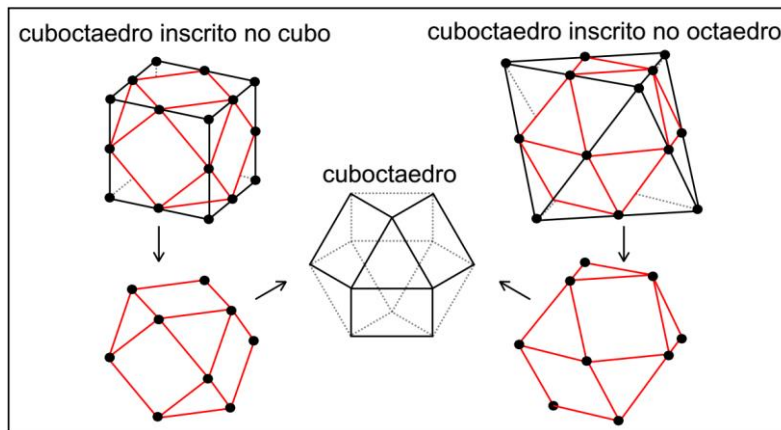
---

referenciais. As coleções, diatônica, octatônica e de tons inteiros são provavelmente as coleções referenciais mais importantes na música pós-tonal, mas há outras também.

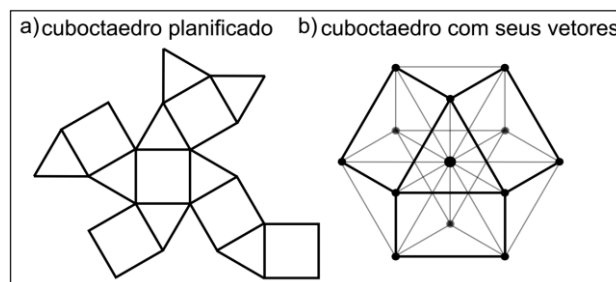
<sup>3</sup> Truncamento onde os cortes dos cantos dos poliedros se realizam por planos que passam pelos pontos médios das arestas do poliedro ou sólido platônico de partida – que neste caso tanto pode ser o cubo como o octaedro.

<sup>4</sup> Em geometria os poliedros estão associados aos pares (chamados duais) onde os vértices de um inscrevem às faces do outro. O dual do cubo é o octaedro e o dual do octaedro é o cubo.

conectadas por 12 vértices, como podemos ver mais claramente na planificação bidimensional da sua estrutura na Figura 2a. Observe que todos os 12 vetores do cuboctaedro possuem as mesmas dimensões das arestas e os vértices se convergem para o centro da estrutura através dos vetores de forma extremamente equilibrada como podemos verificar na Figura 2b.



**Figura 1:** Troncaturas do cubo e do octaedro<sup>5</sup>.

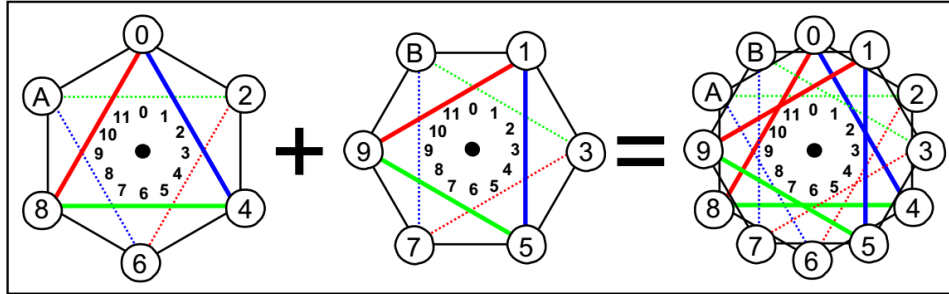


**Figura 2:** Planificação e vetores do cuboctaedro.

Para explorarmos a estrutura tridimensional do cuboctaedro nas nossas análises, precisamos atribuir para cada um dos 12 vértices uma das 12 classes de notas de modo que fiquem organizadas simetricamente em torno do eixo de simetria do *clockface* interno do cuboctaedro. Para que isto ocorra de forma coerente, levamos em consideração a utilização do hexacorde combinatorial absoluto 6-35 (tons inteiros), primeiro MTL da lista de Messiaen, em suas duas transposições possíveis preenchendo o espaço de classe de notas com os seus dois únicos membros distintos T0I (02468A) e

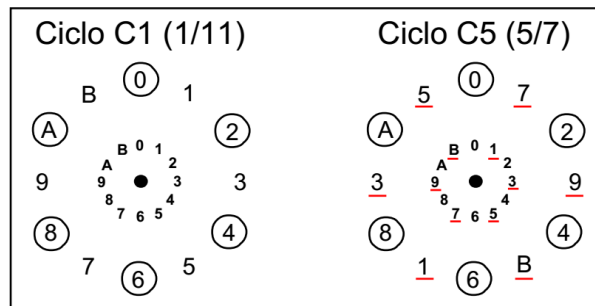
<sup>5</sup> Caso não haja referência, todas as figuras são de autoria do presente autor.

T1I (13579B). Estas duas transposições da coleção de tons inteiros são formadas pela concatenação de duas tríades aumentadas cada: (048) com (26A), e (159) com (37B) como no exemplo da Figura 3.



**Figura 3:** Duas transposições possíveis da coleção de tons inteiros no clockface.

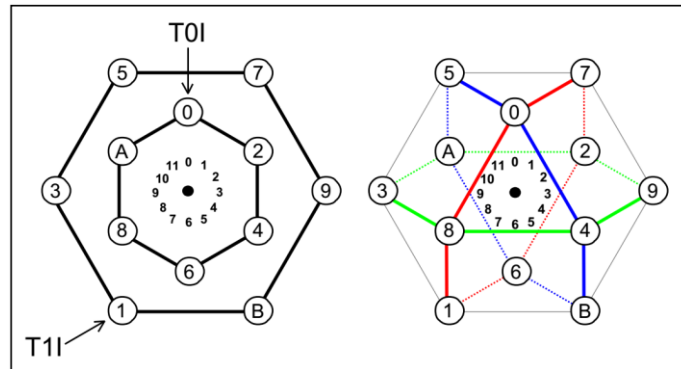
Atribuímos três cores distintas (vermelho, azul e verde) para cada aresta que conecta os pares de díades adjacentes dos seguimentos de ciclo de terça maior/sexta menor C4 (4/8). Desta forma conseguiremos identificar mais facilmente os relacionamentos entre conjuntos de maiores e menores cardinalidades ao longo das nossas análises. Em seguida, fundimos dois *clockfaces*: um sobre o ciclo de segunda menor/sétima maior C1 (1/11) e outro sobre o ciclo de quarta justa/quinta justa C5 (5/7) como observamos no exemplo da Figura 4.



**Figura 4:** Ciclo C1 (1/11) e C5 (5/7) no clockface.

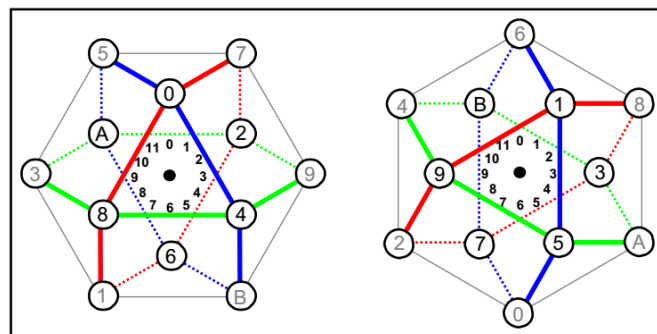
Observe que no ciclo C5 (5/7) temos uma permutação do trítono envolvendo as classes de notas (1-7, 3-9 e 5-B) que não pertencem à primeira coleção de tons inteiros T0I (02468A). Veja no exemplo da Figura 5, como ampliamos visualmente a coleção de tons inteiros que está a T1I (13579B) e como interligamos os 12 vértices

através das arestas coloridas das duas transposições resultando na estrutura do cuboctaedro já em uma perspectiva tridimensional.



**Figura 3:** Cuboctaedro em perspectiva tridimensional.

Se continuarmos com as cores atribuídas aos seguimentos das arestas, dando uma volta completa no cuboctaedro, encontraremos três instâncias do hexacorde combinatorial absoluto 6-7 (quinto MTL de Messiaen). Em vermelho temos o hexacorde 6-7 (012678), em azul o hexacorde 6-7 (456AB0) e em verde o hexacorde 6-7 (23489A). Veja no exemplo da Figura 6, que basta “transpormos” o cuboctaedro a T1I – como procedemos anteriormente com as duas únicas transposições possíveis da coleção de tons inteiros 6-35 – para obtermos os outros três membros restantes da classe de conjuntos 6-7: o quarto hexacorde 6-7 (123789) em vermelho, o quinto hexacorde 6-7 (567B01) em azul e o sexto hexacorde 6-7 (3459AB) em verde. Desta forma conseguimos visualizar as conexões e invariâncias existentes entre todos os membros do conjunto 6-7 no espaço de classe de notas (mod12).



**Figura 6:** Membros do conjunto 6-7 no cuboctaedro.

Se observarmos mais atentamente, ainda na Figura 6, conseguiremos visualizar de que maneira as invariâncias existentes entre os membros do conjunto 6-7 são conectadas por notas da coleção de tons inteiros – este é um dado extremamente importante. Na primeira figura à esquerda temos a coleção de tons inteiros 6-35 (02468A) conectando o hexacorde 6-7 (012678) em vermelho, o hexacorde 6-7 (456AB0) em azul e o hexacorde 6-7 (23489A) em verde. Já na figura à direita temos a segunda instância da coleção de tons inteiros 6-35 (13579B) conectando os outros três membros do hexacorde 6-7: o hexacorde 6-7 (123789) em vermelho, o hexacorde 6-7 (567B01) em azul e o hexacorde 6-7 (3459AB) em verde. Observe que, a partir do primeiro contato visual com a estrutura do cuboctaedro, já conseguimos enxergar conexões e invariâncias entre hexacordes de uma mesma família com eles mesmos e também com hexacordes de outras famílias distintas. Se levarmos em consideração os subconjuntos e superconjuntos envolvidos enxergaremos também as invariâncias e conexões entre conjuntos de diferentes cardinalidades.

Por se tratar de uma estrutura tridimensional, precisamos levar em consideração os diversos pontos de vista simétricos “úteis” disponíveis no cuboctaedro. Consideramos, à priori, três pontos de vista úteis (ângulos visuais simétricos) aos quais acessaremos através das rotações em torno do eixo de simetria da estrutura. Neste ponto não devemos confundir rotação com transposição ou inversão. O sentido de rotação, neste caso, está ligado ao ângulo de visualização (perspectiva) da estrutura tridimensional. Observe no exemplo da Figura 7 que proponho três opções básicas e distintas de visualização da estrutura às quais trataremos aqui como pontos de vista simétricos (PVS) 01, 02 e 03 respectivamente.

Assim que analisamos os três pontos de vista úteis nos deparamos imediatamente com três conjuntos simétricos importantes e de diferentes cardinalidades. No PVS-01, se eliminarmos a tríade aumentada 3-12 (048), obteremos o conjunto 9-12 (terceiro MTL de Messiaen), no PVS-02 o conjunto 7-Z17 (subconjunto

do conjunto 9-12 e que corresponde ao hexágono que representa as conexões entre as tríades maiores e menores no *Chicken-wire Torus*)<sup>6</sup> e no PVS-03 o conjunto 8-26 (89B01346) – é importante salientar que o conjunto 8-26 pode ser interpretado como uma fusão de algumas escalas (coleções) importantes. As quatro únicas transposições do conjunto 9-12 disponíveis correspondem justamente aos quatro *EneaCiclos*<sup>7</sup> Neo-Riemannianos como conferimos no exemplo da Figura 8.

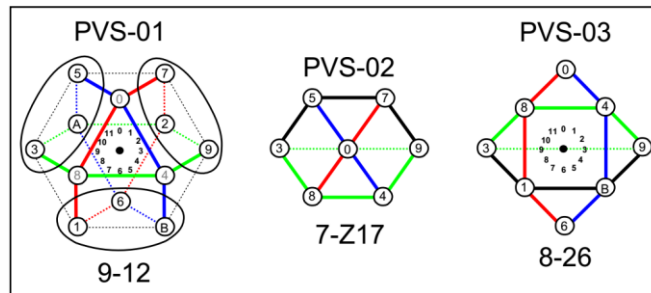


Figura 7: Três pontos de vista simétricos úteis.

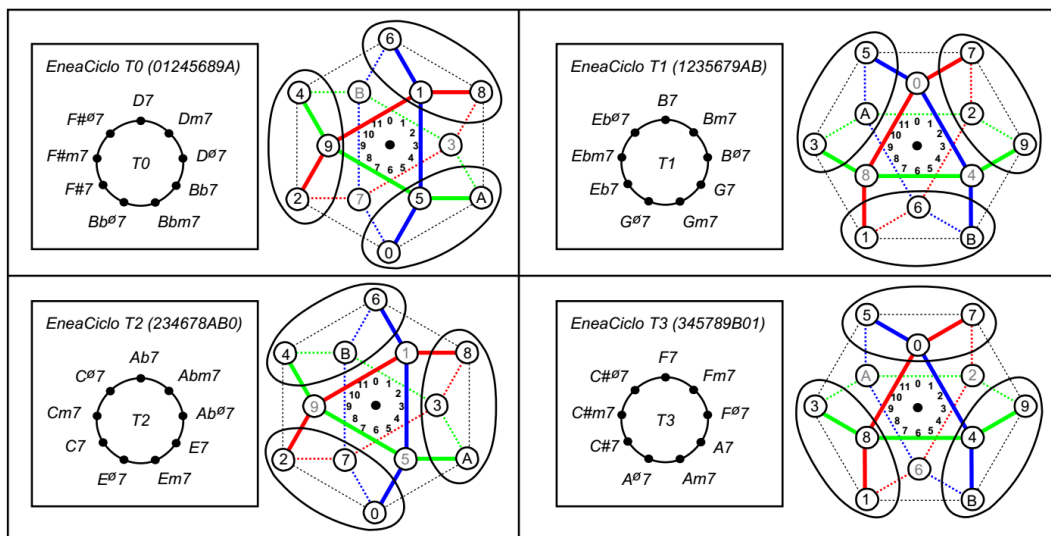


Figura 4: Conjunto dos quatro *EneaCiclos* Neo-Riemannianos no cuboctaedro.

<sup>6</sup> As relações entre os modos de transposição limitada e as tríades maiores e menores podem ser representadas através do *Chicken-wire Torus*. Nele podemos visualizar as três transformações P, L e R realizadas através das linhas que conectam os acordes em teoria Neo-Riemanniana.

<sup>7</sup> Os *EneaCiclos* são grafos parcimoniosos que nos revelam os encadeamentos que envolvem tétrades (m7, 7 e m7b5) formadas pelas permutações das classes de intervalos 2, 3, 3, e 4 a partir das relações  $P1,0$  e  $P0,1$  em teoria Neo-Riemanniana. As relações parcimoniosas entre dois conjuntos são representadas através da expressão  $Pm,n$ . O  $m$  representa a quantidade de pares de classes de notas incomuns existentes nos acordes e que estão a uma distância de classe de intervalo 1 (semitom) dos seus respectivos pares, e  $n$  representa a quantidade de pares de classes de notas incomuns existentes nos acordes e que estão a uma distância de classe de intervalo 2 (tom).



Podemos obter uma melhor estruturação do espaço musical a partir do estudo das relações de encadeamento entre conjuntos de maiores cardinalidades e os seus respectivos subconjuntos. No seu artigo “*The Consecutive-SemiTone Constraint on Scalar Structure: A Link Between Impressionism and Jazz*”, (1997), Dmitri Tymoczko argumenta sobre o que ele mesmo denomina de “escalas importantes”. Para Tymoczko são sete as escalas importantes: escala maior/menor 7-35, escala menor harmônica 7-32a, maior harmônica 7-32b, menor melódica 7-34, a hexatônica de tons inteiros 6-35, a hexatônica aumentada 6-20 e a octatônica 8-28.

Berg, na sua *Suíte Lírica*, além de lançar mão da sobreposição de dois seguimentos de ciclo C5 (5/7) de forma intercalada, também constrói a sua série principal (5409728136AB) a partir da concatenação dos hexacordes combinatoriais absolutos 6-32 e 6-7 como observamos na Figura 9. No primeiro compasso da *Suíte Lírica*, Berg explora três áreas distintas através de três tetracordes quartais: o tetracorde 4-23 (0257), o tetracorde 4-23 (469B) e o tetracorde 4-23 (8A13) – o tetracorde quartal é subconjunto do hexacorde 6-32, das escalas (coleções) 7-35 (maior/menor), 7-34 (menor melódica), 7-32 (menor harmônica ou maior harmônica), 8-26 (fusão de algumas escalas importantes) e 9-11 (fusão de todas as escalas importantes exceto alguns MTL).

Na estrutura da série principal da matriz dodecafônica, podemos particionar a série em tetracordes combinatoriais absolutos e em tricordes com as mesmas características concatenados internamente em estruturas inversivamente simétricas como os acordes de sétima 4-20 (maior com sétima maior) e 4-26 (menor com sétima menor) além de extrapolar também para a escala diatônica maior. Veja no exemplo da Figura 10.

Algo semelhante acontece em *Giant Steps*. Na melodia do tema principal Coltrane utiliza a eneatônica 9-12 (1235679AB) harmonizando a melodia em três áreas tonais distintas (sugeridas pelo *EneaCiclo* T3) e separadas pelo seguimento de ciclo C4

(4/8) onde temos a presença dos acordes de Am7, Fm7 e C#m7 realizando a cadência IIm7 - V7 - I7M para os centros tonais de Sol, Mib e Sí como no exemplo da Figura 11.

**Matriz Dodecafônica**

5	4	0	9	7	2	8	1	3	6	A	B
6	5	1	A	8	3	9	2	4	7	B	0
A	9	5	2	0	7	1	6	8	B	3	4
1	0	8	5	3	A	4	9	B	2	6	7
3	2	A	7	5	0	6	B	1	4	8	9
8	7	3	0	A	5	B	4	6	9	1	2
2	1	9	6	4	B	5	A	0	3	7	8
9	8	4	1	B	6	0	5	7	A	2	3
7	6	2	B	9	4	A	3	5	8	0	1
4	3	B	8	6	1	7	0	2	5	9	A
0	B	7	4	2	9	3	8	A	1	5	6
B	A	6	3	1	8	2	7	9	0	4	5

Ciclo C5 (5/7) { 5 5 5 5 5 5 5 5 }  
 6 A B | 5 4 0 9 7 2 | 8 1 3 6 A B | 5 4 0

6-32 6-32 6-7 6-7 6-7

1. Geige  
2. Geige  
Bratsche  
Violoncello

4-23 (0257) 4-23 (469B) 4-23 (8A13) 6-32 (79B024)

Figura 5: *Suíte Lírca* e concatenação dos hexacordes 6-32 e 6-7 no cuboctaedro.

	<b>5 4 0 9 7 2</b>	<b>8 1 3 6 A B</b>
F7M → 4-20 (5 4 0 9)		(3 6 A B) 4-20 ← B7M
Am7 → 4-26 (4 0 9 7)		(1 3 6 A) 4-26 ← Ebm7
Quartal → 4-23 (0 9 7 2)	(8 1 3 6)	4-23 ← Quartal
Combinatorial Absoluto → 4-9 (7 2	8 1)	
Combinatorial Absoluto → 4-6 (9 7 2	8)	
Combinatorial Absoluto → 4-6 (2	8 1 3)	
Maior/Menor → 7-35	<b>B 5 4 0 9 7 2</b>	

Figura 6: Tetracordes da série principal da *Suíte Lírca*.

The figure displays a sequence of chords and fingerings for a Giant Steps exercise. The chords are: I7M B7M, V7 D7, I7M G7M, V7 Bb7, I7M Eb7M, IIm7 Am7, V7 D7, I7M G7M, V7 Bb7, I7M Eb7M, V7 F#7, I7M Bb7M, IIm7 Fm7, V7 Bb7, I7M Eb7M, IIm7 Am7, V7 D7, I7M G7M, IIm7 C#m7, V7 F#7, I7M B7M, IIm7 Fm7, V7 Bb7, I7M Eb7M, IIm7 C#m7, V7 F#7.

The diagrams below illustrate the harmonic relationships:

- Eneatônica 9-12 (1235679AB):** Shows three 3-9 chord shapes: 3-9 (35A), 3-9 (792), and 3-9 (B16).
- Pentatônica 5-35 e Tetracorde 4-26:** Shows two 5-35 chord shapes: 5-35 (8A035) Fm7 and 5-35 (02479) Am7, along with the 5-35 (468B1) C#m7.

Figura 7: Relações harmônicas de *Giant Steps*.

Observe que através da visualização da estrutura do PVS-01 no cuboctaedro constatamos a presença de três pentatônicas: 5-35 (02479), 5-35 (8A035) e 5-35 (468B1) relacionadas aos acordes de subdominante (Am7, Fm7 e C#m7). Muitos improvisadores fazem uso dessas relações para o início dos estudos de improvisação sobre a harmonia de *Giant Steps* explorando cada região individualmente através das pentatônicas 5-35 e extrapolando das pentatônicas para as escalas maiores e menores além de outras escalas como tons inteiros, menor melódica, menor harmônica, maior harmônica, octatônica. Fusões de escalas também são exploradas como no *Jazz Bebop* – o conjunto 8-26, por exemplo, pode ser construído a partir da fusão da escala menor natural com a escala menor harmônica. Como vimos anteriormente, o conjunto 8-26 pode ser representado geometricamente através do PVS-03 do cuboctaedro. A simetria do PVS-01 também nos possibilita uma visualização rápida e clara do hexacorde 6-20, e as quatro únicas transposições possíveis (mod12) deste conjunto correspondem justamente

aos quatro *HexaCiclos*<sup>8</sup> Neo-Riemannianos. Um dado interessante é que as notas das seis tríades do hexágono do *Chicken-wire Torus* resultam no subconjunto inversivamente simétrico 7-Z17 – subconjunto da eneatônica 9-12 e que corresponde exatamente à estrutura do nosso PVS-02 como podemos observar na Figura 12.

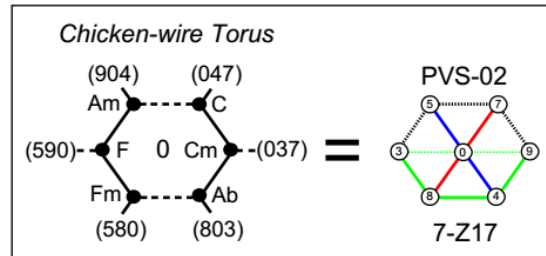


Figura 8: Fragmento do *Chicken-wire Torus*.

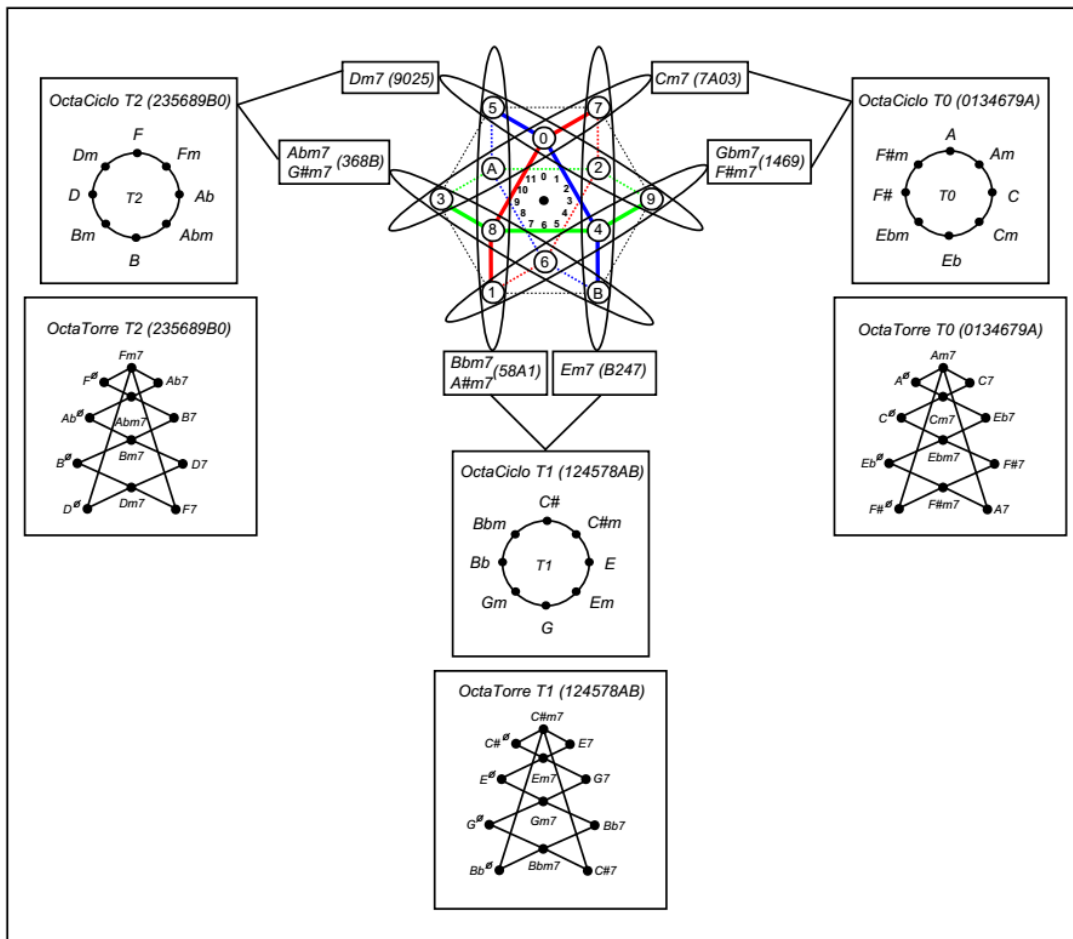


Figura 9: Conjunto dos três *OctaCiclos* e suas respectivas *OctaTorres* Neo-Riemannianas no cuboctaedro.

<sup>8</sup> Os *HexaCiclos* são grafos parcimoniosos construídos a partir das relações de encadeamento  $P1,0$  e  $P0,1$  entre as seis tríades maiores e menores presentes da coleção hexatônica 6-20 (014589).

O número que fica localizado no centro do hexágono é dado pela nota compartilhada por todas as seis tríades maiores e menores que compõe o mesmo. Veja no exemplo da Figura 13 que se continuarmos explorando a simetria do PVS-01 encontraremos também o conjunto 8-28 (segundo modo MTL de Messiaen). As três únicas transposições do conjunto 8-28 possíveis (mod12) correspondem justamente aos três *OctaCiclos*<sup>9</sup> Neo-Riemannianos.

### 3. Considerações finais

No decorrer deste trabalho investigamos como conjuntos de classes de notas podem ser visualizados tridimensionalmente através do cuboctaedro e como este poliedro Arquimediano pode vir a ser útil para a compreensão das relações entre estruturas de diferentes cardinalidades. O cuboctaedro também pode ser útil para gerar material pré-compositivo através da visualização das invariâncias e das conexões entre os diversos conjuntos. Através da planificação do cuboctaedro podemos visualizar as diversas relações harmônicas funcionais desvelando procedimentos, não só composicionais, mas também, ligados à área da improvisação associando o uso de escalas “familiares” como a escala maior, menor melódica, menor harmônica, maior harmônica, com escalas simétricas através de assuntos como Modos de Transposição Limitada, Ciclos Intervalares e Teoria Neo-Riemanniana no espaço de classe de notas (mod12).

### Referências

- COHN, Richard. 2012. *Audacious Euphony: Chromatic Harmony and the Triad's Second Nature*. New York: Oxford University Press.
- COHN, Richard. 2003. A Tetrahedral Graph of Tetrachordal Voice-Leading Space. *Music Theory Online*, v.9, n.4, p. 1–19. Disponível em: <https://mtosmt.org/issues/mto.03.9.4/mto.03.9.4.cohn.php>

---

<sup>9</sup> Os *OctaCiclos* são grafos parcimoniosos construídos a partir das relações de encadeamento  $P1,0$  e  $P0,1$  entre as oito tríades maiores e menores presentes da coleção octatônica 8-28 (0134679A).

- COHN, Richard. 1997. Neo-Riemannian Operations, Parsimonious Trichords, and Their ‘Tonnetz’ Representations. *Journal of Music Theory*, v.41, n.1, p. 1–66.
- COHN, Richard. 1996. Maximally Smooth Cycles, Hexatonic Systems, and the Analysis of Late-Romantic Triadic Progressions. *Music Analysis*, v.15, n.1, p. 9–40.
- DOUTHETT, Jack; STEINBACH, Peter. 1998. Parsimonious Graphs: A Study in Parsimony, Contextual Transformations, and Modes of Limited Transposition. *Journal of Music Theory*, v.42, n.2, p. 241-263.
- FORTE, Allen. 1973. *The Structure of Atonal Music*. New Haven: Yale University Press.
- LEWIN, David. 1983. Transformational Techniques in Atonal and Other Music Theories. *Perspectives of New Music*, v.21, p. 312-371.
- MESSIAEN, Olivier. 1944. *Technique De Mon Langage Musical*. Translated by John Statterfield. Paris: Alphonse Leduc.
- OLIVEIRA, Jamary. 2001. *Processador de Classe de Notas*. Disponível em: <http://www2.ufba.br/~jamarly>
- OURIVES, Natanael. 2017. *Combinatoriedade e Música: aplicações composicionais e a proposição de um livro-texto*. Tese (Doutorado em Música). Universidade Federal da Bahia.
- STRAUS, Joseph. 2005. Voice Leading in Set-Class Space. *Journal of Music Theory*, v.49, n.1, p. 45-108.
- STRAUS, Joseph. 2005. *Introduction to Post-Tonal Theory*. London: Prentice-Hall.
- TYMOCZKO, Dmitri. 2011. *The Geometry of Music: Harmony and Counterpoint in the Extended Common Practice*. New York: Oxford University Press.
- TYMOCZKO, Dmitri. 2008. Scale Theory, Serial Theory and Voice Leading. *Music Analysis*, v.27, n.1, p. 1-49.
- TYMOCZKO, Dmitri. 2004. Scale Networks and Debussy. *Journal of Music Theory*, v.48, n.2, p. 219-294.
- TYMOCZKO, Dmitri. 1997. The Consecutive-Semitone Constraint on Scalar Structure: A Link between Impressionism and Jazz. *Intégral*, v.11, p. 135-179.