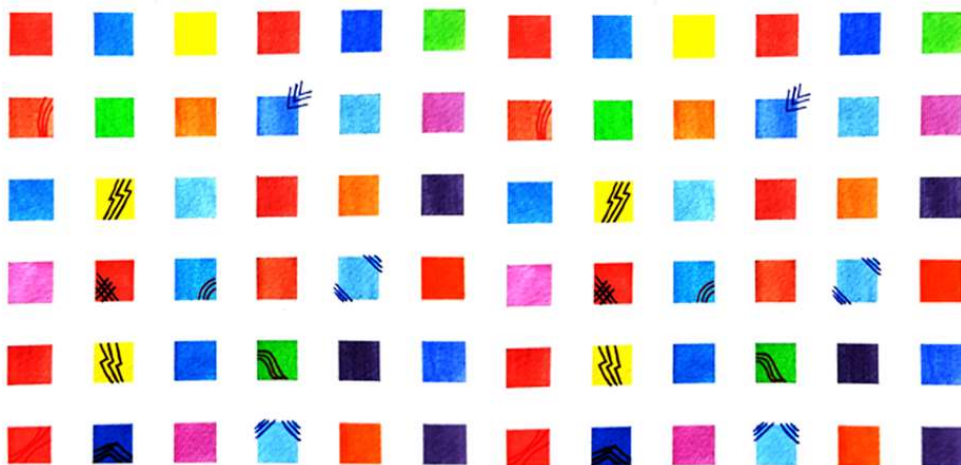




Programa de Pós-Graduação em Música
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Anais do VI Congresso
Internacional de Música e Matemática
Homenagem a Arnold Schoenberg

(edição 2021)
ISSN: 2594-9128



Rio de Janeiro, 2022



Anais do VI Congresso Internacional de Música e Matemática. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola de Música, Programa de Pós-Graduação em Música, 2022.

ISSN: 2594-9128

Universidade Federal do Rio de Janeiro

COMISSÃO CIENTÍFICA

Carlos Almada (UFRJ) | Ciro Visconti (Souza Lima) | Gabriel Pareyon (Universidad de Guadalajara) | Guilherme Bertissolo (UFBA) | Daniel Moreira de Sousa (UFRJ) | Julio Herrlein (UFRGS) | Liduino Pitombeira (UFRJ) | Marcos Sampaio (UFBA) | Rodolfo Coelho de Souza (USP) | Rodrigo Schramm (UFRGS) | Walter Nery (Souza Lima) | Hugo Carvalho (UFRJ) | Carlos Mathias (UFF) | Robert Morris (Eastman School of Music) | Paulo de Tarso Salles (USP)

COMISSÃO ORGANIZADORA

Carlos Almada (UFRJ) | Daniel Moreira de Sousa (UFRJ) | Hugo Tremonte de Carvalho (UFRJ) | Liduino Pitombeira (UFRJ) | Ariane Petri (UFRJ)

CORPO EDITORIAL DOS ANAIS

Carlos Almada (UFRJ) | Daniel Moreira de Sousa (UFRJ) | Liduino Pitombeira (UFRJ) | Hugo Carvalho (UFRJ) | Carlos Mathias (UFF) | Cecilia Saraiva (UNIRIO)

APRESENTAÇÃO

Na sexta edição do Congresso MusMat foi realizada em outubro de 2021, novamente de forma remota devido à pandemia da Covid-19. Essa modalidade permitiu a participação de pesquisadores e interessados de diferentes lugares do mundo. Neste volume dos anais, publicamos os 13 artigos que foram submetidos ao congresso e apresentados nas sessões de comunicação.

Grupo MusMat 2022

SUMÁRIO

Desvendando o enigma derivativo: uma aplicação do Modelo De Análise Derivativa de Carlos Almada _____	1
Ana Miccolis, Ariane Petri, Luiz Stellfeld Monteiro, Max Kühn e Pedro Zisels	
Análise intravetorial: breve revisão e relações gráficas em operações de substituição _____	13
André Codeço dos Santos	
Rosemary Brown's "New Scale" and the Property K _____	25
Érico Bomfim e Carlos Almada	
Uma implementação eficiente em Python de um algoritmo de separação de fontes sonoras _____	34
Natanael Luciano de Matos e Hugo Tremonte de Carvalho	
Análise dos materiais melódicos da canção <i>Gute Nacht</i> a partir do Modelo de Análise Derivativa de Carlos Almada _____	46
Luiz Stellfeld Monteiro	
Game of Tones: A Simple Schoenbergian Serial Music-Making Model __	59
José Fornari	
Hauer Tropes as Clockface Diagrams: Dialogs among Forte, Carter and Šedivý _____	70
Julio Herrlein	
<i>Serial Keeper</i> : um audiogame simples de rememoração de padrões atonais _____	83
Leonardo Porto Passos e José Fornari	
O <i>Modelo de Análise Derivativa</i> aplicado ao planejamento composicional com uma <i>Grundgestalt</i> a partir de <i>Pluft, o Fantasminha</i> de Tom Jobim _____	95
Ana Miccolis	
<i>Orí Odára</i> : Investigação acerca dos Materiais Composicionais da Obra e a Dualidade entre Ritmos e Alturas. _____	113
Luiz Stellfeld Monteiro	

Uma proposta de tridimensionalidade aos pontos de distorção no contexto da teoria do domínio sonoro _____	122
André Codeço dos Santos	
An Intervallic Approach to Tone Rows: <i>SerialGen</i> , a Twelve-Tone Row Generator _____	132
Marco Feitosa, Raphael Sousa Santos e Luan Simões Cardoso	
Interactions between Derivative Teleology and Form in Dušan Bogdanović's Study I _____	144
Ricardo de Almeida Gonçalves	

Desvendando o enigma derivativo: uma aplicação do Modelo De Análise Derivativa de Carlos Almada

Ana Miccolis
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)
anamiccolis@yahoo.com.br

Ariane Petri
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)
ariapet@gmail.com

Luiz Stellfeld
Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR)
monteiro1794@gmail.com

Max Kühn
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)
maxkuhn@ufrj.br

Pedro Zisels
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)
pedrozramos@gmail.com

Robert Moura
Universidade Estadual de Minas Gerais (UEMG)
robertmoura@gmail.com

Resumo: O presente artigo apresenta seis soluções para um enigma musical através da aplicação do *Modelo de Análise Derivativa* (MDA) desenvolvido por Carlos Almada (2020b). O enigma proposto consiste na conexão de dois fragmentos musicais: o primeiro, um trecho da canção *Asa Branca*, de Luiz Gonzaga e Humberto Teixeira; e o segundo, uma derivação do precedente, obtido através da aplicação de operações transformacionais do MDA. As soluções buscam utilizar no máximo cinco operações em cada domínio (alturas e durações/métrica).

Palavras-chave: Modelo de análise derivativa. Variação progressiva. Teoria transformacional. Grundgestalt. Enigmas musicais.

Solving the Derivative Puzzle: An Application of the Model of Derivative Analysis by Carlos Almada

Abstract: This article presents six solutions to a musical puzzle through the application of the *Model of Derivative Analysis* (MDA) developed by Carlos Almada (2020b). The proposed enigma consists in the connection of musical fragments: the first, an excerpt from the Brazilian traditional song *Asa Branca*, by Luiz Gonzaga and Humberto Teixeira; and the second, a derivation of the precedent through the transformational operations of the MDA. The solutions aim to use a maximum of five operations in each domain (pitch and time).

Keywords: Model of derivative analysis. Developing variation. Transformational theory. Grundgestalt. Musical puzzles.

1. Introdução

O presente trabalho surgiu no âmbito de uma disciplina ministrada pelo professor Dr. Carlos Almada no Programa de Pós-Graduação em Música da Universidade Federal do Rio de Janeiro. A disciplina intitulada *Análise Derivativa: teoria e aplicações*, abordou três tópicos principais: (1) variação descontextualizada, como transformação de unidades básicas; (2) variação em função do tempo, associada aos princípios schoenberguianos da *Grundgestalt* e variação progressiva; e (3) aplicações analíticas, examinando obras organicamente construídas. Esses tópicos foram apresentados à luz da aplicação do *Modelo de Análise Derivativa* (doravante, MDA) proposto por Almada em seu livro *Musical Variation: Toward a Transformational Perspective* (2020b).¹ Uma das atividades propostas pelo professor consistiu na resolução de um *enigma musical* definido pelo seguinte enunciado: Dado que P e C são relacionados por variação, determine a menor trajetória derivativa possível entre eles (máximo de 5 etapas em cada domínio), considerando operações transformacionais. Dessa forma, o aluno deveria escolher as operações mais pertinentes para a conexão de dois segmentos musicais distintos (P de *parent*, pai; C de *child*, filho). A Figura 1 apresenta um resumo do enunciado.



Figura 1: Resumo do enunciado do enigma musical. O estudante deve propor uma trajetória através de transformações que conectem os dois fragmentos musicais (P → C) de acordo com operações derivadas do MDA.

O gesto musical que originou o segmento P foi derivado da melodia de uma clássica obra do cancionista popular brasileiro, o baião *Asa Branca* (Figura 2) composto por Luiz Gonzaga (1912-1989) e Humberto Teixeira (1915-1979) em 1947. Logo, P é uma transposição dos primeiros quatro compassos da canção para a tonalidade de Dó Maior e o último compasso sofre uma simplificação através da aglutinação dos últimos dois ataques.

Nosso objetivo é apresentar e detalhar seis soluções distintas propostas pelos estudantes para o enigma derivativo, baseadas nas operações transformacionais descritas pelo MDA. E ainda mencionar algumas interpretações alternativas que surgiram no processo de manipulação das operações.

¹ A fundamentação teórica do MDA será abordada em detalhes na próxima seção.



Figura 2: Asa Branca de Luiz Gonzaga e Humberto Teixeira (adaptado de GONZAGA, 2000, p. 19-20).

2. Pressupostos teóricos

A busca por soluções do enigma musical é baseada nos conceitos apresentados no livro de Almada que trata variação musical de uma perspectiva transformacional (ALMADA, 2020b). Conversando com os princípios da teoria transformacional (LEWIN, 1987; RINGS, 2011), o livro foca na investigação da natureza das relações entre uma ideia referencial musical e suas versões transformadas e oferece através do MDA, desenvolvido desde 2011 (ALMADA, 2019 e 2020a), uma formalização precisa e sistemática para descrever e rotular processos de desenvolvimento de variação e seus resultados.²

Partindo do entendimento que “[variação é] um tipo especial de ação ou ‘força’ que, quando aplicada a um objeto, é capaz de transformá-lo em outro objeto de tal forma que este último mantenha com aquele alguma relação (em qualquer grau) de semelhança” (ALMADA, 2020b, p. 5), o livro apresenta primeiramente variação na sua forma descontextualizada, foco deste trabalho, enquanto a segunda parte trata de variação no tempo, centrada nos princípios de *Grundgestalt* e variação progressiva.³

Um dos conceitos básicos do MDA é a *unidade de significação derivativa* (doravante UDS), uma sequência melódica curta, na qual a estrutura de alturas e a estrutura temporal desempenham um papel especial.⁴ Com isso, alturas e durações são classificadas como *domínios primários*.⁵ Uma UDS referencial denominada P é transformada em UDS C. Essa transformação pode ser expressa pela equação $C=V(P)$, sendo C uma transformação (derivação) de P pela ação da função genérica da variação V. A ideia derivada (variante) mantém uma relação de similaridade com P que se situa em algum ponto entre a duplicata exata (repetição) e a ideia de absoluto contraste.⁶

² Segundo Almada (2020, p. 2), o processo de formalização é inspirado nas ideias de David Lewin (1987) e alguns de seus seguidores, como Edward Gollin (2000), Darin Hoskinson (2006), além do já citado Steven Rings (2011).

³ Os conceitos de *Grundgestalt* e variação progressiva constam “entre as mais poderosas e abrangentes das formulações de Schoenberg nos campos da composição e análise” (ALMADA, 2020b, p. 1).

⁴ O conceito de UDS se assemelha com o que Schoenberg chama de *ideia* (ALMADA, 2020b, p. 9).

⁵ Dependendo da UDS, outros domínios (denominados secundários) podem ser considerados relevantes, como contexto harmônico, timbre, dinâmica, textura etc.

⁶ A alocação dessas variantes em um espaço derivativo reflete o impacto derivativo e permite a medição do grau de similaridade entre duas entidades musicais em uma escala de 0 (invariância) a 1 (divergência).

A interação sintática e ordenada dos três elementos P, V e C é chamada de *trabalho derivativo*, uma concepção de alto nível do processo de variação (ALMADA, 2020b, p. 11). O trabalho derivativo pode operar em dois níveis, o *holístico* e o *decomponível*. No nível holístico, V atua sobre uma estrutura considerada indivisível, enquanto no nível decomponível V se manifesta em um ou mais domínios isoladamente.

O processo de variação decomponível se inicia por abstrair a “essência” de cada domínio da UDS P. Em seguida se aplica a variação a este conteúdo abstraído, obtendo a derivação, e, por último, os domínios são reintegrados. Cada domínio é composto por estruturas internas complementares, denominadas *atributos*. O domínio das alturas possui cinco atributos (Figura 3a): p1, que descreve as alturas em notação MIDI (sendo 60 para o Dó3); p2, que descreve as classes de alturas (módulo 12); p3, que traz a sequência intervalar, descrita como intervalos ordenados entre notas; p4, que descreve o contorno melódico (segundo a concepção de Robert Morris (1987)) em sua representação algébrica e p5, que informa a distância intervalar entre o primeiro e o último evento.

O domínio das durações é formado por quatro atributos (Figura 3b): t1, que descreve a sequência das durações, expressas como múltiplos de uma unidade (por padrão, a semicolcheia); t2, que traz a sequência dos *inter-onset intervals*⁷ (IOI); t3, que descreve o contorno métrico - análogo ao contorno melódico, a partir da concepção proposta por Mayr e Almada (2017) - , atribuindo o número 0 ao evento com menor peso métrico, com aumento gradativo e t4, que informa o âmbito temporal, a soma das durações ocupadas pela UDS.

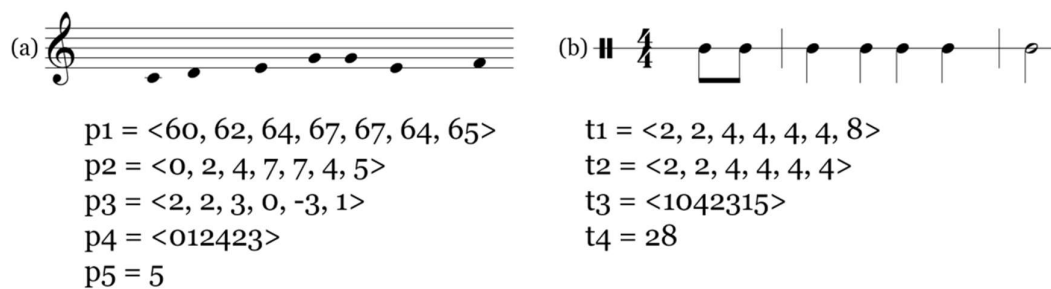


Figura 3: Atributos de altura (a) e atributos temporais (b) da UDS derivada de Asa Branca.

A função da variação acontece por operações transformacionais. Estas diferem nas suas classificações por atuarem em um ou mais domínios, por atingirem atributos distintos e por serem aplicadas de forma *normal* (se fazendo presente na UDS inteira), *mutacional* (agindo em determinado(s) evento(s) da UDS) ou *dual* (prevendo

A ferramenta da medição da similaridade integra a parte 1 do livro, mas não será abordada neste trabalho.

⁷ As durações *inter-onset intervals* são definidas como “as durações entre dois ataques consecutivos” (TOUSSAINT, 2013, p. 10), sem diferenciar se essa distância é preenchida somente por valores de notas ou por notas e pausas.

ambos os tipos de utilização). O repositório original de operações do livro (ALMADA, 2020b, p. 104) conta atualmente com 27 operações e é aberto à inclusão de novas. Servindo como exemplificação das operações, segue a descrição das operações utilizadas pelos autores nas diferentes soluções do enigma (Quadro 1). Os domínios, os atributos alvos e o escopo nos quais estas operações agem são evidenciados no Quadro 2.

Quadro 1: Operações utilizadas nas soluções, descrevendo a ação e suas abreviações.

Procedimento	Símbolo	Descrição da ação
Adição	ADD _x	adiciona x unidades de intervalo melódico ou duracional entre os elementos escolhidos
Alteração cromática	ALT _x	altera determinadas alturas cromaticamente, sendo * substituído pelo símbolo de mais (+) ou menos (-) para indicar a alteração ascendente ou descendente
Deleção	DEL	exclui um ou mais elementos internos de uma sequência de durações ou alturas
Deslocamento métrico	MTD _x	desloca a configuração métrica por x unidades
Inversão cromática	I	inverte a direção dos intervalos, considerando a escala cromática
Mudança de registro	OCT _x	leva as alturas selecionadas para a oitava acima (+) ou abaixo (-)
Permutação	PER	troca a ordem dos elementos indicados
Retrogradação	R	apresenta os elementos em ordem reversa
Rotação	ROT _x	retira x elementos do início da sequência, colocando-os ao final
Subdivisão	SPL	divide durações por padrão em duas metades, podendo se apresentar também em duas partes com uma subdivisão irregular
Subtração	SUB _x	subtrai x unidades do intervalo melódico ou duracional entre os elementos escolhidos
	SUB _x * [*]	subtrai x unidades do intervalo melódico ou duracional entre os elementos escolhidos, preservando o IOI, ou seja, acrescentando pausas aos elementos subtraídos
Transposição cromática	T _x	transpõe cromaticamente as alturas indicadas por x semitons

** Estas duas operações foram abstraídas de suas homônimas do modelo original, porém com interpretação diversa, o que será abordado adiante.*

Ao utilizar as transformações entre um estado da UDS e outro, a operação é indicada pela sua abreviação, seguida por um eventual símbolo complementar, e, entre aspas, o alvo (atributo e eventual escolha de determinados eventos).⁸

Quadro 2: Operações utilizadas nas soluções.

Operação	Domínio	Atributo alvo							Escopo			
		Símbolo	Altura	Tempo	p1	p3	t1	t2	t3	Normal	Mutacional	Dual
Adição	ADD	■	■		■		■					■
Alteração cromática	ALT	■			■					■		
Deleção	DEL	■	■		■		■			■		
Deslocamento métrico	MTD*		■						■			■
Inversão cromática	I	■				■						■
Mudança de registro	OCT	■			■						■	
Permutação	PER	■	■		■		■				■	
Retrogradação	R	■	■		■		■		■			
Rotação	ROT	■	■		■		■		■			
Subdivisão	SPL		■				■				■	
Subtração	SUB*	■	■			■		■				■
Transposição cromática	T	■			■							■

** Estas duas operações foram abstraídas de suas homônimas do modelo original, porém com interpretação diversa, o que será abordado adiante.*

O enigma musical descrito na parte introdutória deste trabalho é um experimento que elucida a variação descontextualizada e decomponível. Em seguida serão apresentadas as diferentes soluções encontradas pelos autores para chegar da UDS P à UDS C.

⁸ De acordo com esta terminologia, T₆ (p1, 6) descreve a operação de transposição cromática de seis semitons descendentes do sexto evento do atributo de alturas descrito em MIDI.

3. Soluções

A seguir elencamos cada uma das seis diferentes soluções encontradas por estudantes da disciplina.

3.1 Solução A

3.1.1 Domínio temporal

P → C1: deslocamento métrico (**MTD**) de toda a configuração em uma semicolcheia para a esquerda; C1 → C2: subdivisão (**SPL**) das duas semínimas correspondentes aos terceiro e quarto eventos, em semicolcheia seguida de colcheia pontuada, aumentando a cardinalidade em dois eventos; C2 → C3: deleção (**DEL**) dos segundo e terceiro eventos retorna a cardinalidade de C3 ao valor original (7); C3 → C4: permutação (**PER**) dos eventos 2 com 3 (Figura 4)

The figure displays two columns of musical notation. The left column shows transformations from the original piece (P) to C4, and the right column shows transformations from P to C6. Both columns are in 4/4 time.

Left Column (P to C4):

- P:** Original piece, 4/4 time, notes: G4, A4, B4, C5, D5, E5, F5, G5.
- C1:** MTD₁(t₃) - Metric displacement of 1/8 note to the left.
- C2:** SPL(t₁, 3:4) - Subdivision of the 3rd and 4th notes into eighth notes.
- C3:** DEL(t₁, 2:3) - Deletion of the 2nd and 3rd notes.
- C4:** PER(t₁, 14567(23)) - Permutation of the 2nd and 3rd notes.

Right Column (P to C6):

- P:** Original piece, 4/4 time, notes: G4, A4, B4, C5, D5, E5, F5, G5.
- C1:** I(p₃) - Chromatic inversion of the 3rd note (B4 to A4).
- C2:** PER 567((1,2);(3,4)) - Permutation of notes 5, 6, and 7.
- C3:** OCT₊(1,3,4,6,7) - Octave up transposition of notes 1, 3, 4, 6, and 7.
- C4:** ROT₅ - Rotation of notes 1, 3, 4, 6, and 7 by 5 positions.
- C5:** ALT₊(1,5,7) - Alteration of notes 1, 5, and 7.
- C6:** T₈(2,7) - Transposition of notes 2 and 7 by 8 semitones.

Figura 4: Solução A.

3.1.2 Domínio das alturas

P → C1: inversão cromática (**I**) de todos os intervalos da sequência original; C2 → C3: mudança de registro (**OCT**) dos eventos 1, 3, 4, 6 e 7; C3 → C4: rotação (**ROT**) dos eventos começando a partir do penúltimo, o Lá_b; C4 → C5: alteração (**ALT**) dos eventos 1, 5 e 7 (notas Lá_b e Fá) em Lá_b e Fá_#; C5 → C6: transposição cromática (**T**) ascendente em oito semitons dos segundo e sétimo eventos.

3.2 Solução B

The figure displays two columns of musical notation. The left column shows transformations in the temporal domain: P (original), C1 (DEL (t1, 1)), C2 (SPL (t1, 2:3)), and C3 (DEL (t1, 4)). The right column shows transformations in the pitch domain: P (original), C1 (R (p1)), C2 (I (p3)), C3 (PER 156 (24,37)), C4 (OCT. (p1, 2)), C5 (T₄ (p1, 1)), C6 (T₋₆ (p1, 4)), and C7 (SUB, (p3, 6)).

Figura 5: Solução B.

3.2.1 Domínio temporal

P → C1: deleção (**DEL**) do primeiro evento; C1 → C2: subdivisão (**SPL**) irregular das duas primeiras semínimas em semicolcheia e colcheia pontuada, assim como ocorreu na solução A; C2 → C3: deleção (**DEL**) da segunda semicolcheia (evento 4), restabelecendo a cardinalidade original (7) e antecipando os eventos 5, 6 e 7 em uma semicolcheia (Figura 5)

3.2.2 Domínio das alturas

P → C1: retrogradação (**R**) de P; C1 → C2: inversão cromática (**I**) de toda estrutura de C1; C2 → C3: permutação (**PER**) dos eventos 2 com 4 e 3 com 7; C3 → C4: mudança de registro (**OCT**) do segundo evento; C4 → C5: transposição cromática (**T**) ascendente em quatro semitons do primeiro evento; C5 → C6: transposição cromática (**T**) descendente em 6 semitons do quarto evento; C6 → C7: subtração (**SUB**) de um semitom no âmbito entre os últimos dois eventos.⁹

3.3 Solução C

3.3.1 Domínio temporal

P → C1: deslocamento métrico (**MTD**) de toda estrutura em duas

⁹ Note-se que essa operação atua em p3, atributo que descreve os intervalos. Assim $-5 -1 = -6$, o que acaba por aumentar o âmbito entre os eventos.

semicolcheias para a direita; $C1 \rightarrow C2$: subtração (**SUB**) de uma semicolcheia nos eventos 2, 3 e 4 (Figura 6)

Figura 6: Solução C.

3.3.2 Domínio das alturas

$P \rightarrow C1$: alteração cromática (**ALT**) do último evento; $C1 \rightarrow C2$: adição (**ADD**) mutacional de dois semitons no terceiro intervalo (entre os eventos 3 e 4); $C2 \rightarrow C3$: permutação (**PER**) de todos os eventos para $C3$; $C3 \rightarrow C4$: transposição cromática (**T**) ascendente em seis semitons dos eventos 2 e 3.

3.4 Solução D¹⁰

3.4.1 Domínio temporal

$P \rightarrow C1$: subtração (**SUB'**) de uma semicolcheia nos eventos 2, 3 e 4, porém preenchendo a diferença com pausas de semicolcheia (assim mantendo o IOI); $C1 \rightarrow C2$: deslocamento métrico mutacional (**MTD'**) aplicado ao terceiro evento; $C2 \rightarrow C3$: deslocamento métrico mutacional (**MTD'**) dos primeiros dois eventos; $C3 \rightarrow C4$: deslocamento métrico mutacional (**MTD'**) empregado nos últimos três eventos (Figura 7).

¹⁰ A solução D (Figura 7) utilizou operações do domínio temporal de forma expandida. Nela, as duas primeiras operações, de deslocamento métrico e subtração, são aplicadas de forma diversa daquela descrita por Almada (2020b, p. 88 e 97). As operações são aqui aplicadas de forma mutacional, ou seja, não atuando em todos os eventos do conjunto, apenas naqueles selecionados. Com esse entendimento a aplicação proporciona que a distância entre os ataques (IOI) seja preservada, o que é demonstrado nesta solução pela presença das pausas. Quando aplicadas de maneira mutacional, tais operações são representadas como **MTD'** e **SUB'**.

Figure 7 shows a musical score with seven staves labeled P, C1, C2, C3, C4, C5, and C6. The time signature is 4/4. The transformations between staves are as follows:

- P to C1: $SUB'_1 (t_1, 234)$
- C1 to C2: $MTD'_1 (t_3, 3)$
- C2 to C3: $MTD'_2 (t_3, 12)$
- C3 to C4: $MTD'_{-1} (t_3, 567)$
- P to C1: $T_{-2} (p_1, 456)$
- C1 to C2: $OCT_+ (p_1, 1236)$
- C2 to C3: $T_{-3} (p_1, 17)$
- C3 to C4: $T_{-4} (p_1, 346)$
- C4 to C5: $ALT_+ (p_1, 25)$
- C5 to C6: $ALT_- (p_1, 36)$

Figura 7: Solução D.

3.4.2 Domínio das alturas

P → C1: transposição cromática (**T**) descendente em dois semitons dos eventos 4, 5 e 6; C1 → C2: mudança de registro (**OCT**) dos eventos 1, 2, 3 e 6; C2 → C3: transposição cromática (**T**) descendente em três semitons dos eventos 1 e 7; C3 → C4: transposição cromática (**T**) descendente em quatro semitons dos eventos 3, 4 e 6; C4 → C5: alteração cromática (**ALT**) dos eventos 2 e 5; C5 → C6: alteração cromática (**ALT**) dos eventos 3 e 6.

3.5 Solução E

Figure 8 shows a musical score with seven staves labeled P, C1, C2, C3, C4, C5, and C6. The time signature is 4/4. The transformations between staves are as follows:

- P to C1: $MTD_2 (t_3)$
- C1 to C2: $SUB_1 (t_2, 2:4)$
- P to C1: $OCT_+ (p_1, 23)$
- C1 to C2: $PER (p_1, 237 (14)(56))$
- C2 to C3: $t_1 (d-p_3, 157)$
- C3 to C4: $ALT_+ (p_1, 256)$
- C4 to C5: $t_{-3} (d-p_3, 37)$
- C5 to C6: $ALT_- (p_1, 3)$

Figura 8: Solução E.

3.5.1 Domínio temporal

P → C1: deslocamento métrico (**MTD**) de toda estrutura em duas semicolcheias para a direita; C1 → C2: subtração (**SUB**) de uma semicolcheia nos eventos 2, 3 e 4 (Figura 8).

3.5.2 Domínio das alturas

P → C1: mudança de registro (**OCT**) dos eventos 2 e 3; C1 → C2: permutação (**PER**) dos eventos 1 com 4 e 5 com 6; C2 → C3: transposição diatônica (**t**) ascendente em um passo dos eventos 1, 5 e 7; C3 → C4: alteração cromática (**ALT**) dos eventos 2, 5 e 6 em um semitom (Ré, Fá e Sol para Ré#, Fá# e Sol#, sendo esta última grafada com seu correspondente enarmônico Lá_b); C4 → C5: transposição diatônica (**t**) descendente dos eventos 3 e 7; C5 → C6: alteração cromática (**ALT**) do evento 3 em um semitom.

3.6 Solução F

The figure displays two columns of musical notation for Solution F, showing transformations from the original piece (P) to six variations (C1-C6).

Left Column (Rhythmic Domain):

- P:** Original piece in 4/4 time, consisting of four quarter notes.
- C1:** Transformation labeled $SUB_1(t_2, 2:4)$, where the second, third, and fourth notes are shortened to half notes.
- C2:** Transformation labeled $MTD_2(t_3)$, where the entire structure is shifted to the right by three eighth notes.

Right Column (Pitch Domain):

- P:** Original piece in treble clef, consisting of four quarter notes.
- C1:** Transformation labeled $T_4(p_3, 24)$, where the second and third notes are transposed up by four semitones.
- C2:** Transformation labeled $I(p_3, 3:6)$, where the intervals between the second, third, and fourth notes are inverted.
- C3:** Transformation labeled $SUB_3(p_3, 236)$, where the second, third, and sixth intervals are shortened by three semitones.
- C4:** Transformation labeled $ADD_2(p_3, 4)$, where the second, fifth, and sixth notes are altered chromatically (sharpened or flattened).
- C5:** Transformation labeled $SUB_2(p_3, 5:6)$, where the second and sixth intervals are shortened by two semitones.
- C6:** Transformation labeled $T_9(p_3)$, where the third note is transposed down by nine semitones.

Figura 9: Solução F.

3.6.1 Domínio temporal

P → C1: subtração (**SUB**) de uma semicolcheia nos eventos 2, 3 e 4; C1 → C2: deslocamento métrico (**MTD**) de toda estrutura em duas semicolcheias para a direita (Figura 9).

3.6.2 Domínio das alturas

P → C1: transposição cromática (**T**) ascendente dos eventos 2 e 4 em quatro semitons; C1 → C2: inversão cromática (**I**) de todos os intervalos após o terceiro evento; C2 → C3: subtração (**SUB**) de três semitons do segundo, terceiro e sexto intervalos;

C3 → C4: adição (**ADD**) de dois semitons no quarto intervalo; C4 → C5: subtração (**SUB**) de dois semitons nos quinto e sexto intervalos; C5 → C6: transposição cromática (**T**) ascendente em 9 semitons de todo o conjunto.

3.7 Solução do professor

The figure displays two columns of musical notation. The left column shows transformations in the temporal domain: P (Piano) to C1 (Crescendo) via $MTD_2(t_3)$, and C1 to C2 (Crescendo) via $SUB_1(t_2, 2:4)$. The right column shows transformations in the pitch domain: P to C1 via $OCT_1(p_1, 2)$, C1 to C2 via $ADD_1(p_3)$, C2 to C3 via $T_{-1}(p_1, 4:7)$, C3 to C4 via $T_{-8}(p_1, 7)$, and C4 to C5 via $PER(p_1, 267(14)(35))$.

Figura 10: Solução do professor.

3.7.1 Domínio temporal

P → C1: deslocamento métrico (**MTD**) de toda estrutura em duas semicolcheias para a direita; C1 → C2: subtração (**SUB**) de uma semicolcheia nos eventos 2, 3 e 4.

3.7.2 Domínio das alturas

P → C1: mudança de registro (**OCT**) do segundo evento; C1 → C2: adição (**ADD**) de um semitom em todos os intervalos da sequência; C2 → C3: transposição cromática (**T**) descendente em um semitom dos eventos 4 em diante; C3 → C4: transposição cromática (**T**) descendente em oito semitons do evento 7; C4 → C5: permutação (**PER**) dos eventos 1 com 4 e 3 com 5 (Figura 10).

Considerações Finais

O modelo MDA oferece muitas possibilidades de trajetórias derivativas que conduzem a uma mesma variante. Embora inicialmente a solução ótima fosse aquela cuja quantidade de passos se limitasse a cinco em cada domínio, isso não ocorreu de fato. No domínio das alturas, apenas uma trajetória derivativa limitou-se a essa quantidade. Por tratar-se de um modelo em desenvolvimento, o objetivo maior do trabalho era explorar a riqueza do mesmo através da aplicação das diversas operações transformacionais disponíveis até o momento. Dessa forma, não haveria tempo de testar

exaustivamente todos os caminhos alternativos para escolha do mais curto. Esse pequeno experimento evidencia a dificuldade encontrada por analistas ao se depararem com a tarefa de descrever trabalhos derivativos. O modelo de análise proposto serve, então, como uma tentativa de sistematização desse processo transformacional. Uma forma de estabelecer critérios que facilitem a descrição de variações musicais.

Referências

- ALMADA, Carlos. A Transformational Approach for Musical Variation. *Orfeu*, v. 5, n. 3, 2020a, p. 373-577.
- ALMADA, Carlos. *Musical Variation: Toward a Transformational Perspective*. Localizado no arquivo pessoal do autor. 2020b.
- ALMADA, Carlos L. Variation and Developing Variation under a Transformational Perspective. *Musica Theorica*, v. 4, 2019, p. 30-61.
- GOLLIN, Edward. Representations of Space and Conceptions of Distance in Transformational Music Theories. Tese (PhD in Music). Harvard University, 2000.
- GONZAGA, Luiz. *O melhor de Luiz Gonzaga: melodias cifradas para guitarra, violão e teclados*. São Paulo: Irmãos Vitale, 2000.
- HOSKINSON, Darin. *The Grundgestalt and Network Transformations in the Late Choral Works of Anton Webern*. 188f. Tese (Doutorado em Música). University of Oregon, Eugene, 2006.
- LEWIN, David. *Generalized Musical Intervals and Transformations*. New Haven: Yale University Press. 1987.
- MAYR, Desirée; ALMADA, Carlos (2017a). Geometrical and Vector Representation of Metrical Relations. In: Congresso da Associação Nacional de Teoria e Análise Musical, 2. 2017. Florianópolis. *Anais...* Florianópolis: UDESC, p. 10-19.
- MORRIS, Robert. *Composition with Pitch Classes: A Theory of Compositional Design*. New Haven: Yale University Press, 1987.
- RINGS, Steven. *Tonality and Transformation*. Oxford: Oxford University Press. 2011.
- TOUSSAINT, Godfried T. *The Geometry of Musical Rhythm: What Makes a “Good” Rhythm Good?* Boca Raton, FL: CRC Press, 2013.

Análise intravetorial: breve revisão e relações gráficas em operações de substituição

André Codeço dos Santos
andrecodeco@gmail.com

Resumo: O presente artigo tem por objetivo expor os fundamentos da análise intravetorial e suas relações gráficas específicas com as operações de substituição. Tal mecanismo analítico está inserido na Teoria do Domínio Sonoro (CODEÇO, 2019) um recém estruturado campo de pesquisa ligado tanto a análise quanto a composição musical, e que é formalizado por outros mecanismos analíticos modelados matematicamente. Foram consideradas quatro operações de transformação (transposição, inversão, retrogradação e rotação) e, a partir de argumentações matemáticas, foram propostos gráficos que expõem a informações contidas nos intravetores.

Palavras-chave: Teoria do domínio sonoro. Análise intravetorial. Análise musical. Matemática e música.

Intravectorial Analysis: A Survey and Graphic Relations in Substitution Operations

Abstract: This article aims to expose the fundamentals of intravector analysis and its specific graphic relationships with substitution operations. Such analytical mechanism is included in the Sonic Domain Theory (CODEÇO, 2019), a newly structured field of research linked to both analysis and musical composition, and which is formalized by other analytical mechanisms mathematically modeled. Four transformation operations were considered (transposition, inversion, retrogradation and rotation) and, based on mathematical arguments, graphics were proposed exposing the information contained in the intravectors.

Keywords: Sonic domain theory, intravectorial analysis. Musical analysis. Mathematics and music.

1. Introdução

A análise intravetorial¹ é uma ferramenta analítica que tem por objetivo descrever algebricamente relações derivativas entre as componentes de um material musical. No âmbito da Teoria do Domínio Sonoro (doravante TDS), tais materiais são denominados PEC (potencial expressivo compositivo)² e, por componentes, são

¹ O nome intravetorial pode ser redundante, pois por si só um vetor é o resultado de operações que determinam a distância, o sentido e a direção de um segmento de reta entre pontos. Em si, o vetor já possui alguma característica interna. No entanto, no contexto da Teoria do Domínio Sonoro, o nome intravetorial é mais revelador do que redundante, pois expõe informações fundamentais entre os PECs, quando escritos vetorialmente e/ou matricialmente. Esta nomenclatura é aplicada também em diversas subáreas das Ciências Biológicas.

² O termo PEC é proposto, originalmente, por HALAC (2013). Na estruturação da TDS (CODEÇO, 2019) o termo é ampliado e definido conceitualmente e matematicamente. A esta última qualidade, quer se dizer que o PEC é notado matricialmente.

entendidos os parâmetros altura, duração e dinâmica³. Isto é, o PEC é um material musical constituído a partir da confluência de três parâmetros: altura, duração e dinâmica. Cada parâmetro é registrado no formato vetorial estipulando-se que: as alturas são simbolizadas pelos elementos $p_1, p_2, p_3 \dots p_n$; as durações pelos elementos $t_1, t_2, t_3 \dots t_n$, e; as dinâmicas são representadas pelos elementos $d_1, d_2, d_3 \dots d_n$ ⁴. Ao agrupar os parâmetros, uma matriz $A_3 \times n$ é revelada.

$$A = \begin{bmatrix} p \\ t \\ d \end{bmatrix} = \text{PEC} \text{ ou } A^t = [p \ t \ d] = \text{PEC}$$

Cada elemento é alocado em uma linha da matriz e as colunas revelam os vetores que formam a matriz PEC (Figura 1).

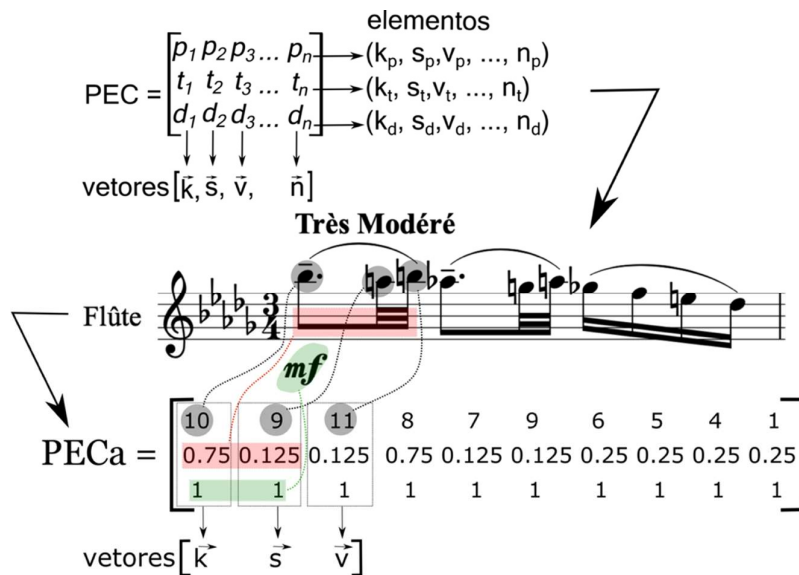


Figura 1: Trecho de *Syrinx*, de Debussy descrito como PECa. Acima, a descrição matricial do PEC. Na sequência, as notas dentro dos círculos pretos são representadas como classes de altura, as durações dentro do retângulo rosa são representadas por relações de equivalência e, por fim, a dinâmica, na elipse verde, é representada por relação de equivalência. Os retângulos pontilhados revelam os vetores $\vec{k}, \vec{s}, \vec{v}$.

A componente altura se baseia na consagrada notação com inteiros (FORTE, 1973) e a notação da componente temporal é dada em segundos, ou seja, a quantidade de tempo gasta em cada evento tendo o segundo (s) como unidade de

³ Não queremos dizer que apenas estes parâmetros podem ser considerados ou que há detrimento de um em relação ao outro. O PEC é escrito a partir desses três componentes, mas não precisa se limitar a eles. Para mais informações, ver Codeço, 2019.

⁴ Onde p é a abreviação para *pitch*, t é a abreviação para *time* e d é a abreviação para *dynamics*.

medição. Já a componente dinâmica é descrita a partir de uma tabela específica⁵.

2. A análise intravetorial

A descrição realizada pela análise intravetorial incorpora operações consagradas no ambiente da teoria e da análise musical, tais quais: transposição, inversão, retrogradação e rotação⁶. As operações são decodificadas através de vetores específicos e a esse processo de decodificação chamamos de análise intravetorial.

Tomemos como exemplo um PECA formado pelos vetores $\vec{l}, \vec{k}, \vec{m}$, e que $\vec{k} = (p_{11}, t_{11}, d_{11})$, $\vec{l} = (p_{12}, t_{12}, d_{12})$, $\vec{m} = (p_{13}, t_{13}, d_{13})$. Tomemos outro PECB formado pelos vetores $\vec{q}, \vec{s}, \vec{z}$, e que $\vec{q} = (p_{21}, t_{21}, d_{21})$, $\vec{s} = (p_{22}, t_{22}, d_{22})$, $\vec{z} = (p_{23}, t_{23}, d_{23})$. Então:

$$\begin{aligned} \vec{u} &= (\mathbf{a}, \mathbf{b}, \dots, \mathbf{n}), \vec{v} = (\mathbf{c}, \mathbf{d}, \dots, \mathbf{n}), \vec{w} = (\mathbf{e}, \mathbf{f}, \dots, \mathbf{n})^T \therefore \\ p_{12} - p_{11} &= \mathbf{a}, p_{13} - p_{12} = \mathbf{b}, p_n - p_n - 1 = \mathbf{n}_p; \\ t_{12} - t_{11} &= \mathbf{c}, t_{13} - t_{12} = \mathbf{d}, t_n - t_n - 1 = \mathbf{n}_t; \\ d_{12} - d_{11} &= \mathbf{e}, d_{13} - d_{12} = \mathbf{f}, d_n - d_n - 1 = \mathbf{n}_d. \end{aligned}$$

E,

$$\begin{aligned} \vec{u}_1 &= (\mathbf{a}_1, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{n}_1), \vec{v}_1 = (\mathbf{c}_1, \mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{n}_1), \vec{w}_1 = (\mathbf{e}_1, \mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{n}_1) \therefore \\ p_{22} - p_{21} &= \mathbf{a}_1, p_{23} - p_{22} = \mathbf{b}_1, p_n - p_n - 1 = \mathbf{n}_{1p}; \\ t_{22} - t_{21} &= \mathbf{c}_1, t_{23} - t_{22} = \mathbf{d}_1, t_n - t_n - 1 = \mathbf{n}_{1t}; \\ d_{22} - d_{21} &= \mathbf{e}_1, d_{23} - d_{22} = \mathbf{f}_1, d_n - d_n - 1 = \mathbf{n}_{1d} \end{aligned}$$

Podemos generalizar da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \vec{u} &= [(\vec{l}_p - \vec{k}_p), (\vec{m}_p - \vec{l}_p)]; \vec{v} = [(\vec{l}_t - \vec{k}_t), (\vec{m}_t - \vec{l}_t)], e; \\ \vec{w} &= [(\vec{l}_d - \vec{k}_d), (\vec{m}_d - \vec{l}_d)]. \end{aligned}$$

Temos também que,

$$\begin{aligned} \vec{u}_1 &= [(\vec{s}_p - \vec{q}_p), (\vec{z}_p - \vec{s}_p)]; \vec{v}_1 = [(\vec{s}_t - \vec{q}_t), (\vec{z}_t - \vec{s}_t)], e; \\ \vec{w}_1 &= [(\vec{s}_d - \vec{q}_d), (\vec{z}_d - \vec{s}_d)]. \end{aligned}$$

⁵ No âmbito da TDS, é considerado o *p-space* (MORRIS, 1987) no que diz respeito a componente altura. No caso da componente temporal, adota-se que a unidade tempo do trecho em questão valerá 1 segundo e daí afluem todas as proporções. Já em relação a componente dinâmica, foi criada uma tabela específica. Para ter acesso a esta tabela e mais informações a respeito dos fundamentos da notação matricial do PEC, ver Codeço, 2019.

⁶ Na TDS, contudo, são propostas mais duas operações: relocação positiva e relocação negativa (ver, CODEÇO, 2019).

⁷ Onde $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}, \mathbf{e}, \mathbf{f}, \dots, \mathbf{n}$ são escalares, ou seja, $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}, \mathbf{e}, \mathbf{f}, \dots, \mathbf{n}) \in \mathbf{R}$.

Temos, portanto, que $S = \{(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}), (\vec{u}_1, \vec{v}_1, \vec{w}_1) \dots, (\vec{u}_n, \vec{v}_n, \vec{w}_n)\}$. Chamamos o conjunto S de conjunto de transformações vetoriais, insto é, o conjunto S é o conjunto das relações intravetoriais que mapeiam as derivações entre os PECs componente a componente (Tabela 1).

Tabela 1: Exemplo de aplicação intravetorial. Utilizamos cores diferenciadas para auxiliar na exposição das operações.

PECs	Vetores	Operações	Intravetores	
PECa	$\vec{k} = (2, 1, 2)$	$[(\vec{l}_p - \vec{k}_p), (\vec{m}_p - \vec{l}_p)];$ $[(\vec{l}_t - \vec{k}_t), (\vec{m}_t - \vec{l}_t)];$	$(1 - 2), (3 - 1)$	$\vec{u} = (-1, 2)$ $\vec{v} = (1, 0)$ $\vec{w} = (0, -3)$ S
	$\vec{l} = (1, 2, 2)$	$[(\vec{l}_d - \vec{k}_d), (\vec{m}_d - \vec{l}_d)].$	$(2 - 1), (1 - 1)$ $(2 - 2), (-1 - 2)$	
	$\vec{m} = (3, 1, -1)$			
PECb	$\vec{q} = (1, 1, 2)$	$[(\vec{s}_p - \vec{q}_p), (\vec{z}_p - \vec{q}_p)];$ $[(\vec{s}_t - \vec{q}_t), (\vec{z}_t - \vec{q}_t)];$	$(2 - 1), (0 - 2)$	$\vec{u}_I = (1, -2)$ $\vec{v}_I = (-0.5, 0.5)$ $\vec{w}_I = (0, -1)$
	$\vec{s} = (2, 0.5, 2)$	$[(\vec{s}_d - \vec{q}_d), (\vec{z}_d - \vec{q}_d)].$	$(0.5 - 1), (1 - 0.5)$ $(2 - 2), (1 - 2)$	
	$\vec{z} = (0, 1, 1)$			

Na primeira e segunda colunas da tabela 1, temos os PECa e o PECb e seus respectivos vetores formadores. Nas colunas do meio são expostas as operações entre os vetores originais, tomando componente a componente. Nas duas últimas colunas são expostos os intravetores resultantes e o conjunto **S**, que representa o conjunto de intravetores obtidos. Os intravetores obtidos revelam, portanto, as relações de transformação agrupando as componentes (ou parâmetros). O intravetor $\vec{u} = (-1, 2)$ por exemplo, expõe as transformações relativas a componente altura do PECa, enquanto o intravetor $\vec{u}_I = (1, -2)$ expõe as transformações ocorridas na componente altura que pertence ao PECb. Comparando os dois vetores, uma relação de inversão é revelada (pois $\vec{u} = (-1, 2)$ e $\vec{u}_I = (1, -2)$) e esta é uma das relações que nos interessa. Mais adiante, através de relações intrínsecas aos intravetores, relacionaremos as operações de transposição, inversão, retrogradação e rotação (chamadas de operações de substituição⁸ no âmbito da TDS).

Os números negativos podem causar alguma estranheza, porém, eles revelam uma característica intrínseca à análise intravetorial. Seja em qualquer componente, os intravetores revelam o sentido da transformação ocorrida. No caso do intravetor $\vec{u} = (-1, 2)$, a informação revelada é que entre as componentes altura e temporal do PECa houve, primeiro, um movimento intervalar decrescente de 1 semitom, e, em seguida, um movimento intervalar ascendente de 2 semitons. Comparando com o intravetor \vec{u}_I

⁸ Toussiant (2013). De acordo com Toussaint (2013, p. 253), essa distância é “definida como o mínimo número de edições (ou mutações) necessárias para converter uma sequência em outra”. Toussiant categoriza todas as derivações possíveis em três categorias: expansão, substituição e retração. Para mais informações sobre como todas as categorias são usadas no âmbito da TDS, ver Codeço, 2019.

= (1, -2) temos o caminho inverso. Ou seja, na componente altura do PEC b , temos primeiramente o intervalo ascendente de 1 semitom sendo seguido por um intervalo descendente de 2 semitons.

3. Relações gráficas

A principal característica das operações de substituição é a invariância da duração dos PECs, ou seja, as operações de substituição se dão exclusivamente sobre a componente das alturas e/ou na componente das dinâmicas. Quando há variação temporal, haverá operações de expansão ou retração (CODEÇO, 2019). Por conta dessas qualidades únicas, as operações de substituição revelam relações singulares quando aplicada a análise intravetorial. No presente trabalho, será considerada apenas a componente altura.

Transposição: A operação de substituição por transposição não difere da concepção tradicional de transposição usada no contexto musical. “Tradicionalmente, o termo transposição refere-se à transposição de uma linha de notas (...) em ordem, a algum intervalo” (STRAUS, 2013, p. 41). Straus (2013) aponta a diferença entre a transposição entre uma linha de notas e uma linha de classes de notas, contudo, no contexto da TDS, estamos considerando o registro⁹. Assim, valerão as relações reais, nota a nota.

Assim, é proposto o seguinte exemplo:

$$\text{Seja um PEC } a = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_n \\ t_{11} & t_{12} & \dots & t_n \\ d_{11} & d_{13} & \dots & d_n \end{bmatrix} \text{ e}$$

$$\text{PEC } b = \begin{bmatrix} \pm\alpha + (p_{11} & p_{12} & \dots & p_n) \\ t_{11} & t_{12} & \dots & t_n \\ \pm\alpha + (d_{11} & d_{13} & \dots & d_n) \end{bmatrix}.$$

A transposição ocorre nas componentes altura e dinâmica, expostos no PEC b (em relação ao PEC a), pela adição de um escalar (α) positivo ou negativo. Seja, por exemplo (Figura 2):

⁹ Os mecanismos analíticos da TDS operam no p -space (MORRIS, 1987). Assim, não aplicaremos as relações da operação de transposição elencadas por Straus (2013), como por exemplo, a simetria transpositiva. Isso porque estamos caminhando em direção oposta a grande parte da aplicação da teoria dos conjuntos (que estrutura o conceito de conjunto de classe de notas tendo como premissa a não consideração dos registros). Nossa proposta é exatamente apontar o sentido e direção dos movimentos intervalares, seja na componente altura ou na componente dinâmica, e revelá-los pela análise intravetorial. Empregar a abordagem de Straus desconfiguraria por inteiro o uso da análise intravetorial como mecanismo analítico. Nesse sentido, a operação de substituição por transposição pode ser positiva ou negativa e terá notação diferenciada da tradicional.

$$\text{o } PECa = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e um } PECb = \begin{bmatrix} 6 & 8 & 9 \\ 1 & 0.5 & 0.5 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix}$$

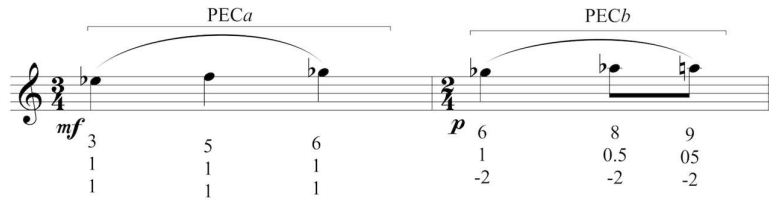


Figura 2: Exemplo de transposição entre os PECa e PECb.

A operação de substituição por transposição ocorrida na componente altura fica descrita como $[3 \ 5 \ 6] \rightarrow (\mathbf{S})\mathbf{T}_3 = [6 \ 8 \ 9]$. Aplicando a análise intravetorial, temos que: $\vec{u} = (2 \ 1)$ vindo do PECa, e; $\vec{v} = (2 \ 1)$ vindo do PECb. Temos que $\vec{u} = \vec{v}$ e generalizamos, portanto, que, no sentido intravetorial, as operações de transposição são estabelecidas da seguinte forma: $\vec{u} = \vec{v}$.

Quando tomamos a semirreta \overrightarrow{AB} formada pelos vetores \vec{u} e \vec{v} escrevendo, respectivamente, como $f(x)$ e $g(x)$, temos que a transposição de \vec{u} para \vec{v} é revelada como $f(x) = g(x)$.

Inversão: A inversão fica estabelecida quando:

$$\left[\begin{array}{l} p_{11}, (p_{11} - [p_{12} - p_{11}]), (p_{12} - [p_n - (p_n - 1)]) \\ t_{11}, (t_{11} - [t_{12} - t_{11}]), (t_{12} - [t_n - (t_n - 1)]) \\ d_{11}, (d_{11} - [d_{12} - d_{11}]), (d_{12} - [d_n - (d_n - 1)]) \end{array} \right] = PECa$$

Tomemos os seguintes PECs como exemplos (Figura 3):

$$PECa = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } PECb = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 1 & 0.5 & 0.5 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix}$$

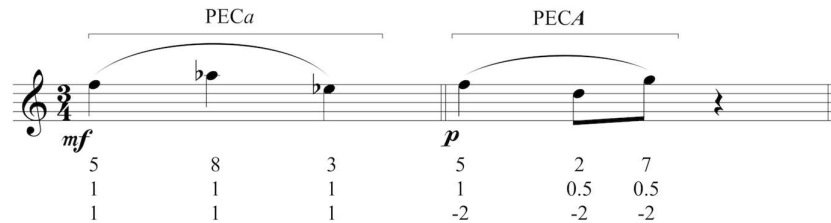


Figura 3: Exemplo de inversão entre os PECa e PECb.

Isolando as componentes altura, temos que: $PECa \rightarrow (\mathbf{S})\mathbf{I} = PECb$. Ou seja, $[5 \ 8 \ 3] \rightarrow (\mathbf{S})\mathbf{I} = [5 \ 2 \ 7]$. A relação intravetorial resultante na primeira componente é $[3 \ -5] = \vec{u}$ e na segunda componente $[-3 \ 5] = \vec{v}$. Deste modo, $\vec{v} = -\vec{u}$ e $\vec{u} = -\vec{v}$, pois

temos que $(a, b) \in \vec{u}$ e $(-a, -b) \in -\vec{u}$. Isto é, considerando a análise intravetorial, a inversão revela vetores simétricos¹⁰, com direções iguais, porém, com sentidos diferentes. Graficamente, a simetria dos vetores evidenciada pela análise intravetorial, revelará uma reflexão¹¹ da semirreta \overrightarrow{AB} em torno do eixo y . Portanto, ao considerar a semirreta \overrightarrow{AB} como uma função $f(x)$, a operação de substituição por inversão entre os vetores \vec{u} e $-\vec{u}$ pode também ser descrita como $f(x) \neq g(x) = -f(x)$.

Retrogradação: A retrogradação fica estabelecida quando

$$\begin{bmatrix} \dots p_n & p_{12} & p_{11} \\ \dots t_n & t_{12} & t_{11} \\ \dots d_n & d_{12} & d_{11} \end{bmatrix} = PECA$$

Tomemos por exemplo os seguintes PECs (Figura 4):

$$PECa = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix} \text{ e } PECb = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Temos, na componente das alturas, que: $PECa \rightarrow (S)R = PECb$. Mais precisamente (em relação a componente altura), temos que: $[2 \ 5 \ 0] \rightarrow (S)R = [0 \ 5 \ 2]$. Aplicando a análise intravetorial temos que, de $[2 \ 5 \ 0]$ obtém-se $\vec{u} = [3 \ -5]$, e de $[0 \ 5 \ 2]$ obtém-se $\vec{v} = [5 \ -3]$. Temos, portanto que $(a, b) \in \vec{u}$, $(-b, -a) \in \vec{v}$.

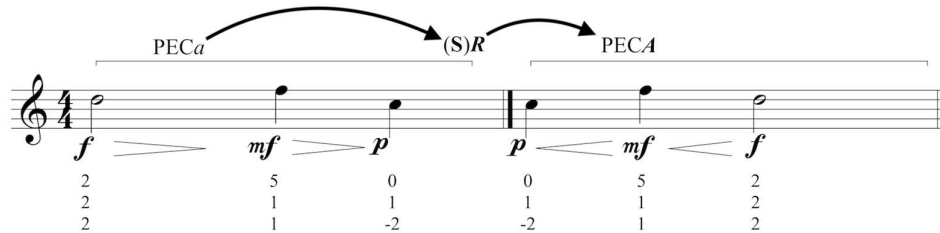


Figura 4: Exposição da operação de substituição por retrogradação do PECA em relação ao PEC(A).

Se considerarmos a componente altura, podemos inferir que a operação de substituição por retrogradação é estabelecida a partir de um tipo especial de inversão realizada em três passos¹²: Seja δ a componente $[2 \ 5 \ 0]$. Da aplicação intravetorial temos $\vec{u} = [3 \ -5]$. Aplicando uma inversão sobre δ temos $[2 \ -1 \ 4] = \delta'$ e, intravetorialmente,

¹⁰ Um elemento inverso, em Matemática, é aquele cujo uso em uma operação binária matemática bem definida resulta no elemento neutro específico dessa operação.

¹¹ A reflexão é um tipo de transformação entre funções em geral que são graficamente plotadas em um gráfico bidimensional. A reflexão ocorre através de uma reta chamada eixo. O ponto original e seu correspondente na reflexão tem a mesma distância em relação ao eixo.

¹² Porém, partindo direto da primeira geração de intravetores, a inversão pode ser alcançada em dois passos: 1) uma inversão $(a, b) \rightarrow (-a, -b)$, e; 2) seguida por uma retrogradação entre os elementos do intravetor conectado ao PEC original, ou seja: $(-a, -b) \rightarrow (-b, -a)$.

chegamos a $\vec{z} = [-3 \ 5]$, conforme esperado. Aplicando a retrogradação a δ' encontramos $[4 \ -1 \ 2] = \delta''$ e analisando intravetorialmente temos que $\vec{s} = [-5 \ 3]$. Invertendo δ'' encontramos $[4 \ 9 \ 6] = \delta'''$, o que finalmente nos revela intravetorialmente $\vec{v} = [5 \ -3]$. Contudo, está claro que a retrogradação direta de δ é diferente de δ''' , pois $[0 \ 5 \ 2] \neq [4 \ 9 \ 6]$. Isso ocorre porque a análise intravetorial revela relações intervalares (relações espaciais) e relações de sentido (movimento ascendente ou descendente). Assim, de $[0 \ 5 \ 2]$ e $[4 \ 9 \ 6]$ advém o mesmo intravetor $[5 \ -3]$ ¹³. Assim, trataremos a operação substituição por retrogradação de maneira direta, onde $(a, b) \in \vec{u}$, $(-b, -a) \in \vec{v}$.

Partindo deste ponto, descreveremos este tipo único de inversão adotando a simbologia \vec{u} referente ao intravetor advindo da componente retrogradada. Esse símbolo implica a relação de rotação entre as semirretas obtidas plotando os intravetores no eixo xy . Estranhamente (pois a relação de retrogradação anuncia uma mudança de sentido e manutenção da direção), não há mudança de sentido, nem mudança de direção, apenas uma rotação da semirreta em torno de um do eixo z (considerando três dimensões) com deslocamento do ponto médio da semirreta

A fim de tornar essa descoberta visível, tomemos a semirreta \overline{AB} que formada pelas componentes do vetor \vec{u} descrita pela função $f(x)$, e a semirreta \overline{CD} que é formada pelas componentes do vetor \vec{v} descrita pela função $g(x)$. Nesse caso, observamos que $f(x) \neq g(x)$ (Figura 6)¹⁴.

No entanto, ao medir as normas dos vetores¹⁵, é observado que $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$. De fato, os intravetores revelados pelas operações de substituição por transposição, inversão e retrogradação terão a mesma norma. Porém, as relações de semelhança e/ou simetria entre os intravetores nos casos da transposição e inversão são mais claras. No caso da retrogradação a igualdade das normas revela a semelhança e a simetria entre os intravetores.

¹³ Nesse sentido, seria possível abordar certos intravetores como sendo parte de uma classe de conjunto de intravetores. Ainda assim, poderíamos partir de $[4 \ 9 \ 6]$ e chegar a componente já retrogradado. Considerando $\delta_i = [x_i \ y_i \ z_i] = [2 \ 5 \ 0]$ e $\vec{v} = [5 \ -3] = [a, b]$ o intravetor relativo a $\delta''' = [4 \ 9 \ 6]$, bastaria aplicar a seguinte expressão: $[z_i, (z_i + a), (y_i + b)]$, onde $y_i = (z_i + a)$, que chegaríamos naturalmente a $[0 \ 5 \ 2]$, que é a forma retrogradada de $[2 \ 5 \ 0]$.

¹⁴ Nesse caso, extraímos coordenada a coordenada para construir o gráfico revelado: extraímos a coordenada x do intravetor \vec{u} e igualamos a zero sua coordenada y ; extraímos a coordenada y e igualamos a zero a coordenada x . Assim, os pontos $(2, 0)$ e $(0, 1)$ são os pontos que formam a semirreta descrita pela função $f(x)$ que, por sua vez, contém o intravetor \vec{u} . De maneira análoga, agimos com o intravetor \vec{v} . Desta maneira, $f(x) = g(x)$.

¹⁵ A norma de um vetor é dada por $\|\vec{u}\| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2}$, sendo $(a, b) \in \vec{u}$. Assim, nos casos da retrogradação, $\|\vec{u}\| = \sqrt{(\pm a)^2 + (\pm b)^2} = \|\vec{v}\| = \sqrt{(\pm b)^2 + (\pm a)^2}$. Outra forma de observar a relação entre os intravetores \vec{u} e \vec{v} é comparar a área dos triângulos formados pelos pontos de início e fim das semirretas e o ponto E que é o ponto de intercessão entre as semirretas. Se as normas dos vetores são idênticas e existe uma relação de rotação entre as semirretas \overline{AB} e \overline{CD} , então a área dos triângulos DEB e EAD serão idênticas, conforme mostra a Figura 6.

Dizer que dois vetores têm normas iguais significa dizer que esses vetores têm tamanhos iguais. No contexto da TDS, significa também dizer que as distâncias percorridas entre os elementos das componentes dos PECs originais e dos retrogradados, são idênticas. Essa informação ganha valor quando aplicadas ao contexto da descrição derivativa algébrica proposta na TDS.

Rotação: A rotação é estabelecida a partir da seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} \dots p_n & p_{11} & p_{12} & p_n - 1 \\ \dots t_n & t_{11} & t_{12} & t_n - 1 \\ \dots d_n & d_{11} & d_{12} & d_n - 1 \end{bmatrix} = PECa$$

Tomemos como exemplo os seguintes PECs:

Seja o $PECa = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ e o $PEC(A) = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ (Figura 5).

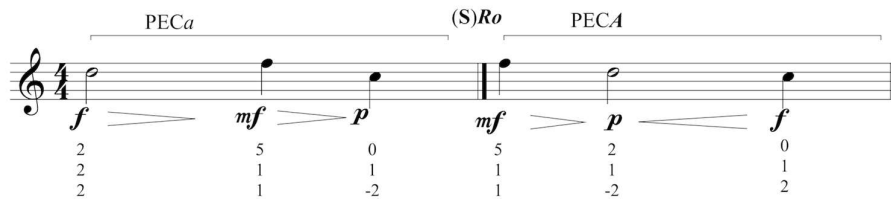


Figura 5: Exposição da operação de substituição por rotação do $PECa$ em relação ao $PEC(A)$.

A operação de substituição por rotação apresentada na Figura 5 é descrita por: $PECa \rightarrow (S)Ro = PEC(A)$. Aplicando a análise intravetorial a componente altura original e a rotacionada, temos respectivamente: $\vec{u} = [3 -5]$ e $\vec{v} = [-3 -2]$. A princípio, a não há relação de semelhança entre os vetores, contudo, entre os vetores \vec{u} e \vec{v} , existe relação de interseção por intermédio do elemento b do intravetor advindo da componente original.

Tomemos um componente altura original $p_i = [5 3 8 2]$ e suas rotações: $Ro_1(p_i) = [3 8 2 5]$; $Ro_2(p_i) = [8 2 5 3]$, e; $Ro_3(p_i) = [2 5 3 8]$. Partindo de p_i e suas respectivas rotações, temos os seguintes intravetores: $\vec{u} = [-2 5 -6]$; $\vec{v} = [5 -6 3]$; $\vec{k} = [-6 3 -2]$, e; $\vec{w} = [3 -2 5]$ (Tabela 2). Se $(a, b, c) \in \vec{u}$; $(b, c, d) \in \vec{v}$; $(c, d, e) \in \vec{k}$, e; $(d, e, f) \in \vec{w}$, as relações intravetoriais das operações de substituição por rotação se estabelecem algebricamente da seguinte maneira:

Seja um componente qualquer $\delta = [x_1 x_2 x_3 x_4 \dots x_n]$ e seu intravetor $\vec{u} = (a, b, c, \dots, n)$, onde $x_2 - x_1 = a$, $x_3 - x_2 = b$, $x_4 - x_3 = c$, $x_{n-1} - x_n = n$. Temos, então, que $Ro_1(\delta) = \vec{v}$ e $\vec{u} = (x_2 - x_1, x_3 - x_2, x_4 - x_3, x_{n-1} - x_n) \therefore \vec{v} = (x_3 - x_2, x_4 - x_3, x_{n-1} - x_n, x_2 - x_1)$.

Desta maneira, intravetorialmente, as operações de substituição por rotações se caracterizam pela dessemelhança e assimetria, pois $f(x) \neq g(x)$ e $\|\vec{u}\| \neq \|\vec{v}\|$, a não

ser pelo fato da repetição de todos os elementos dos intravetores, excetuando-se o primeiro, entre o grupo de intravetores ordenadamente rotacionado. Esta característica era esperada, uma vez que as componentes em si são rotacionados no mesmo sentido e direção (repetindo a sequência de valores e excetuando-se o primeiro elemento).

Tabela 2: Exposição dos intravetores \vec{v} , \vec{k} e \vec{w} , a partir das componentes rotacionados e a estrutura intravetorial algébrica implícita. Os elementos de cor vermelha representam os valores que serão descartados na próxima rotação e os elementos restantes aparecerão, inclusive na mesma ordem, na próxima rotação.

Componente altura original p_i	Rotações			
	$Ro_1(p_i)$	$Ro_2(p_i)$	$Ro_3(p_i)$	
[5 3 8 2]	[3 8 2 5]	[8 2 5 3]	[2 5 3 8]	
$\vec{u} = [-2 \ 5 \ -6]$	$\vec{v} = [5 \ -6 \ 3]$	$\vec{k} = [-6 \ 3 \ -2]$	$\vec{w} = [3 \ -2 \ 5]$	Intravetores
$\vec{u} = [a, b, c]$	$\vec{v} = [b, c, d]$	$\vec{k} = [c, d, e]$	$\vec{w} = [d, e, f]$	

$\vec{u} =$	a	b	c	
		↓	↓	
$\vec{v} =$	b	c	d	
		↓	↓	
$\vec{k} =$		c	d	e
			↓	↓
			d	e f

**Estrutura
Intravetorial**

$$p_i = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ \dots \ x_n]$$

$$\vec{u}(p_i) = (x_2 - x_1, x_3 - x_2, x_4 - x_3, x_{n-1} - x_n)$$

$$\vec{v}(Ro_1 p_i) = (x_3 - x_2, x_4 - x_3, x_{n-1} - x_n, x_2 - x_1)$$

A seguir, a exposição de todas as operações e suas relações de similaridade e não similaridade (Figura 6).

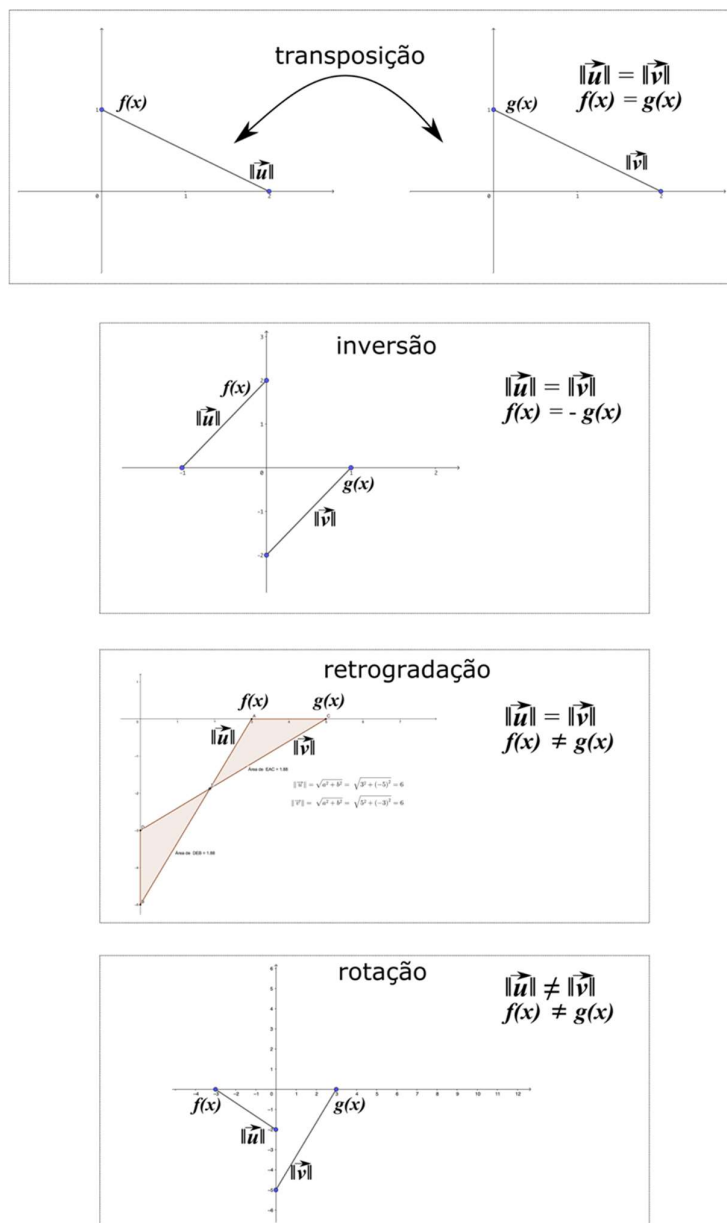


Figura 6: Os gráficos revelam as relações intravetoriais encontradas nas operações de transposição, inversão, retrogradaçãõ e rotação. São evidenciadas similaridade e não similaridade a partir do confronto das funções $f(x)$ e $g(x)$ e das normas de $\|\vec{u}\|$ e $\|\vec{v}\|$.

Conclusões

Duas conclusões gerais são assumidas no presente trabalho. Em primeiro lugar, a qualidade genérica dos dados revelados pela análise intravetorial emprega ao mecanismo aplicabilidade composicional. Isto se deve ao fato de que as relações implícitas nos intravetores não estão necessariamente ligadas à classes de alturas específicas. Na verdade, os intravetores informam sentido, quantidade e direção das transformações existentes. Ressalta-se que apenas a componente altura foi explorada no presente trabalho. Uma análise intravetorial tripartida, isto é, aplicada as três

componentes dos PECs, revelará mais informações passíveis de uso composicional. Aqui está o forte ponto de contato com a modelagem sistêmica, uma vez que esta se dá na entrada de arquétipos musicais extraídos de um processo analítico.

A segunda conclusão diz respeito ao ambiente analítico da TDS. A análise intravetorial pode se aliar a um ou mais processos analíticos distintos da TDS e, no acúmulo de informações, potencializar a teoria tanto em seu teor analítico quanto composicional. Isto quer dizer que a análise intravetorial não apenas fundamenta a descrição algébrica das operações de transformação relatadas na TDS, mas também, corrobora processos analíticos distintos da TDS pela confluência dos resultados. Ou seja, processos não semelhantes revelando resultados semelhantes colaboram para a coesão da TDS.

Referências

- CODEÇO, André. *A Teoria do Domínio Sonoro*. 2019. Tese (Doutorado em música). Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2019.
- FORTE, Allen. *The Structure of Atonal Music*. New Haven: Yale University Press, 1973.
- HALAC, Jose. *Pensamiento sincrético*. Disponível em:
<http://www.josehalac.com.ar/research.html>. Acesso em: 14/12/14.
- MORRIS, Robert. *Composition with Pitch-Classes: A Theory of Compositional Design*. New Haven: Yale University Press, 1987.
- TOUSSAINT, Godfried T. *The Geometry of Musical Rhythm: What Makes a “Good” Rhythm Good?* Boca Raton, FL: CRC Press, 2013.

Rosemary Brown’s “New Scale” and the Property K

Érico Bomfim

Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

e_tourinho@hotmail.com

Carlos Almada

Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

carlosalmada@musica.ufrj.br

Abstract: In the 1960s, Rosemary Brown started to compose original musical pieces that she attributed to the spirits of great historical composers, as she claimed to be a spirit medium. Several musical critics praised her works, while many others remained skeptical. Though she became quite famous, many of her pieces were never published, nor recorded. One of them is *New Scale Modulations*, attributed to the spirit of Liszt. This musical piece makes use of an original scale, revealed through invented key signatures. It is not the purpose of this article to address the musical piece itself, but rather to study the scale “invented” by Brown (or by the spirit of Liszt, according to her), especially its unique triadic space and the notable and rare property K (an original theoretical concept by Carlos Almada), associated with parsimonious motion between chords. The paper also shows an application of the scale, consisting of a piano piece composed by Carlos Almada, which makes use of the property K and provides a proper musical illustration of the possibilities of the scale.

Keywords: Rosemary Brown. Property K. Scalar Symmetry/Asymmetry. Parsimony. Triadic Space.

A “Nova Escala” de Rosemary Brown e a propriedade K

Resumo: Na década de 1960, Rosemary Brown começou a compor peças musicais originais que atribuiu aos espíritos de grandes compositores históricos, dizendo-se médium. Vários críticos musicais elogiaram seus trabalhos, embora muitos outros tenham permanecido céticos. Apesar de ela ter se tornado bastante famosa, muitas de suas peças nunca foram publicadas, nem gravadas. Uma dessas peças é *New Scale Modulations*, atribuída ao espírito de Liszt. Essa peça musical faz uso de uma escala original, revelada através de armaduras de clave inventadas. Não é objetivo deste artigo abordar a peça musical em si, mas sim estudar a escala “inventada” por Brown (ou pelo espírito de Liszt, segundo ela), especialmente seu espaço triádico único e a rara e notável propriedade K (um conceito teórico original do Segundo Autor), associada ao movimento parcimonioso entre acordes. O artigo também mostra uma aplicação da escala, consistindo em uma peça de piano composta pelo Segundo Autor, que faz uso da propriedade K e fornece uma ilustração musical adequada das possibilidades da escala.

Palavras-chave: Rosemary Brown. Propriedade K. Simetria/assimetria escalar. Parcimônia. Espaço triádico.

1. Introduction

Rosemary Brown (1916-2001) was a British composer who claimed to be a spirit medium. As such, she attributed many musical pieces to the spirits of great composers – among them, Bach, Mozart, Beethoven, Schubert, Schumann, Brahms, Chopin, Liszt, Debussy and many others. She achieved considerable fame during the 1960s and 70s, especially after the BBC (British Broadcasting Corporation) produced a documentary on her and her music. On that occasion, in front of the cameras, she

composed *Grübelei*, attributed to Liszt. One of the most prominent Liszt scholars at the time, Humphrey Searle, was impressed by the piece, saying it was not only quite original, but also close to Liszt's late style. Searle's was not the only favorable opinion Brown collected from critics. She also received enthusiastic reviews from pianist John Lill¹ and composers Richard Rodney Bennett and Ian Parrott, who became the most dedicated Rosemary Brown champion, writing a book (PARROTT, 1978) arguing for the authenticity of Brown's music and, therefore, spiritual gifts.

Rosemary Brown wrote three books (BROWN, 1971; 1974; 1986), the first of which was translated to Portuguese for a Brazilian edition (BROWN, 1971a). She also participated in many television shows, and several of her pieces were published and recorded.² Yet, many other pieces remain unpublished and completely unknown to the public to this point. This is the case of *New Scale Modulations*,³ attributed to Liszt. The piece is especially interesting, for it indeed presents a “new scale” (henceforth, NS) by means of invented key signatures. The scale is identified by William Zeitler as Katathian,⁴ but he gave this name himself, and there seems to be no register of any explicit use of the scale in the repertoire (besides Zeitler's own pieces). It is not our concern here to discuss Rosemary Brown's musical piece – something that was done elsewhere⁵ –, but to show how the “invented scale” can be used for compositional purposes, being fertile in harmonic possibilities.

2. The NS Triadic Space

The scale presents the internal intervallic structure <3131211>, as shown in Figure 1.⁶ It seems noteworthy that this scale is very close to some *verbunkos* (or Hungarian-Gypsy) scales, which are very important to Liszt's harmonic language and late idiom, as Shay Loya (2011) discusses in detail. As two of the *verbunkos* scales most favored by Liszt – the *verbunkos* minor and *kalindra* – NS contains two augmented seconds, four semitones and only one whole-tone.⁷ Figure 1 shows another essential feature of NS, more important to the purposes of the present study: it contains

¹ This was a particularly curious case. John Lill (1974) himself wrote an appendix for the second of Rosemary Brown's books, where he argues that he believed Brown's authenticity as a spirit medium because he would have gotten confirmation from the spirit of Beethoven, with whom he believed to be in touch.

² The first record of some of Brown's pieces was entitled *A Musical Séance*, a Long-Play recorded by Phillips.

³ Although most of Brown's manuscripts indicate date of composition, this one does not. Therefore, it is not possible to know its date of composition.

⁴ Available at: <<https://allthescales.org/>>.

⁵ This is discussed by Bomfim and Almada in an article in evaluation.

⁶ The numbers inside the vector refer to semitones.

⁷ As we noted elsewhere, the new scale is very close to the sixth mode of the *verbunkos* minor.

the model $\langle 313131 \rangle$ of the hexatonic scale (henceforth, H_{3-1}),⁸ but divides the last augmented second in a whole-tone plus a semitone. This modification breaks the symmetrical character of the scale, turning it into a heptatonic mode, capable of being “translated” into key signatures (as it is done in Rosemary Brown’s manuscript).

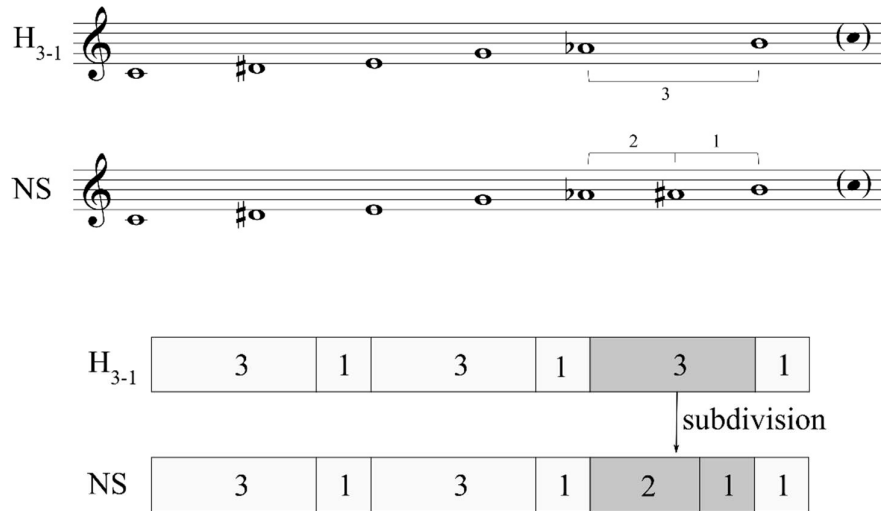


Figure 1: Comparison between NS and H_{3-1} .

The most notable aspect of NS lays in its *triadic space*. We define this concept as the set of triads that can be constructed with the pitch classes that form a given scale. As a matter of fact, due to NS’s unique interval configuration, its triadic space is strongly peculiar, presenting the following characteristics: (1) its number of chords (ten) is higher than the number of scalar degrees that NS has (seven); (2) it contemplates the four classic qualities of triads (major, minor, diminished, and augmented); (3) its triads can all be linked parsimoniously, forming maximally-smooth cycles. Formally, we introduce an original definition: we consider that a scale has the *property K* (the reason of the choice of this letter will be clear in due time) if and only if it meets those three special conditions explained above. The peculiarity of NS’s triadic space becomes evident when we compare it with the triadic spaces related to other scales. This is done in Figure 2 with the help of an original network, called *Omni-triadic space* (OTS).⁹

As shown in the graph, the triadic space of the symmetrical H_{3-1} (denoted by the gray area) meets conditions (1) and (3),¹⁰ but not (2), since it contains only

⁸ The label refers to the initial intervallic pattern (3-1 semitones) whose replication generates the structure of the model. The inversion of this pattern (1-3 semitones) sets the basis for the production of the second model of the hexatonic scale (H_{1-3}).

⁹ OTS is an original conception of the Érico Bomfim, proposing an expansion of the well-known graph Cube Dance (DOUTHETT; STEINBACH, 1998) by incorporating the twelve diminished triads.

¹⁰ Its eight triads can be disposed in a maximally-smooth cycle, better known as Hexatonic Cycle (COHN, 1997).

three qualities (major, minor, and augmented). The octatonic collection O_{1-2} produces a triadic space with 15 triads, but these do not comprise the whole spectrum of qualities neither can form a perfect parsimonious cycle.¹¹ Nothing changes regarding the universe of asymmetrical scales.¹² Figure 2 depicts three other very known heptatonic scales (same cardinality of NS): major diatonic (DIA), acoustic (AC), and augmented (AUG). Their triadic spaces do not satisfy conditions (1) and (3), and only that of AUG encompasses the complete range of qualities (condition 2).

¹¹ That is, although all the 15 triads can be parsimoniously linked to at least another triad, it is not possible to find a path that travel through all the chords only one time, forming therefore a real cycle.

¹² For some literature related to the study of scalar structure, see for example STRAUS (2005) and TYMOCZKO (2011).

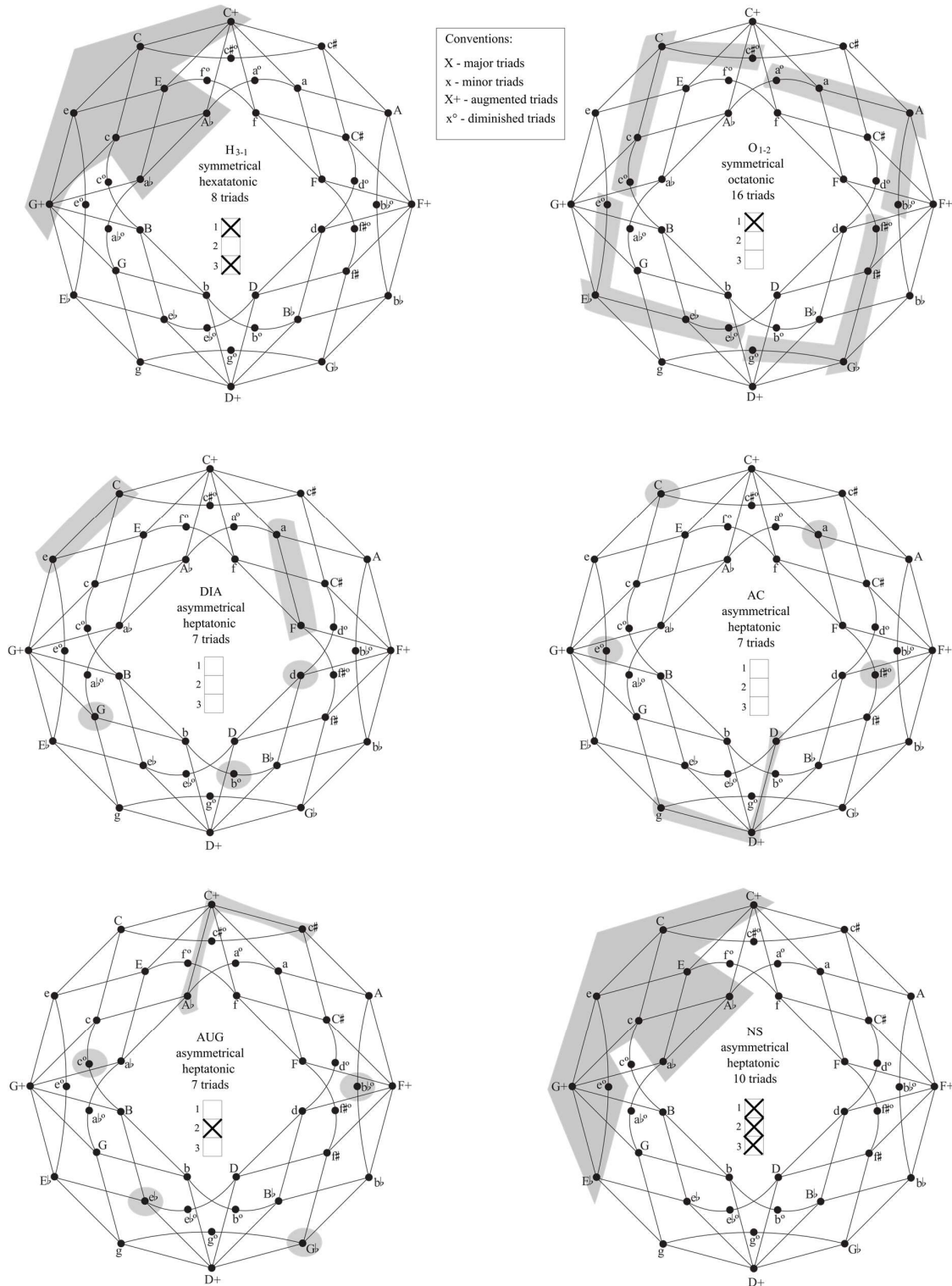


Figure 2: Six triadic spaces (H₃₋₁, O₁₋₂, DIA, AC, AUG, and NS), depicted by their respective gray areas. All scales are centered on C. Fulfillment of the three K properties are indicated in the respective boxes at the centers of the respective OTSs. Enharmonic equivalence is assumed.

Figure 3 isolates NS space from the OTS depicting two possible cycles that cover all triads only one time.¹³ Bold lines with arrows indicate those maximally-smooth paths.

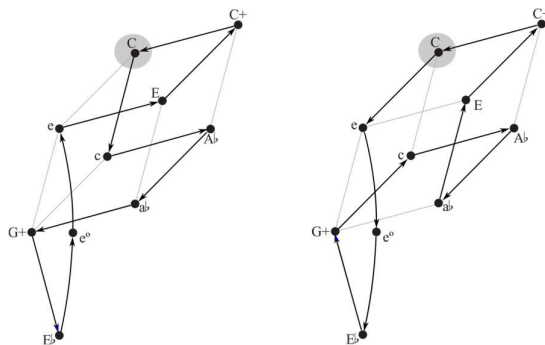


Figure 3: The two maximally-smooth cycles in NS triadic space, starting and closing in triad C.

In order to explore the rare property K of the scale “invented” by Rosemary Brown (or by the spirit of Liszt, according to her), Carlos Almada composed a piano piece, *A Walk in Königsberg*.¹⁴

2. *A Walk in Königsberg*

The title of the piece refers to the famous “Königsberg Bridge Problem”, solved by Swiss mathematician Leonhard Euler (1707-1783).¹⁵ Basically, the problem corresponds to the task of founding a path that could cross all the seven bridges of the city of Königsberg (situated in Prussia in the 18th century, now named as Kaliningrad, and part of Russia) just one time. In order to solve this problem, Euler realized that he could disregard the actual distances depicted in map of the city and consider only the relations between the involved “objects” (i.e., the bridges). The model created for dealing with this problem gave birth to the fields of Graph Theory and Topology.¹⁶

The idea behind the composition of *A Walk in Königsberg* was to explore musically the NS triadic space by travelling through all its ten triads by the two cycles depicted in Figure 3. Both cycles are navigated two times by the melodic lines in the two hands of the piano.

A Walk in Königsberg is a very simple piece, structured in three brief sections. In the first one (mm. 1–7) the two hands perform a canon by inversion at the octave lower. As a matter of fact, the canon is not strict, since some notes of the comes (left hand) do not reproduce exactly the respective dux’s notes (right hand) but are adapted according to the continuous triadic changes (indicated in the sets beneath the score). Observe that the harmonic rhythm in both voices is not regular and that

¹³ Evidently, the number of paths is duplicated if consider also the two cycles in reverse order.

¹⁴ This piece and nine other ones form a collection entitled *Brownian Movements*.

¹⁵ For more information about this problem, see TRUDEAU (1993, pp. 185-188).

¹⁶ The “K” of the special property conveyed by NS stands for Königsberg.

some notes are implicitly considered, resulting in overlapping triads. These compositional strategies intend to avoid both monotony and obviousness. The NS maps below the analysis inform us how the harmony of the two voices were chosen. Dux and comes visit the ten triads of the space.¹⁷ Except by two coincidental paths ($c \rightarrow A \flat \rightarrow a \flat$), all the remaining trajectories are different.

The second section (mm. 8–15) corresponds to a sort of mirror of the first, since now the dux occurs on the left hand (with the intervallic directions being inverted in relation to the original format). The triads travelled are also distinct in both voices, aiming to produce harmonic diversity in this “recapitulation”. As depicted in the maps, the right hand seems to replicate the left-hand trajectory of the first cycle, but when reaching G+, instead of going to c, it follows to a@ and to A@. Then, for the first time in the piece, the path is reverted, leading back to a@, and from it to E.¹⁸

As informed by the graph, the two dashed arrows departing from this point suggest two possible interpretations for the ambiguous harmony of the coda (mm. 16–20), defined by a prolonged empty fifth C–G.¹⁹ Anyway, this transitional movement (performed equally by the left hand) represents the unique non-maximally smooth triadic connection in the piece, an incisive closing gesture—in spite of its abstractness—both in material and structure.

¹⁷ The dashed arrows indicate the closure of the cycles in m. 8, eliding with the beginning of the second cycles.

¹⁸ The trajectory of the left hand in its second cycle is still more idiosyncratic, with two moving-back moments ($E@ \leftrightarrow c^\circ$ and $G+ \leftrightarrow E@$). These two, so to speak, “indecisions” result in the suppression of a triad in the cycle (C+), the only case in the piece.

¹⁹ In psychoacoustic terms, the perception of C has a clear preference over c.

$\text{♩} = 120$

first canon (by non-strict inversion)

DUX
COMES

mp

tr

C C⁺ C c e e^o E^b G⁺ c A^b a^b E

(m. 8) C⁺ (m. 1) C E A^b G⁺ E^b C⁺ (m. 8)

left hand right hand

second canon (by non-strict inversion)

COMES
DUX

tr

C⁺ C c e e^o E^b G⁺ a^b A^b E

(m. 15) C⁺ (m. 8) C E A^b G⁺ E^b C⁺ (m. 15)

left hand right hand

coda

15

p ppp

(m. 15) C⁺ (m. 8) C E A^b G⁺ E^b C⁺ (m. 15)

left hand right hand

Figure 4: Formal and triadic analysis of *A Walk in Königsberg*.

Concluding remarks

Despite the spiritualist controversy on Rosemary Brown, the fact of the matter is that the British composer (or medium) achieved some noteworthy results. In *New Scale Modulations*, she indeed presented a new scale, which, besides establishing

a very interesting dialogue with Liszt's compositional thinking, it also encourages contemporary compositional endeavors. This paper is especially centered on one of NS's potential uses, associated with the rare property K. *Walk in Königsberg* demonstrates that the music of Rosemary Brown is not only interesting for the relations it establishes with historical composers; it can also be fruitful for original compositional enterprises.

References

- BROWN, Rosemary. *Unfinished Symphonies: Voices from the Beyond*. London: Souvenir Press, 1971.
- BROWN, Rosemary. *Sinfonias Inacabadas: Os Grandes Mestres Compõem do Além*. São Paulo: Edigraf, 1971a.
- BROWN, Rosemary. *Immortals at my Elbow*. London: Bachman & Turner, 1974.
- BROWN, Rosemary. *Look beyond today*. London: Bantam Press, 1986.
- COHN, Richard. Neo-Riemannian Operations, Parsimonious Trichords, and their *Tonnetz* Representations, *Journal of Music Theory*, v. 41, n.1, 1997, pp. 1–66.
- DOUTHETT, Jack and STEINBACH, Peter. Parsimonious Graphs: A Study in Parsimony, Contextual Transformations, and Modes of Limited Transposition. *Journal of Music Theory*, v. 42, n. 2, 1998, pp. 241–256.
- LILL, John. “My View of Spirituality by John Lill.” In: BROWN, Rosemary. *Immortals at my Elbow*. London: Bachman & Turner, 1974. pp. 228–34.
- LOYA, Shay. *Liszt's Transcultural Modernism and the Hungarian-Gypsy Tradition*. Rochester: University of Rochester Press, 2011.
- PARROTT, Ian. *The Music of Rosemary Brown*. London: Regency Press, 1978.
- STRAUS, Joseph. *Introduction to Post-Tonal Theory* (3 ed.). Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 2005.
- TRUDEAU, Richard. *Introduction to Graph Theory*. New York: Dover, 1993.
- TYMOCZKO, Dmitri. *A Geometry of Music: Harmony and Counterpoint in the Extended Common Practice*. Oxford: Oxford University Press, 2011.

Uma implementação eficiente em Python de um algoritmo de separação de fontes sonoras

Natanael Luciano de Matos
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)
natanael@dme.ufrj.br

Hugo Tremonte de Carvalho
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)
hugo@dme.ufrj.br

Resumo: Aqui apresentamos uma implementação eficiente em Python de um algoritmo já previamente proposto de separação às cegas de sinais. Separação de sinais consiste em obter os elementos que o geram. Para estruturação do algoritmo foi utilizada uma abordagem Bayesiana em conjunto com métodos Markov Chain Monte Carlo (MCMC). Resultados são apresentados utilizando os áudios retornados pelo programa implementado, estes mostram a capacidade do modelo de separar os sinais, além da robustez da matriz de mistura por conta dos métodos MCMC utilizados.

Palavras-chave: Inferência Bayesiana. Markov Chain Monte Carlo. Separação de Fontes Sonoras. Compiladores *just-in-time*. Transformada Discreta do Cosseno.

An Efficient Python Implementation of a Blind Source Separation Algorithm

Abstract: Here we present an efficient implementation, in Python programming language, of a previously proposed algorithm of blind source separation. Source separation consists of obtaining the elements that additively compose the observed signal. For structuring the algorithm, a Bayesian approach was employed together with Markov Chain Monte Carlo (MCMC) methods. Results are presented using the audios returned by the implemented program, showing the model's ability to separate the signals, in addition to the robustness of the mixing matrix due to the MCMC methods used.

Keywords: Bayesian Inference. Markov Chain Monte Carlo. Sound Source Separation. Just-in-time compilers. Discrete Cosine Transform.

1. Introdução

Separação de fontes sonoras consiste em decompor um sinal de áudio em componentes mais fundamentais. Existem duas principais estruturas para algoritmos de separação, sendo essas: separação às cegas, onde não se tem qualquer informação a priori sobre os elementos que compõem o sinal; e separação informada, onde além do sinal, é conhecida alguma informação de sua estrutura subjacente. Dentre estas, existem algumas técnicas tais como Inferência Bayesiana, Fatoração de Matrizes Não-negativas (MÜLLER, 2015, Cap. 8), dentre outras. Alguns dos usos mais comuns dos métodos de separação de áudio são: Análise forense, aplicativos de identificação de áudio, separação de áudio estéreo e detecção de sinais.

Neste trabalho, trabalharemos com separação às cegas utilizando uma modelagem Bayesiana. Além disso, daremos foco para os chamados casos subdeterminados, onde o número de réplicas do sinal m é menor que o número de fontes n .

Realizamos aqui uma implementação eficiente, na linguagem Python, do algoritmo proposto em (FEVOTTE; GODSILL, 2006). Para isso, será utilizada uma coleção de amostras no tempo que serão misturadas e então submetidas ao algoritmo. Após processo de separação, a eficiência do mesmo será avaliada apenas perceptiva e qualitativamente.

2. Fundamentação teórica

O objetivo de um algoritmo de separação de fontes é processar um ou mais sinais de áudio de forma a se obter suas componentes significativas. Note que este é naturalmente um problema mal posto, visto que a definição de “componentes significativas” é ambígua: em um quarteto de cordas podemos pensar que tais unidades fundamentais são o som gerado por cada instrumento ou grupo de instrumentos, o som gerado por cada corda, dentre outras possibilidades. Neste trabalho não iremos tratar de tais questões, mas serão impostas condições estatísticas nos sinais analisados, de modo a garantir certa independência no que nos será retornado.

Recordando que nosso objetivo é realizar uma implementação eficiente, na linguagem Python, do algoritmo proposto em (FEVOTTE; GODSILL, 2006), façamos primeiramente uma revisão do modelo bayesiano nele apresentado.

2.1 Inferência Bayesiana

No escopo da Inferência Estatística, a abordagem Bayesiana, além de analisar os dados à luz de algum modelo probabilístico, incorpora conhecimento prévio sobre os parâmetros que se deseja estimar. Mais precisamente, seja $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^n$ o conjunto de observações e $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^d$ os parâmetros, de modo que $p(\mathbf{z} | \boldsymbol{\theta})$ representa a verossimilhança; denote por $p(\boldsymbol{\theta})$ a distribuição *a priori*, que codifica o conhecimento prévio acima mencionado. Pelo Teorema de Bayes, temos que

$$p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{z}) = \frac{p(\mathbf{z} | \boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta})}{p(\mathbf{z})} \propto p(\mathbf{z} | \boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta}),$$

onde $p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{z})$ é a distribuição *a posteriori*, condicionada nos dados observados.

A análise da distribuição *a posteriori* geralmente é muito difícil ou até mesmo impossível de se realizar analiticamente. Sendo assim é necessária a utilização de métodos computacionais tais como Markov Chain Monte Carlo (MCMC) para realizar tal procedimento.

Métodos MCMC consistem em construir uma cadeia de Markov cuja distribuição estacionária coincida com a distribuição de interesse (nesse caso, a *posteriori*), de modo que amostrar de tal processo estocástico, à longo prazo, irá retornar amostras suficientemente próximas da distribuição alvo.

Alguns dos algoritmos de MCMC mais utilizados são o Amostrador de Gibbs (ROBERT; CASELLA, 2010, Cap. 7) e o algoritmo de Metropolis-Hastings (ROBERT; CASELLA, 2010, Cap. 6) descritos a seguir.

2.2 Amostrador de Gibbs

Assuma que haja uma partição do vetor paramétrico $\boldsymbol{\theta} = \{\boldsymbol{\theta}_1, \dots, \boldsymbol{\theta}_k\}$ de modo que as distribuições condicionais abaixo sejam conhecidas e fáceis de amostrar:

$$p(\boldsymbol{\theta}_i | \boldsymbol{\theta}_1, \dots, \boldsymbol{\theta}_{i-1}, \boldsymbol{\theta}_{i+1}, \dots, \boldsymbol{\theta}_k, \mathbf{z}),$$

para $i = 1, \dots, k$. Nesse caso, pode-se mostrar que o procedimento no Algoritmo 1 abaixo gera uma cadeia de Markov com as propriedades desejadas. A quantidade denotada por “*sobra*” representa o número de passos gastos antes que a cadeia de Markov alcance a distribuição estacionária.

	Algoritmo 1: Pseudo-código do amostrador de Gibbs.
ENTRADA	Distribuições condicionais completas dos parâmetros $p(\boldsymbol{\theta}_i \boldsymbol{\theta}_1, \dots, \boldsymbol{\theta}_{i-1}, \boldsymbol{\theta}_{i+1}, \dots, \boldsymbol{\theta}_k) \forall i \in \{1, \dots, k\}$, um conjunto de dados \mathbf{z} , e o número de iterações K .
SAÍDA	Amostras da distribuição estacionária da cadeia
INICIALIZE	Parâmetros da distribuição $\boldsymbol{\theta}^{(0)} = \{\boldsymbol{\theta}_1^{(0)}, \dots, \boldsymbol{\theta}_k^{(0)}\}$
	PARA $i \in \{1, \dots, K + \text{sobra}\}$ FAÇA
	PARA $j \in \{1, \dots, k\}$ FAÇA
	ATUALIZE $\theta_j^{(i)} \sim p(\theta_j \theta_1^{(i)}, \theta_2^{(i)}, \dots, \theta_{j-1}^{(i)}, \theta_{j+1}^{(i-1)}, \dots, \theta_k^{(i-1)}, \mathbf{z})$
RETORNE	Vetor de parâmetros $\boldsymbol{\theta}^{(m+\text{sobra})} = (\boldsymbol{\theta}_1^{(m+\text{sobra})}, \boldsymbol{\theta}_2^{(m+\text{sobra})}, \dots, \boldsymbol{\theta}_k^{(m+\text{sobra})})$ para $m = 1, \dots, K$.

2.3 Algoritmo de Metropolis-Hastings

Seja $p(\boldsymbol{\theta})$ a distribuição da qual se deseja obter amostras, $Q(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y})$ uma função densidade de probabilidade qualquer, e $f(\boldsymbol{\theta})$ uma função tal que:

$$p(\boldsymbol{\theta}) \propto f(\boldsymbol{\theta}).$$

Então o procedimento descrito no Algoritmo 2 cria uma cadeia de Markov cuja distribuição estacionária é $p(\boldsymbol{\theta})$.

Algoritmo 2: Pseudo-código do Algoritmo de Metropolis-Hastings

ENTRADA Distribuição de interesse $p(\boldsymbol{\theta})$, função $f(\boldsymbol{\theta}) \propto p(\boldsymbol{\theta})$, e $Q(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$ uma função densidade de probabilidade qualquer.

SAÍDA Amostras da distribuição de interesse.

INICIALIZA Escolha um $\mathbf{y} = \boldsymbol{\theta}^{(0)}$ qualquer.

PARA $i \in \{1, \dots, K + \text{sobra}\}$ FAÇA

AMOSTRE

$\boldsymbol{\theta}' \sim Q(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\theta}^{(i-1)})$
 $u \sim \text{uniforme}(0,1)$

CALCULE

$\alpha = \min \left\{ 1, \frac{f(\boldsymbol{\theta}')}{f(\boldsymbol{\theta}^{(i-1)})} \frac{Q(\boldsymbol{\theta}^{(i-1)}|\boldsymbol{\theta}')}{Q(\boldsymbol{\theta}'|\boldsymbol{\theta}^{(i-1)})} \right\}$

SE $u \leq \alpha$ FAÇA $\boldsymbol{\theta}^{(i)} = \boldsymbol{\theta}'$

SE $\alpha < u$ FAÇA $\boldsymbol{\theta}^{(i)} = \boldsymbol{\theta}^{(i-1)}$

RETORNE Vetor de parâmetros $\boldsymbol{\theta}^{(m+\text{sobra})}$ para $m = 1, \dots, K$.

2.4 Modelo

Nesta seção será exposto o modelo proposto em (FEVOTTE; GODSILL, 2006). Está sendo suposto que as observações seguem um modelo linear instantâneo, ou seja, os sinais observados no tempo t são combinações lineares ruidosas das fontes no mesmo tempo t de modo que para $t = 1, \dots, N$ tem-se:

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A}\mathbf{s}_t + \mathbf{n}_t,$$

onde $\mathbf{x}_t = [x_{1,t}, \dots, x_{n,t}]^T$ é o vetor contendo as observações dos sinais no tempo t , \mathbf{A} é a matriz de mistura, $\mathbf{s}_t = [s_{1,t}, \dots, s_{n,t}]^T$ é o vetor dos coeficientes da fonte no tempo t , e $\mathbf{n}_t = [n_{1,t}, \dots, n_{n,t}]^T$ é o vetor de ruídos. De forma matricial tem-se:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} + \mathbf{n}.$$

Sendo assim, o objetivo do algoritmo é estimar os coeficientes das fontes \mathbf{s} , e a matriz de mistura \mathbf{A} , a partir das observações no vetor \mathbf{x} .

2.4.1 Hipóteses sobre esparsidade

Nesta seção, serão discutidas as suposições feitas sobre as fontes e os ruídos. Será utilizada uma base onde as observações e os coeficientes das fontes são representados de forma esparsa, ou seja, apenas uma pequena proporção dos seus coeficientes é diferente de zero. Sendo assim, precisamos de uma transformação que leve o sinal do domínio do tempo para um que o represente de tal forma.

Seja $\Phi_{n \times n}$ uma matriz invertível que define uma transformação para a base desejada. Então é possível escrever o vetor das observações, \mathbf{x} , como:

$$\begin{aligned}\tilde{x} &= x\Phi \\ &= (As + n)\Phi \\ &= A\tilde{s} + \tilde{n}.\end{aligned}$$

Dessa forma, como Φ é uma matriz de mudança de base, calcular os coeficientes das fontes nessa nova base, onde os sinais são esparsos, é equivalente a calculá-los no domínio do tempo. Por conta disso, todo o processo de estimação de parâmetros é feito no domínio da transformada.

Um dos motivos de se realizar essa mudança de base é que toda a informação mais significativa do sinal será comprimida em algumas poucas entradas, e também não haverá perda de informação do sinal original, fazendo com que os algoritmos de separação possam trabalhar com menos dados, assim diminuindo a chance de erro numérico bem como o custo computacional envolvido.

Tome por exemplo dois vetores, um vetor contendo milhares de entradas onde precisamos realizar diversas operações com pontos flutuantes para cada entrada, e outro vetor esparsos que de alguma representa, sem perda, toda a informação do primeiro. Dessa forma fica claro que a chance de erro numérico é menor ao utilizar o vetor esparsos pelo simples fato de ter menos entradas relevantes sobre as quais iremos realizar as operações, que também serão em menor número.

2.4.2 Transformada Discreta Cosseno (DCT)

A DCT (AHMED; NATARAJAN; RAO, 1974) será escolhida para realizar a transformação para uma base onde sinais musicais são representados de forma esparsa¹. Essencialmente, a DCT expressa uma sequência finita de pontos/dados como uma soma de funções cosseno com diferentes frequências. A DCT é utilizada em processamento de sinais e compressão de arquivos, um dos seus usos mais correntes sendo no formato JPEG. A transformação de um sinal pela DCT é dada pela seguinte equação:

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos \left[\frac{\pi}{N} \left(n + \frac{1}{2} \right) \left(k + \frac{1}{2} \right) \right], k = 0, \dots, N - 1,$$

com N sendo o tamanho do sinal e X_k a k -ésima componente da DCT. É possível mostrar que a DCT é uma mudança de base ortogonal.

¹ O trabalho tomado como referência utiliza uma modificação da DCT, conhecida na literatura por MDCT, amplamente empregada em algoritmos de compressão de áudio. Aqui, optamos por utilizar a DCT por ter uma implementação mais simples.

2.4.2 Modelando esparsidade estatisticamente

Assumimos que os coeficientes das fontes, no domínio da DCT $\tilde{\mathbf{s}}$, dados os parâmetros α_i e λ_i são i.i.d. com distribuição t de Student com α_i graus de liberdade e λ_i um parâmetro de escala, denotada por $t(\alpha_i, \lambda_i)$, definida como:

$$p(\tilde{s}_{i,k} | \alpha_i, \lambda_i) = \frac{\Gamma(\frac{\alpha_i + 1}{2})}{\lambda_i \sqrt{\alpha_i} \pi \Gamma(\frac{\alpha_i}{2})} \left(1 + \frac{1}{\alpha_i} \left(\frac{\tilde{s}_{i,k}}{\lambda_i}\right)^2\right)^{-(\alpha_i+1)/2}.$$

É um resultado conhecido (CASELLA; BERGER, 2001) que uma distribuição t de Student pode ser expressa como uma combinação de distribuições normais e inversas gama, dada da seguinte forma:

$$p(\tilde{s}_{i,k} | \alpha_i, \lambda_i) = \int_0^{+\infty} \mathcal{N}(\tilde{s}_{i,k} | 0, v_{i,k}) \mathcal{IG}(v_{i,k} | \frac{\alpha_i}{2}, \frac{2}{\alpha_i \lambda_i^2}) dv_{i,k},$$

onde $\mathcal{N}(x | \mu, v)$ e $\mathcal{IG}(x | \gamma, \beta)$ são densidades das distribuições Normal e Inversa-Gama respectivamente. Claro que para fazer essa nova representação é preciso pagar um preço, que é a inserção de parâmetros auxiliares, $v_{i,k}$.

Ressaltamos que a hipótese de que os coeficientes $\tilde{\mathbf{s}}$ são independentes é apenas uma hipótese facilitadora, entretanto isso não significa que o algoritmo não será capaz de separar sinais cujas fontes são correlacionadas.

2.4.3 Propriedades do ruído

Estamos assumindo que $\tilde{\mathbf{n}}$ é um ruído Gaussiano com matriz de covariância $\sigma^2 I_m$, sendo σ^2 desconhecido e I_m denota a matriz identidade de tamanho $m \times m$. Note que se Φ é uma matriz ortogonal (ou seja, $\Phi = \Phi^T$), então o vetor de ruídos \mathbf{n} terá a mesma distribuição de $\tilde{\mathbf{n}}$. Este é o caso da DCT, conforme mencionado acima.

2. Distribuição dos parâmetros

Utilizando as equações da Seção 2.4, obtêm-se as distribuições condicionais completas dos parâmetros do modelo. Aqui as contas foram omitidas, mas podem ser encontradas em (FEVOTTE; GODSILL, 2006). Defina os seguintes vetores e matrizes:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_k &= [v_{1,k}, \dots, v_{n,k}], \quad \mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n] \\ \boldsymbol{\alpha} &= [\alpha_1, \dots, \alpha_n], \quad \boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \dots, \lambda_n] \\ \boldsymbol{\theta} &= [\tilde{\mathbf{s}}, \mathbf{A}, \sigma, \mathbf{v}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\lambda}]. \end{aligned}$$

Daqui em diante denotamos por $\boldsymbol{\theta}_{-k}$ o $\boldsymbol{\theta}$ vetor sem a componente de índice ou nome k . Então a distribuição *a posteriori* é dada da seguinte forma:

$$p(\boldsymbol{\theta} | \tilde{\mathbf{x}}) = p(\tilde{\mathbf{x}} | \boldsymbol{\theta}) p(\tilde{\mathbf{s}} | \mathbf{v}) p(\mathbf{v} | \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\lambda}) p(\boldsymbol{\alpha}) p(\boldsymbol{\lambda}) p(\mathbf{A}) p(\sigma).$$

Estamos assumindo a priori de Jeffreys para λ e σ , e uma priori uniforme para \mathbf{A} e α . Listamos abaixo as distribuições condicionais completas de cada bloco de θ , bem como explicitamos a verossimilhança do modelo.

Verossimilhança:

$$\begin{aligned} p(\tilde{\mathbf{x}} | \theta) &= p(\tilde{\mathbf{x}} | \mathbf{A}, \tilde{\mathbf{s}}, \sigma) \\ &= \prod_{k=1}^N \mathcal{N}(\tilde{\mathbf{x}}_k | \mathbf{A}\tilde{\mathbf{s}}_k, \sigma^2 \mathbf{I}_m) \end{aligned}$$

- Condicional completa de $\tilde{\mathbf{s}}$:

$$\begin{aligned} p(\tilde{\mathbf{s}} | \theta_{-\tilde{\mathbf{s}}}, \tilde{\mathbf{x}}) &= \prod_{k=1}^N \mathcal{N}(\tilde{\mathbf{s}}_k | \mu_{\tilde{\mathbf{s}}_k}, \Sigma_{\tilde{\mathbf{s}}_k}) \\ \Sigma_{\tilde{\mathbf{s}}_k} &= ((1/\sigma^2)\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \text{diag}(\mathbf{v}_k)^{-1})^{-1} \\ \mu_{\tilde{\mathbf{s}}_k} &= (1/\sigma^2)\Sigma_{\tilde{\mathbf{s}}_k} \mathbf{A}^T \tilde{\mathbf{x}}_k \end{aligned}$$

- Condicional completa de σ^2 :

$$\begin{aligned} (\sigma^2 | \theta_{-(\mathbf{A}, \sigma)}, \mathbf{x}) &\sim \mathcal{JG}(\alpha_\sigma, \beta_\sigma) \\ \alpha_\sigma &= \frac{(N-n)m}{2} \text{ e} \end{aligned}$$

$$\beta_\sigma = \frac{2}{\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^N \tilde{\mathbf{x}}_{i,k}^2 - (\sum_{k=1}^N \tilde{\mathbf{x}}_{i,k})(\sum_{k=1}^N \tilde{\mathbf{s}}_k \tilde{\mathbf{s}}_k^T)^{-1} (\sum_{k=1}^N \tilde{\mathbf{x}}_{i,k} \tilde{\mathbf{s}}_k)}$$

- Condicional completa de \mathbf{A} :

$$\begin{aligned} p(\mathbf{A} | \theta_{-\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{x}}) &= \prod_{i=1}^m \mathcal{N}(\mathbf{r}_i | \mu_{\mathbf{r}_i}, \Sigma_{\mathbf{r}_i}) \\ \Sigma_{\mathbf{r}_i} &= \sigma^2 (\mathbf{s}_k \tilde{\mathbf{s}}_k^T)^{-1} \text{ e } \mu_{\mathbf{r}_i} = (1/\sigma^2) \Sigma_{\mathbf{r}_i} \tilde{\mathbf{x}}_{i,k} \tilde{\mathbf{s}}_k \end{aligned}$$

- Condicional completa de \mathbf{v} :

$$\begin{aligned} p(\mathbf{v} | \theta_{-\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{x}}) &= \prod_{k=1}^N \prod_{i=1}^n \mathcal{JG}(v_{i,k} | \gamma_{v_i}, \beta_{v_{i,k}}) \\ \text{com } \gamma_{v_i} &= (\alpha_i + 1)/2 \text{ e } \beta_{v_{i,k}} = 2/(\tilde{s}_{i,k}^2 + \alpha_i \lambda_i^2) \end{aligned}$$

- Condicional completa de α :

$$\begin{aligned} p(\alpha | \theta_{-\alpha}, \tilde{\mathbf{x}}) &\propto \\ \prod_{i=1}^n &\frac{P_i^{-(\alpha_i/2+1)}}{\Gamma(\frac{\alpha_i}{2})^N} \left(\frac{\alpha_i \lambda_i^2}{2}\right)^{\alpha_i N/2} \exp\left(-\frac{\alpha_i \lambda_i^2}{2} R_i\right) p(\alpha_i) \end{aligned}$$

$$\text{com } R_i = \sum_{k=1}^N \mathbf{1}/v_{i,k} \text{ e } P_i = \prod_{k=1}^N v_{i,k}.$$

- Condicional completa de λ_i^2 :

$$(\lambda_i^2 \mid \theta_{-\lambda}, \tilde{\mathbf{x}}) \sim \mathcal{G}(\gamma_{\lambda_i}, \beta_{\lambda_i})$$

com $\gamma_{\lambda_i} = (\alpha_i N)/2$ e $\beta_{\lambda_i} = 2/(\alpha_i R_i)$.

4. O algoritmo de separação

Como foi falado na Seção 2.2, para utilizar o Amostrador de Gibbs é preciso conhecer todas as distribuições condicionais completas dos parâmetros, entretanto é possível contornar essa limitação caso haja uma exceção. Isso será feito utilizando o algoritmo de Metropolis-Hastings para obter uma amostra da distribuição desconhecida, e essa será utilizada para atualizar o valor do parâmetro dentro do Amostrador de Gibbs. O Algoritmo 3 descreve como esse processo é realizado para o problema de separação de fontes descrito nesse trabalho.

	Algoritmo 3: Pseudo-código do Algoritmo de Separação de fontes
ENTRADA	Distribuições condicionais completas dos parâmetros $p(\theta_i \mid \theta_1, \dots, \theta_{i-1}, \theta_{i+1}, \dots, \theta_k) \forall i \in \{1, \dots, k\}$, um conjunto de dados \mathbf{z} , e o número de iterações K . Distribuição de interesse $p(\boldsymbol{\theta})$, função $f(\boldsymbol{\theta}) \propto p(\boldsymbol{\theta})$, e $Q(\boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{y})$ uma função densidade de probabilidade qualquer. Vetor de parâmetros $\boldsymbol{\theta} = [\tilde{\mathbf{s}}, \mathbf{A}, \sigma, \mathbf{v}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\lambda}]$
SAÍDA	Matriz de mistura \mathbf{A} e vetor $\tilde{\mathbf{s}}$ dos coeficientes das fontes.
INICIALIZE	Parâmetros da distribuição $\boldsymbol{\theta}^{(0)} = \{\tilde{\mathbf{s}}^{(0)}, \dots, \boldsymbol{\lambda}^{(0)}\}$.
ENQUANTO	O amostrador não tiver convergido
	PARA $j \in \{1, \dots, K + \text{sobra}\}$ FAÇA:
	ATUALIZE $\theta_j^{(i)} \sim p(\theta_j \mid \theta_1^{(i)}, \theta_2^{(i)}, \dots, \theta_{j-1}^{(i)}, \theta_{j+1}^{(i-1)}, \dots, \theta_k^{(i-1)}, \mathbf{z})$
	$A^{(i)} \sim p(A \mid \tilde{\mathbf{s}}^{(i-1)}, \sigma^{2(i-1)}, V^{(i-1)}, \boldsymbol{\lambda}^{(i-1)}, \boldsymbol{\alpha}^{(i-1)})$
	$\tilde{\mathbf{s}}^{(i)} \sim p(\tilde{\mathbf{s}} \mid A^{(i)}, \sigma^{2(i-1)}, V^{(i-1)}, \boldsymbol{\lambda}^{(i-1)}, \boldsymbol{\alpha}^{(i-1)})$
	$\sigma^{2(i)} \sim p(\sigma^2 \mid A^{(i)}, \tilde{\mathbf{s}}^{(i)}, V^{(i-1)}, \boldsymbol{\lambda}^{(i-1)}, \boldsymbol{\alpha}^{(i-1)})$
	$V^{(i)} \sim p(V \mid A^{(i)}, \tilde{\mathbf{s}}^{(i)}, \sigma^{2(i)}, \boldsymbol{\lambda}^{(i-1)}, \boldsymbol{\alpha}^{(i-1)})$
	$\boldsymbol{\lambda}^{(i)} \sim p(\boldsymbol{\lambda}^{(i)} \mid A^{(i)}, \tilde{\mathbf{s}}^{(i)}, \sigma^{2(i)}, V^{(i)}, \boldsymbol{\alpha}^{(i-1)})$
	Use MH para amostrar $\boldsymbol{\alpha}' \sim p(\boldsymbol{\alpha} \mid \boldsymbol{\theta}_{-\boldsymbol{\alpha}}, \tilde{\mathbf{x}})$
	Atualize $\boldsymbol{\alpha}^{(i)} = \boldsymbol{\alpha}'$
RETORNE	Matriz de mistura \mathbf{A} e vetor $\tilde{\mathbf{s}}$ de coeficientes das fontes.

4.1 Numba

Como o objetivo deste trabalho é uma implementação eficiente, em *Python*, do algoritmo proposto em (FEVOTTE; GODSILL, 2006), não é recomendado utilizar *listas* para construir os vetores dos parâmetros, mesmo que sua implementação seja mais fácil. Isso se dá porque listas em *Python* são guardadas de forma não sequencial na memória, ou seja, sempre que precisamos acessar um dado na lista muito tempo é gasto para o computador alcançá-lo, causando um grande impacto na eficiência do código.

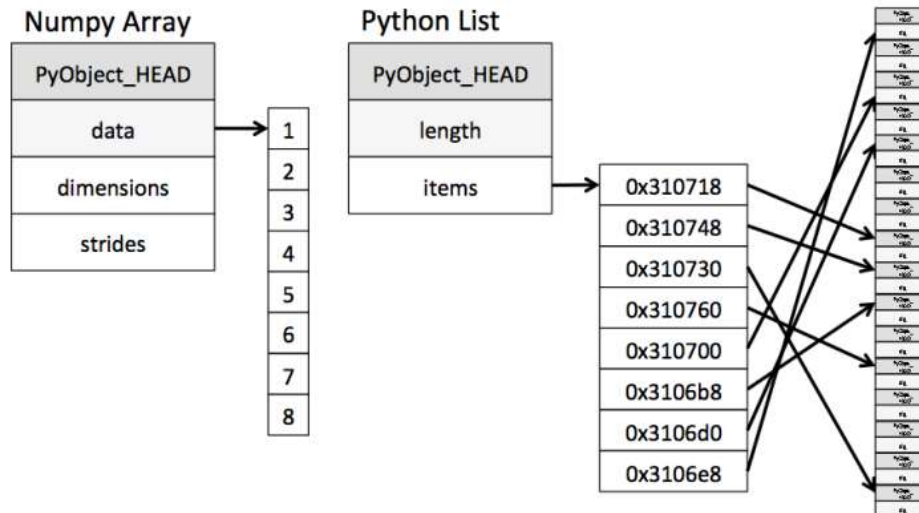


Figura 11: Comparação entre um array do Numpy e uma lista em Python.
(fonte: jakevdp.github.io/images/array_vs_list.png)

Para contornar essa limitação, foram utilizados os vetores da biblioteca *Numpy*, esses sendo armazenados de forma sequencial na memória, e para otimizar os laços presentes nos métodos MCMC, utilizou-se a biblioteca *Numba*.

O *Numba* é uma biblioteca que traduz funções em *Python* para código de máquina fazendo com que as funções traduzidas rodem em velocidades comparáveis a C e Fortran. Tais ferramentas são conhecidas como compiladores *just-in-time* (JIT).

5. Resultados

Inicialmente foi realizada uma tradução do código disponibilizado em (FEVOTTE; GODSILL, 2006), da linguagem Matlab/Octave para *Python*. Entretanto, ao analisar o código-fonte original, verificou-se algumas discrepâncias entre as distribuições dos parâmetros na implementação do algoritmo e o modelo teórico proposto. Por conta disso, a presente implementação em *Python* foi feita somente a partir do referencial teórico de acordo com as distribuições descritas na Seção 2.4. Tais códigos estão disponíveis em (MATOS, 2021).

5.1 Experimentos

Como critério de convergência para o algoritmo de separação, estaremos utilizando a seguinte métrica:

$$\left| \max_{i,j} (\mathbf{A}^{(k)} - \mathbf{A}^{(k-1)})_{i,j} \right| < \varepsilon,$$

para algum ε suficientemente pequeno.

Aqui não verificaremos rigorosamente se a cadeia de Markov convergiu de fato para a sua distribuição estacionária, uma vez que esta análise é complexa e não é

o foco deste trabalho. Tendo isso em mente, a análise da eficiência/convergência do algoritmo de separação foi feita de forma empírica ao analisar perceptivamente cada saída do programa.

Foram realizados, ao todo, dez experimentos para verificar a eficácia do algoritmo, sendo eles:

- Experimentos 1-4:

Foi recriado o experimento “*Robustness to Mixing Matrix*” apresentado em (FEVOTTE; GODSILL, 2006). Esse consiste em analisar a capacidade de separação do algoritmo para matrizes de mistura com a seguinte estrutura:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \tan \psi_1 & \tan \psi_2 & \tan \psi_3 \end{bmatrix}.$$

A razão de fazer isso é que testaremos a capacidade do algoritmo de separar amostras que são obtidas por receptores colocados de forma circular ao redor da fonte sonora. Lembrando que o número de amostras do sinal, e o número de fontes que foram passados como parâmetro ao algoritmo são, respectivamente, dois e três. Além disso, na criação das observações foi introduzido ruído gaussiano aditivo com desvio padrão $\sigma = 0,01$. Para tal cenário, utilizaram-se as seguintes sequências de valores para os ângulos $\psi_1, \psi_2, e \psi_3$:

Tabela 1: Valores dos ângulos utilizados nos experimentos 1-4.

ψ_1	ψ_2	ψ_3
-45°	15°	75°
-45°	66°	75°
-45°	-36°	75°
57°	66°	75°

Após analisarmos cada áudio retornado pelo programa, é seguro afirmar a capacidade do mesmo de lidar com essa situação. Os áudios utilizados para gerar as amostras, bem como as fontes retornadas pelo programa se encontram em (MATOS, 2021).

- Experimentos 5-7:

O foco destes experimentos é determinar se o algoritmo é capaz de separar sinais dependentes, uma vez que o modelo assume independência dos sinais das fontes. Para isso foram utilizadas três versões da quinta sinfonia de Beethoven, uma em MIDI, uma regida por Karajan, e a outra por Bernstein. Além disso, também é verificado se o programa tem capacidade de separar sinais dependentes ao aumentarmos o número de observações passadas ao modelo, tendo um sistema super-determinado ($m \geq n$).

Foi uma surpresa observar que mesmo para sistema subdeterminado ($m < n$) o algoritmo foi capaz de realizar a separação. Os áudios utilizados e obtidos nestes experimentos se encontram em (MATOS, 2021).

- Experimento 8-10:

O objetivo desse experimento é analisar a capacidade do algoritmo de lidar com dados contendo diferentes intensidades de ruídos. Para isso utilizamos o mesmo conjunto de áudio dos experimentos 1-4 para gerar observações contendo ruídos com desvios-padrão $\sigma = 0.01, 0.1, 0.5$ e sistema determinado ($m = n$).

Para os dois primeiros valores de σ , o algoritmo foi capaz de estimar satisfatoriamente as fontes que formam o sinal, mas para o último valor, o programa foi capaz obter alguma informação sobre as fontes, mas seu desempenho foi afetado pela quantidade elevada de ruído. Os áudios utilizados e obtidos nesse experimento se encontram em (MATOS, 2021).

Conclusões

Neste trabalho revisitamos o algoritmo de separação de fontes proposto em (FEVOTTE; GODSILL, 2006), bem como realizamos uma implementação eficiente na linguagem *Python*, lançando mão de compiladores *just-in-time* para ganhar eficiência computacional, reduzindo o tempo de cada iteração do algoritmo MCMC de 3 minutos para 4,3 segundos, em média. Também verificamos, empiricamente, a satisfatoriedade dos resultados obtidos. Próximos passos podem ser uma implementação utilizando a MDCT, ou tratando o modelo Bayesiano através de Inferência Variacional, em vez de MCMC.

Referências

- AHMED, Nasir; NATARAJAN, T.; RAO, Kamisetty. Discrete Cosine Transform. *IEEE Transactions on Computers*, v.C-23, n.1, 1974, pp. 90-93.
- CASELLA, George; BERGER, Roger. *Statistical Inference*. 2nd Edition. Pacific Grove, Boston: Cengage Learning, 2001.
- FEVOTTE, Cedric.; GODSILL, Simon. A Bayesian Approach for Blind Separation of Sparse Sources, *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, v.14, n.6, 2006, pp. 2174-2188.
- MATOS, Natanael. Audio_Separation: Projeto de iniciação científica sobre abordagem bayesiana para separação de fontes sonoras. 2021. Disponível em <https://github.com/Natanael-Luciano/Audio_Separation>, Acessado em: 05 out. 2021.
- MÜLLER, Meinard. *Fundamentals of Music Processing: Audio, Analysis, Algorithms, Applications*. New York: Springer, 2015.

ROBERT, Christian; CASELLA, George. *Introducing Monte Carlo Methods with R*.
New York: Springer, 2010.

Análise dos materiais melódicos da canção *Gute Nacht* a partir do Modelo de Análise Derivativa de Carlos Almada

Luiz Felipe Stellfeld Monteiro

Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR)

monteiro1794@gmail.com

Resumo: O presente artigo visa apresentar uma análise parcial do material melódico inicial da canção *Gute Nacht* de Schubert através da aplicação do *Modelo de Análise Derivativa* (MDA) desenvolvido por Carlos Almada (2021). A análise pretende investigar como os princípios de economia de material musical e o pensamento organicista, ambos fortemente presentes no ideal da música romântica Austro-Germânica, se manifestam e estruturam a canção. Visa-se também propor a utilização do MDA como ferramenta de análise para músicas de estrutura estrófica, em contraste às músicas que apresentam variação progressiva entre suas estruturas, referência para a constituição e aplicação do modelo.

Palavras-chave: Modelo de análise derivativa. Organicismo. Grundgestalt. Schubert. Canção

Solving the Derivative Puzzle: An Application of the Model of Derivative Analysis by Carlos Almada

Abstract: The article proposes to present a partial musical analysis of Schubert's lied *Gute Nacht* through the application of the *Model of Derivative Analysis* (MDA) developed by Carlos Almada (2021). The analysis of the initial melodic material intends to investigate how basic principles of the Austro-Germanic romanticism such as the economy of musical materials and the organicist thinking are manifested in the lied and structures it. This analysis proposes also the use of MDA on strophical structured songs, in contrast to musics based on the developing variation of its structures, which were reference for the constitution and application of the MDA.

Keywords: Model of Derivative Analysis. Organicism. Grundgestalt. Schubert. Lied.

1. Introdução

O *Modelo de Análise Derivativa* (MDA) proposto por Almada em seu livro *Musical Variation: Toward a Transformational Perspective* (2020b) determina um método de análise musical a partir da comparação entre “sequências melódicas curtas, relativamente completas em si, cujas estruturas rítmicas e de alturas (pitch) são de grande importância” (ALMADA, 2020b, p.9), as *unidades de significação derivativa* (UDS). Esta comparação visa determinar objetivamente o contraste entre os materiais utilizados, bem como, relacionar os diferentes materiais musicais a uma origem comum.

Como método de análise, o MDA visa compreender a obra musical a partir da rede formada pela transformação de materiais musicais, ideia intimamente conectada ao *Organicismo*, filosofia presente na música do séc. XIX, e às postulações teóricas de Schoenberg sobre *variação progressiva* e *Grundgestalt*. Em suma, visa compreender as potencialidades de extensão e expressão de pequenos fragmentos musicais ao longo de uma obra, constantemente transformados durante o discurso musical.

Contudo, apesar de a variação progressiva em música ocorrer a partir da constante transformação dos materiais, o MDA pode ser uma ferramenta para análises de músicas cujos pressupostos formais não permitem uma derivação muito radical dos materiais, como é o caso das canções de forma estrófica, por exemplo. Desta maneira, o presente trabalho pretende apresentar a análise da canção *Gute Nacht* de Schubert, a partir do MDA, a fim de traçar a relação entre os materiais melódicos da primeira estrofe a uma possível origem única. O objetivo é verificar possíveis conclusões no uso deste método em músicas sem variação progressiva, como eventual forma de expansão da finalidade do MDA, proposta por Almada.

2. Referencial teórico

Conforme já exposto, a análise dos primeiros materiais da canção de Schubert foi realizada a partir do método do MDA, cuja premissa repousa na observação das variações e transformações das UDS. Almada reforça a importância de encarar variação e transformação como uma espécie de repetição do objeto, que altera determinados aspectos, mas preserva outros, de tal maneira que é possível traçar entre os dois objetos alguma relação de semelhança (ALMADA, 2020b, p.5).

A esta relação, o autor propõe a seguinte equação $C=V(P)$, onde C (*child*) é o produto da variação, P (*parent*) é o objeto tomado como referência que sofre V , um procedimento ou operação de *variação*. Esta variação (V) pode ocorrer de forma *holística*, ou seja, sobre estruturas indivisíveis, ou *decomponível*, sobre domínios separados, como alturas e ritmo. No presente trabalho, as variações ocorrem de forma *decomponível*.

Na forma *decomponível*, os domínios são separados em atributos. O domínio das alturas (*pitch*) é dividido em $p1$ que utiliza a notação MIDI para numerar as notas, tomando como base o Dó 3 como 60, $p2$ descreve os eventos como *pitch class*, $p3$ referindo-se aos intervalos contados em número de semitons, $p4$ que descreve o contorno melódico, conforme concebido por Robert Morris (1987), e $p5$ como sendo a distância intervalar em semitons entre o primeiro e o último evento. Já o ritmo (*time*) é dividido pelos atributos $t1$ que representa o valor das durações proporcionais de cada figura, sendo geralmente a colcheia equivalente a 2 e assim por diante, $t2$ que reproduz a ideia de Toussaint (2013) da IOI, “as durações entre dois ataques consecutivos”, $t3$ o contorno métrico segundo as propostas de Mayr e Almada (2017), que atribui valores numéricos aos pesos métricos e $t4$ que descreve a duração total do trecho analisado. O apanhado destes atributos forma a matriz de cada UDS, que descreve de forma numérica os domínios dos trechos musicais.

As variações ocorrem por meio de operações transformacionais. Almada estabelece ao todo 27 operações que contém nomes, abreviações e funcionamento próprios, que serão explicados mais especificamente no corpo do artigo, conforme o uso

de cada operação. As operações utilizadas neste trabalho, suas abreviações e a forma como alteram as UDS são as seguintes:

Adição (**ADD_x**)/Subtração (**SUB_x**): adiciona ou subtrai de valores positivos nos atributos p3 ou t2. Esta operação no domínio das alturas pode ampliar, contrair, reverter e neutralizar a extensão de intervalos determinados, mantendo a estrutura intervalar dos outros elementos não afetados. No domínio temporal pode atrasar ou antecipar um ataque, mantendo o IOI dos eventos não contemplados pela operação.

Figura 1: Exemplo da operação Adição (ADD) no domínio das alturas e dos ritmos. Nota-se que a configuração intervalar e o IOI entre 5 e 7 de C permanece igual a P.

Alteração cromática (**ALT_{-/+}**): esta operação afeta o atributo p1, grafando-se determinada nota com sinal alterado. Basicamente, adiciona ou diminui uma unidade (um semitom) em p1;

Figura 2: Exemplo da operação Alteração Cromática (ALT) negativa.

Inversão diatônica (**i**): operação canônica na tradição ocidental, inverte a direção de intervalos melódicos conforme os graus da escala diatônica utilizada no trecho;

Figura 3: Exemplo da operação Inversão Diatônica (i). Todos os intervalos foram invertidos, mantendo os graus da escala original.

Mudança de registro (**OCT_{-/+}**): altera a oitava de determinada nota, afetando o atributo p1;

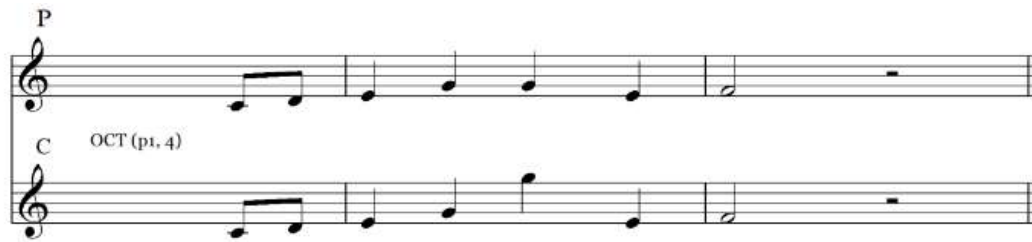


Figura 4: Exemplo da operação Mudança de Registro (OCT) positiva.

Permutação (**PER**): altera livremente a ordem em que os eventos ocorrem, alterando os atributos p_1 e t_1 ;

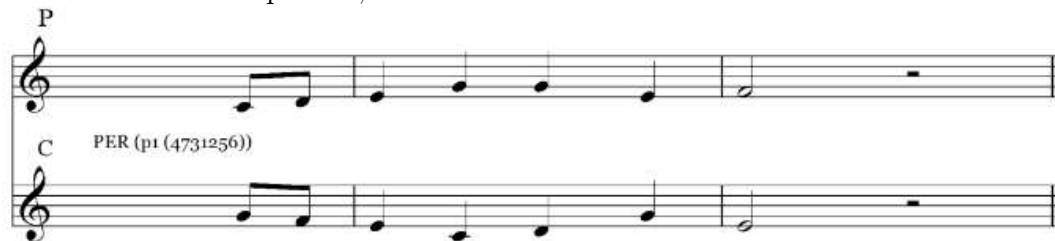


Figura 5: Exemplo da operação Permutação (PER) apenas no domínio das alturas. A nova ordem dos materiais aparece no corpo da operação.

Retrogradação (**R**): operação canônica que altera a ordem dos eventos, tomando a sequência dos elementos presentes nos atributos p_1 e t_1 de trás para frente;



Figura 6: Exemplo da operação Retrogradação (R) apenas no domínio temporal.

Transposição diatônica (t_x): operação canônica que altera o atributo p_1 de um trecho em x graus na escala diatônica utilizada.



Figura 7: Exemplo da operação Transposição Diatônica (t) em 5 passos. Nota-se que os elementos foram transpostos em uma sexta maior e menor, respectivamente.

O método proposto pelo autor também estabelece uma forma de calcular as diferenças apresentadas entre P e C a partir da comparação dos atributos das matrizes. O objetivo é de se encontrar um número entre 0 e 1, onde 1 representa o contraste

absoluto entre os trechos comparados e 0 a ausência de qualquer mudança entre P e C, ou seja, uma repetição literal.

O primeiro passo proposto por Almada para a realização do cálculo se refere a encontrar um valor absoluto de diferença entre os atributos de P e C. A este valor absoluto, dá-se o nome de k' . O valor de k' é obtido pela comparação de cada elemento da matriz de P e C. Desta forma, o cálculo dos domínios precisa ser individualizado, sendo kp' para o domínio das alturas (*pitch*) e kt' para o domínio temporal (*time*)¹.

Entre os domínios (kp' e kt'), a similaridade entre P e C é calculada levando em consideração vetores (v). Cada vetor destina-se a um atributo da matriz específico: $vp1$ até $vp5$ e $vt1$ até $vt4$. Cada v tem n elementos, correspondentes aos eventos de C e P. A obtenção do resultado de cada v se dá pela subtração entre o valor numérico dos eventos correspondentes das duas UDS. Por exemplo, a diferença entre os primeiros elementos de $p1$ de B e A (58 e 75) é -17^2 .

Como cada vetor (v) é composto por vários elementos, os valores encontrados pela subtração de todos os elementos de P e C em cada atributo serão somados, sem o sinal negativo se houver, chegando-se ao valor do vetor. O resultado de cada vetor, conforme seu atributo, será multiplicado por um peso w (*weight*) já pré-fixado por Almada a cada atributo. O resultado de todos os vetores é somado. Tem-se, portanto a seguinte fórmula:

$$kp' \text{ ou } kt' = (v1 \times w1) + (v2 \times w2) + (v3 \times w3) + (v4 \times w4) + (v5 \times w5)$$

Como kp ou kt precisa ser um número situado entre 0 e 1, o resultado kp'/kt' precisa ser normalizado pela divisão do maior valor absoluto encontrado como contraste, $kp/t \text{ Max}$. O maior valor de kp' ou kt' encontrado deve ser considerado como $kp/t \text{ Max}$, para que não haja resultados maiores que 1.

Com os valores de cada domínio encontrados individualmente com kp e kt , um último procedimento é necessário para que se encontre um valor de k pertinente à UDS como um todo. O valor de k de todos os domínios apresentados devem ser multiplicados por fatores cuja somatória seja 10, somados e então divididos por 10.

A equação original é: $(3,5Kp + 5Kt + 1,5Kh)/10$. Neste caso, como o aspecto harmônico (1,5Kh) não foi contemplado para a análise, a equação seguiu da forma como apresentada no trabalho, mantendo a somatória dos fatores que multiplicam Kp e Kt (4 e 6) equivalente a 10, como na equação original. Assim, se obtém o resultado final que representa o grau de contraste entre as UDS.

Por fim, a análise da canção será realizada a partir da primeira abordagem acerca das variações presente no livro de Almada, a da variação descontextualizada. Apesar de Almada tratar a variação em função do tempo e também de pelas suas aplicações analíticas, a análise que se pretende fazer neste artigo dos materiais

¹ O domínio harmônico (h) não será abordado neste trabalho.

² Ver página 9.

melódicos iniciais da canção de Schubert busca encontrar os resquícios de semelhança entre os materiais contrastantes apresentados, sem propor a forma como eles se desenvolvem e se transformam no decorrer da música. Desta maneira, a abordagem do trabalho se afasta das aplicações da variação em função do tempo e das aplicações analíticas que dela provém.

Além do mais, optou-se neste trabalho por definir as UDS analisadas como sendo as próprias frases musicais, o que não ocorre na análise do *Intermezzo em Lá maior Op.118/2* de Brahms na obra de Almada. Pela necessidade de se estabelecer os passos da variação progressiva desta obra, Almada optou pelo mapeamento da progressão das variações a partir das *Grundgestalten* abstraídas, configurações muitas vezes reduzidas a duas notas, por exemplo.

3. Análise da canção *Gute Nacht* pelo MDA

Por outro lado, a canção *Gute Nacht* do ciclo *Winterreise* de Schubert é uma música em forma estrófica, tradicionalmente representada como uma forma (AAA) que repete os mesmos materiais apresentados nas primeiras frases musicais. É uma forma bastante presente nos *Lieder*, tendo em vista que o material musical repetido respeita a divisão das estrofes dos poemas em que se baseia, fazendo com que as mudanças musicais ocorram entre os versos de cada estrofe.

Em *Gute Nacht*, a melodia de cada uma das três estrofes (doravante α , β , γ) é dividida em outros três períodos ($\alpha.a$, $\alpha.b$, $\alpha.c$; $\beta.a$, $\beta.b$, etc), havendo a repetição por *ritornello* da estrofe α . Apesar de as estrofes repetirem o material dos períodos entre si, pequenas modificações são feitas entre uma estrofe e outra. Isto gera um alto grau de semelhança entre cada uma das estrofes (entre $\alpha.a$, $\beta.a$ e $\gamma.a$, por exemplo), mas, ao mesmo tempo, garante a expressividade que acompanha o texto por transformações pontuais dentro de cada período. Os maiores contrastes ocorrem justamente entre os períodos, fazendo com que cada estrofe em si contenha o grau de variação necessário para o desenvolvimento e fechamento de uma ideia.

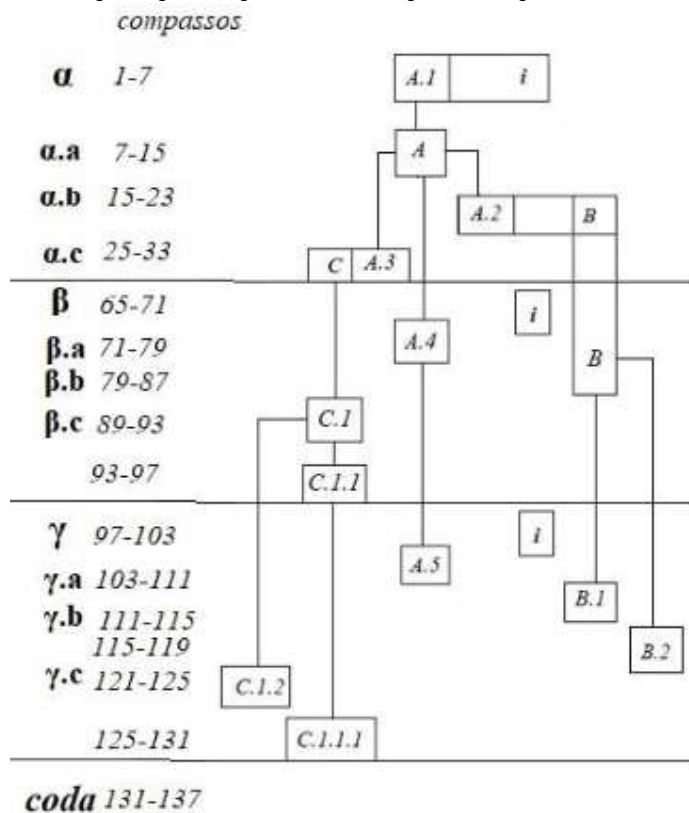


Figura 8: Frases que iniciam os períodos $\alpha.a$, $\alpha.b$, $\alpha.c$, UDS's *A*, *A.2* ou *B* e *A.3* ou *C* respectivamente.

Contudo, mesmo entre estes períodos de maior contraste, é possível abstrair muitas relações de semelhança, como é o caso das relações rítmicas, contorno melódico

e uso de determinados intervalos³. Desta forma, é possível especular sobre uma possível origem única de todos os materiais da peça (Tab.1) e averiguar com o MDA de maneira objetiva o grau de semelhança entre os materiais melódicos contrastantes, a partir das operações transformacionais e cálculos de semelhança a seguir expostos.

Tabela 1: Forma da canção *Gute Nacht*, mostrando as relações entre os materiais melódicos e a frase principal *A* apresentada e repetida no período *A.a*.



3.1 Operações transformacionais e cálculo

Conforme dito anteriormente: os maiores contrastes da canção ocorrem entre **α.a**, **α.b** e **α.c**, sendo mantida a sequência da apresentação destes períodos nas estrofes **β** e **γ**; **α.b** e **α.c** apresentam certas relações de semelhança com **α.a**, o que aponta para uma possível interpretação de origem única de todos os elementos da música, conforme mostra a Tab. 1. Assim, as comparações entre as UDS do início destes três períodos serão feitas em relação a **α.a**, na função de P (*parent*, pai) e nomeada como UDS *A*, e **α.b** e **α.c** nas funções de C (*child*, criança) e nomeada como UDS *A.2* ou *B* e *A.3* ou *C*.

A mudança de nomenclatura entre as UDS *A.2* e *A.3*, se dá por conta da especificação⁴ que ocorre entre esses materiais, uma vez que as repetições e variações que

³ Estas relações serão abordadas posteriormente.

⁴ Segundo Almada, a especificação ocorre quando uma variante C diverge radicalmente de seu antecessor

vão ocorrer nas estrofes seguintes mantém a estrutura das UDS *A.2* e *A.3* de forma independente da UDS *A*. A relação com os demais materiais da música, inclusive com a UDS *A.1*, a melodia instrumental da introdução da canção, não serão tratadas neste trabalho.

As mudanças entre *A* e *B* passam por uma série de operações transformacionais separadas entre os atributos de classe de alturas e ritmos a seguir expostas (Figure 9).

No domínio das alturas as operações utilizadas foram as seguintes. P/C1: Alteração cromática (**ALT**₊) 1, 7, 11, 13, 15, transformando os Mi bemóis em Mi natural; C1/C2: Adição (**ADD**₂) de dois semitons no primeiro e segundo intervalos, mantendo a configuração intervalar dos próximos elementos; C2/C3: Permutação (**PER**) entre os elementos 5, 12 e 15; C3/C4: Mudança de registro (**OCT**) dos eventos 1 a 4 e do evento 9; C4/C5: Retrogradação (**R**) dos eventos 1 a 4 e dos elementos 13 e 14; C5/C6: Alteração cromática negativa (**ALT**₋) dos eventos 1 a 10, 13, 14 e 16; e Inversão diatônica (**i**) dos intervalos 8 e 15.

No domínio rítmico as operações usadas foram: P/C1: Subtração de duas semicolcheias (**SUB**₂) do evento 10; Adição de uma semicolcheia (**ADD**₁) nos eventos 12 e 15.

Nota-se que o domínio das alturas precisou passar por diversas operações para se transformar de *A* para *B*. Contudo, apenas duas operações resolveram o domínio rítmico. Há, no entanto, semelhanças melódicas que ocorrem nos dois trechos como os saltos de quarta (em *A* os saltos ocorrem nos elementos 3, 4 e 9, 10, em *B* nos elementos 1, 2), a coincidência entre os elementos 6, 7 e 8 de *A* e *B*, e o contorno melódicos dos dois últimos compassos de *B* que remetem aos cinco últimos elementos de *A*. De qualquer forma, o que se observa das operações é que estes aspectos em comum ainda necessitam ser transformados, deixando de conservar a forma comum para a transição de *A* para *B*.

imediatamente, P, de forma que os outros materiais derivados de C sejam considerados como uma linhagem à parte e não pertencentes a P. O termo especiação tem origem no fenômeno natural de formação de novas espécies, percebido por Charles Darwin. (ALMADA, 2020b, p.160-161)

2

P = A // C = A.2 (B)

P = A // C = A.2 (B)

P
ALT: (p1,1, 7, 11, 13, 15)

C1
ADD: (p3, 1, 2)

C2
PER (p1 (16, 5, 12)

C3
OCT (p1 1:4, 9)

C4
R (p1 1:4, 13:14)

C5
ALT- (p1 1:10, 13:14, 16)

C6
i (p3, 8, 15)

C7

P = A // C = A.2 (B)

P
SUB: (t1, 10)

C1
ADD: (t1, 12, 15)

C2

Figura 9: Operações transformacionais entre A e B .

Em complementação às operações, apresenta-se cada valor correspondente aos atributos de A e B e o resultado do cálculo das diferenças entre estas UDS ($k(A//B)$).

A (*pitch/* altura):

p1: 75, 74, 72, 67, 63, 62, 63, 62, 72, 67, 63, 67, 63, 62, 63, 60

p2: 3, 2, 0, 7, 3, 2, 3, 2, 0, 7, 3, 7, 3, 2, 3, 0

p3: -1, -2, -5, -4, -1, +1, -1, +10, -5, -4, +4, -4, -1, +1, -3

p4: 6, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 1, 4, 3, 2, 3, 2, 1, 2, 0

p5: 15

(time/ritmo)

t1: 2, 2, 2, 2, 2, 3, 1, 2, 2, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 4

t2: 2, 2, 2, 2, 2, 3, 1, 2, 2, 3, 1, 1, 1, 1, 1

t3: 5, 12, 6, 9, 7, 14, 4, 10, 8, 13, 3, 11, 1, 2, 0, 15

t4: 30

B (*pitch*/ altura):

p1: 58, 63, 63, 63, 63, 65, 67, 65, 67, 70, 68, 67, 65, 67, 68, 67

p2: 10, 3, 3, 3, 3, 5, 7, 5, 7, 10, 8, 7, 5, 7, 8, 7

p3: +5, 0, 0, 0, 2, 2, -2, 2, 3, -2, -1, -2, 2, 1, -1

p4: 0, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 2, 3, 5, 4, 3, 2, 3, 4, 3

p5: 9

(time/ritmo)

t1: 2, 2, 2, 2, 2, 3, 1, 2, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 4

t2: 2, 2, 2, 2, 2, 3, 1, 2, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 1

t3: 5, 12, 6, 9, 7, 14, 4, 10, 8, 13, 1, 3, 11, 2, 0, 15

t4: 30

$$K (A//B) = 0,502$$

Almada considera o valor de $k=1$ como contraste absoluto. Assim, o valor de $k= 0,5$ configura contraste diametralmente situado entre a repetição idêntica ($k = 0$) e o contraste absoluto ($k = 1$). O valor máximo de contraste ($kp/t \text{ max}$) resultante da operação anterior, contribui para um resultado mais contrastante do que esperado para materiais aparentemente correlacionados. Isso é esperado, uma vez que o valor máximo de contraste só poderia advir do resultado obtido em $kp'A//B$, já que o domínio das alturas é o domínio com maior contraste.

Vejamos as operações transformacionais entre *A* e *C* (Figura 10).

No domínio das alturas as operações utilizadas foram as seguintes. P/C1: Permutação (**PER**) entre todos os elementos; C1/C2: Transposição diatônica em um passo (t_1) dos elementos 2, 3 e 16; C2/C3: Transposição diatônica em seis passos (t_6) dos elementos 9 e 10; C3/C4: Inversão diatônica (**i**) dos eventos 10 e 14; C4/C5: Adição (**ADD**₄) de quatro semitons no intervalo 12; C5/C6: Adição (**ADD**₂) de dois semitons no último intervalo.

No domínio rítmico, curiosamente, apenas uma Permutação (**PER**) total é capaz de reordenar os ritmos de *A* para *C*.

De fato, as semelhanças entre estas duas UDS são mais visíveis através do deslocamento de muitos dos seus materiais. Tanto com relação às notas quanto com relação aos ritmos, tem-se a impressão de que *C* se baseia a partir da consequente de

A , mais especificamente dos elementos 9 a 11. Contudo, aplicando o cálculo entre estas UDS chega-se no resultado de $k=0,56$, ainda mais contrastante do que B .

3

P = A // C = A.3 (C)

PER (p1, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 16, 2, 1, 7, 12, 13, 14, 15, 8)

t_1 (p1, 2, 3, 16)

t_2 (p1, 9, 10)

i (p3, 10, 14)

ADD₁ (p3, 12)

ADD₂ (p3, 13)

P = A // C = A.3 (C)

PER (t1, 1, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 2, 12, 13, 3, 4, 5, 14, 15, 16)

Figura 10: Operações transformacionais entre A e C .

Mesmo com um número de operações reduzido, observa-se que as semelhanças entre os trechos não se manifestam no cálculo. Como o cálculo compara posições fixas de cada elemento entre as matrizes de cada trecho, a reordenação proporcionada pela operação (**PER**), mesmo que seja uma transformação que abrevie o uso de outras operações, não altera o valor absoluto de k .

Conclusões

O alto grau de contraste encontrado entre estes trechos, situado exatamente entre a diferença absoluta e a repetição idêntica, sugere um afastamento da hipótese

de algum “parentesco” entre os objetos analisados. Contudo, tendo em vista a necessidade de criar contrastes internos dentro de cada estrofe, a especificação que ocorre entre as UDS que compõe a primeira estrofe da música sugere um afastamento destes trechos. Frisa-se que a pretensão não é refazer os passos do compositor, mas sim encontrar formas objetivas de afirmar como semelhanças ocorrem e se manifestam em determinadas peças musicais.

No presente caso, o uso alternativo do MDA reflete como este método aponta a relação entre as semelhanças dos trechos analisados. Observa-se, pela técnica proposta por Almada, que o cálculo entre UDS's continua apontando contrastes em possíveis semelhanças que ocorrem de maneira deslocada na ordem, ou seja, apenas compara o elemento e sua posição na matriz de forma independente dos outros elementos.

Neste sentido, é necessário observar o uso do MDA para trechos longos, uma vez que a proposta analítica na obra de Almada se dirige a fragmentos curtos de música. O uso do MDA como proposto originalmente pelo autor na análise do *Intermezzo em Lá maior Op.118/2* de Brahms permite com que configurações semelhantes pontuais sejam minuciosamente analisadas com relação a outro trecho localizado na trama de *Grundgestalt* que surge dessa análise. Por outro lado, o número total de elementos analisados em cada trecho pode afetar variáveis do cálculo, como o kp/t max., tendo em vista o acúmulo dos resultados de cada subtração realizada nos elementos das matrizes.

De qualquer forma, o uso do MDA a partir da variação descontextualizada, ou seja, um uso alternativo do MDA para fins analíticos, pode ser uma opção viável para a obtenção de dados objetivos com relação à comparação de frases musicais e suas semelhanças profundas ou superficiais. A aplicação e comparação de resultados realizados em outras análises nos mais diversos contextos podem auxiliar na construção de significado dos resultados obtidos. A comparação de contextos em que valores de ‘k’ em trechos de músicas de forma estrófica, como o caso de *Gute Nacht*, por exemplo, pode ajudar a determinar níveis de contraste esperados na literatura da forma.

Referências

- ALMADA, Carlos. A Transformational Approach for Musical Variation. *Orfeu*, v.5, n. 3, dez. 2020a, p. 373-577.
- ALMADA, Carlos. *Musical Variation: Toward a Transformational Perspective*. [S.l., s.n.], 2020b.
- ALMADA, Carlos. Variation and Developing Variation under a Transformational Perspective. *Musica Theorica*, v. 4, 2019, p. 30-61.
- GOLLIN, Edward. *Representations of Space and Conceptions of Distance in Transformational Music Theories*. Tese (PhD in Music). Harvard University, 2000.

- HOSKINSON, Darin. *The Grundgestalt and Network Transformations in the Late Choral Works of Anton Webern*. Tese (Doutorado em Música). University of Oregon, Eugene, 2006.
- LEWIN, David. *Generalized Musical Intervals and Transformations*. New Haven: Yale University Press. 1987.
- MAYR, Desirée; ALMADA, Carlos. Geometrical and Vector Representation of Metrical Relations. In: II CONGRESSO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE TEORIA E ANÁLISE MUSICAL, 2017. Florianópolis. *Anais ...* Florianópolis: UDESC, 2017, p. 10-19.
- MORRIS, Robert. *Composition with Pitch Classes: A Theory of Compositional Design*. New Haven: Yale University Press, 1987.
- RINGS, Steven. *Tonality and Transformation*. Oxford: Oxford University Press. 2011.
- TOUSSAINT, Godfried. *The Geometry of Musical Rhythm: What Makes a “Good” Rhythm Good?* Boca Raton, FL: CRC Press, 2013.

Game of Tones: A Simple Schoenbergian Serial Music-Making Model

José Fornari

Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)

fornari@unicamp.br

Abstract: Automatic music making models are a unique type of game-like aesthetic algorithms that have been explored for a long time and used to create music without a musician, where the actual composer is the model's maker. Chaotic behavioral models offer an enticing chance for game-like music making as they allow the creation of similar yet novel music to be listened to or even to be later played by humans. Here is presented an undecidable model based on Game of Life and the Twelve-Tone technique to make non-supervised autonomous melodies as a musical Turing machine.

Keywords: Game of life. Schenberg. Twelve-tone technique. Undecidability. Automatic Composition.

Jogo dos Tons: Um Simples Modelo Musical Serial Schoenbergiano

Resumo: Modelos automáticos de criação musical são algoritmos estéticos semelhantes de jogos usados para compor música onde o compositor real é o criador do modelo. Modelos caóticos oferecem uma oportunidade interessante deste tipo de criação, pois permitem a criação automática de música semelhante mas original, que pode ser ouvida ou mesmo tocada posteriormente por humanos. Aqui é apresentado um destes modelos baseado no Jogo da Vida e na Técnica dos Doze Tons que cria melodias de modo autônomo e não supervisionado, como uma máquina de Turing musical.

Palavras-chave: Jogo da Vida. Técnica dos Doze Tons. Indecibilidade. Composição Automática.

1. Introduction

The current coronavirus pandemic brought many losses to society, also impacting science and the academic community, such as with the passing away of John Horton Conway, in 2020¹. Conway was a notorious mathematician, active in many fields of expertise, including theory of finite groups, number theory and combinatorial game theory. This is the case of his most popular achievement, in the branch of recreational mathematics, more specifically his contribution in the 1970s with the invention and development of a simple yet wondrous cellular automation known as the "Game of Life" ².

Cellular automation is a class of computational models initially conceived in the 1940s, by Stanislaw Ulam and John von Neumann, belonging to the field of Automation Theory, the study of abstract self-operating machines. Cellular automations normally consist of a regular grid of cells that can assume a finite number of states. In the case of Game of Life, the states of each cell are binary, meaning that they can assume only two states: either "alive" (on) or "dead" (off) which is decided by

¹ Roberts, Siobhan. "John Horton Conway, a 'Magical Genius' in Math, Dies at 82". New York Times. April, 15th 2020.

² <https://youtu.be/R9Plq-D1gEk>

simple deterministic rules (if too many or too few neighbors are alive, the cell dies; in a proper amount of neighbors, the cell thrives or is born). This simple automata is also known to be computationally universal, or Turing complete, meaning that it can simulate a Turing machine, which endows full equivalence with any other Turing complete system, such as virtually all modern programming languages (e.g. C, C++, C#, Java, Javascript, Lua, Python and Pure Data), some well known commercial softwares, such as MS PowerPoint, Excel and even a few video games, such as Minecraft (ZWINKAU, 2020).

Although Game of Life is called a "game" the only parameter a player can control (if any) is the initial binary exclusive states (alive or dead) of each cell, which are represented by squares in a two-dimensional grid, also called population. After a grid's initial state is settled, a Turing complete automatic simulation based on simple deterministic rules carried over the entire population in regular periods (also known as a generations) where the new states of all cells in the entire population are updated together, thus showing at each generation which cells are born, which ones are still alive and which ones have died. Despite its strictly deterministic principle of operation and rules, counterintuitively Game of Life is also known to be mathematically Undecidable. This means that it is impossible to have a formal proof or to create an algorithm capable of calculating, from the grid's initial state, the outcome of its runs, so to accurately determine if, for a given grid's initial arrangement, if the model will halt, extinguish (meaning that all cells will eventually die), loop (periodically repeating the same sequence of patterns) or just go on forever, always producing new and unexpected patterns. This is equivalent to say that some runs of Game of Life will eventually present chaotic behavior, which can be artistically used in computer-assisted music making models, such as the simple algorithm previously presented by (FORNARI, 2020). The approach currently presented here goes one step further from the previous one that used the chaotic behavior of Logistic maps to compose simple melodies and timbres. The current model takes advantage of the undecidable behavior of Game of Life, which also implies the partaking of the famous Turing's halting problem (DEKKER, 1959). This means that there is no formal way of predicting if the music making model presented here, giving a random generated initial melodic sequence, will run until its completion (thus halting) or simply keep on making melodies forever.

For me, this seems to be particularly enticing for the aesthetic exploration of new forms of algorithmic composition, which also follows the tradition of game-like musical composition models, such as the *Musikalisches Würfelspiel* (German for "Musical dice game"). These are a set of music compositional algorithms implemented and used much before our digital computer era. They are also based on simple rules and random sequences (initially provided by tossing dices, thus the term "dice game"). Probably the most famous one in this category is the "Mozart dice game", an interesting algorithmic music making model debatably whose musical excerpts were supposedly

created by the famous 18th century composer. This model is nowadays widespread and even freely available online³ (HEDGES, 1978, p. 180). This is a musical game consisting of 272 precomposed quaternary measures arranged in two plan grids (6 by 16 length for *minuets* and 11 by 16 length for *trios*). By tossing two dices, the next measure of each grid is chosen, resulting in 16 excerpts of *minuets* and *trios*. Although the musical result of this algorithm will always be somehow auditorily similar, with this approach it is possible to generate a dazzling amount of 6^{16} different *minuets* and 11^{16} different *trios*.

2. Twelve-tone games

The music games previously described are for me in the aesthetic vicinity of a well-known compositional method created by Arnold Schoenberg, in 1923, namely the Twelve-Tone technique. Schoenberg himself defined this technique as a "method of composing with twelve tones which are related only with one another" (SPINNER, 1983, p. 2). The idea behind this technique seems to be based on the pursuit of tonalism's transcendence, bypassing its psychoacoustic's hierarchical structure given by the acoustic phenomenon known as harmonic series (formally defined by a divergent infinite series of the overtones naturally generated by many tonal musical instruments). The Twelve-Tone technique thus ignores this psychophysical principle by defining a musical series of twelve tones where all of them are equal, ought to be played no more no less than once for each series (also called row), share the same importance, have the same musical rights and are ultimately ruled only by the common relationship among themselves for each row, which is decided by a game-like set of rules that defines the bases of serial music composition, such as the use of a row in its original (prime) form, or after simple transformations such as its intervalar inversion and retrograde movement.

For me these algorithmic and interactive compositional approaches brought music making, which was traditionally more like a non semantic type of "storytelling", closer to the distributed interactivity of game playing. (STENROS, 2016) presents a review of more than 60 definitions of characteristics presented by games, underlining ten points of interest by which games are usually defined. These features are not exclusive or sufficient to define any game and different games may convey different amounts of each feature. They are: 1) Rules, 2) Purpose, 3) Activity, 4) Simulation, 5) Role, 6) Leisure (the opposite of working or being somehow directly productive), 7) Conflict (competition), 8) Goal (halting), 9) Construction of category (theme), 10) Coherence (fair play). As I see it, both the Game of Life and the game-like features of the Twelve-Tone technique, present at least: 1) Rules, 2) Purpose, 3) Activity and 4) Coherence.

³ <http://www.playonlinedicegames.com/mozart>

This paper presents a simple game-like melody making model inspired by the previously mentioned Conway's Game of Life and the famous Schoenberg's Twelve-Tone technique for serial music composition. Here called "Game of tones" (for the sake of a pun) its epic goal is to pursue an undecidable thus mysterious melodic path paved on simple formal rules applied on an intriguing initial randomly generated schenbergian-extended series of tones. The prototype of this model has been able to generate modal melodies through the strict non-supervised application of coherent deterministic rules that create unpredictable yet enticing humanistic-like melodic outcomes of seeming idiomatic improvisation.

3. An undecidable problem

The rules used here in the prototypical model of Game of Tones are the same ones designed by Conway and colleagues for Game of Life. They are stated as follows: Given a theoretical infinite two-dimensional plan (grid) made of squares (cells) that can assume only two mutually exclusive states, 1 (alive) or 0 (dead). Each cell has 8 possible neighbours (which are the other cells in its immediate surrounding). The cells' states are updated altogether in a regular period of time (generation). For each generation, four deterministic rules are applied for all cells in the grid: 1) If the cell has 4 or more neighbours alive, in the next generation this cell will be dead. 2) If it has 3 neighbours alive, this cell will survive (if already alive) or be born (if dead). 3) If it has 2 neighbours alive, this cell will keep its current state. 4) If it has 1 or 0 neighbours alive, this cell will die.

When implemented as a computer simulation, such as many ones freely available online⁴, these simple deterministic rules create an undecidable problem which defies the limits of formal logic and mathematics⁵. This paradox-like situation, where the result of the recurrent application of formal rules can not be formally calculated, extends at least since the end of the 19th century, with the investigations of Georg Cantor for a strictly formal definition of infinity and its demonstration that there are real numbers that can not be counted (proved by the famous Cantor's diagonal argument⁶). This kindled a great debate in the field of mathematics that, at the beginning of the 20th century, divided mathematicians in two groups: the formalists that praised Cantor's contribution (led by Hilbert) and the intuitionists (led by Poincaré) that tried to disregard it as nonsensical. However, contradicting Hilbert's expectations that, despite Cantor's findings, mathematics would still hold to be complete, consistent and decidable, Kurt Gödel in the 1930s proved through his famous "incompleteness theorems" that mathematics can neither be complete nor consistent.

⁴ <https://playgameoflife.com/>

⁵ There is an interesting BBC documentary about this subject, called "Dangerous Knowledge", from (2007).

⁶ <https://mathworld.wolfram.com/CantorDiagonalMethod.html>

With the previously mentioned Turing halting problem, some deterministic methods, and thus some mathematical formal models, were also proved to be undecidable. In philosophical terms, this relates to the Paradox of Self-reference⁷, which is based on a statement that refers to itself or to its statements, which necessarily leads to undecidability. To give an example, let's consider these three hypothetical statements: 1) "X is my enemy", 2) "X is also its own enemy", 3) "All enemies of my enemies are my friends". This leads to a situation of undecidability, as stating that X is its own enemy (for its erratic self-destructing behaviour) creates a self-referentialism in which it is impossible to decide whether X is my enemy (for hypothesis 1) or not (for 2 and 3). Game of Life is so special and interesting because, through its self-referential formal rules, it turns into a very simple, elegant and therefore effective way to observe undecidability in action.

4. From intuitive complete tonalism to a formally incomplete atonalism

By the same time that mathematics was dealing with such turmoil and profound epistemological changes, a similar revolution was also happening in formal music. By the end of the 19th century, the bases of tonalism, inherited by the perceptual proportions of the harmonic series, were challenged. Many composers such as Franz Liszt were already flirting with atonal possibilities, such as in his composition *Bagatelle sans tonalité*⁸ and Richard Wagner's opera *Tristan und Isolde* with a dubious cadence in its overture, known today as “Tristan Chord”, that for some musicologists, represents the end of strict tonalism (ROSS, 2007). The modernist movement in the beginning of the 20th century reshaped the foundations of philosophy and arts, steering from form to concept, thus allowing the surfacing of more abstract types of artistic expressions. In music, this is well represented in the already mentioned formal work of Arnold Schoenberg's Twelve-Tone Technique that culminated into a 20th century revolution in formal composition. In a moment of such engagement, movements and jargons, this came to be known as serialism⁹. Schoenberg's serialist attempt to bring formalism to atonality distanced formal music composition from the intuitive atavistic auditory tone understanding given by the linear frequency proportions of harmonic series and equipped it with a formal compositional interactive strategy that helped composers to transcend, in an interactive game-like manner, the previous tonal mindset and even to take advantage of its undecidability, more as an inspirational compass than an unbroken rule, as it is known that many serial composers, including Schoenberg himself, along their carriers have broken serial rules in their own compositions.

⁷ <https://plato.stanford.edu/entries/self-reference/>

⁸ https://youtu.be/Zx_Wolki0dc

⁹ <https://www.musictheoryacademy.com/understanding-music/serialism/>

5. A zero performer melodic game

Game of Life is often referred to as a "zero-player game" which means that there is no interaction of human players during the development of each game's run. In this sense, the prototype here presented as Game of Tones is also a zero-player game, or better yet, a zero human composer (or even a zero human performer) music game. Each run automatically composes a melody whose length depends on its undecidable halting. Meanwhile the model will keep populating an extended series of tones according to simple deterministic rules inspired by the ones from Game of Life, as explained in the next section. A tone is here understood as one element belonging to the twelve-tone equal temperament system, which divides the octave (the frequency range between a fundamental f and its double $2f$) in 12 equally proportioned parts on a logarithmic scale. This is equivalent to the 12 steps of a geometric progression with a ratio equal to the 12th root of 2 ($2^{\frac{1}{12}} \approx 1.05946\dots$). So, each step of frequency represents a variation of about 5,95% of the previous one, increasing as the note gets higher (goes up on the pentagram or to the right side on the piano's keyboard) or decreasing otherwise. As octaves are perceptually similar, their chromatic distinction is ignored (meaning that $0.5f = f = 2f$). In this implementation there is actually an extra step included in the 12 original ones. They represent the 12 notes within 1 octave of the chromatic scale and one extra silent step, representing a musical rest. As actual musical melodies are made of more than just an ordered set of pitches (as represented in the original Twelve Tone technique), here, besides the 12 pitch steps (plus 1 resting step), another two attributes were also included to each tone: duration and intensity. For the sake of simplicity and proximity with traditional music notation, the duration of the notes has only 5 levels. They are arranged as powers of 2 (4, 2, 1, 0.5 and 0.25 respectively representing the musical note durations: whole, half, quarter, eighth and sixteenth). The degree of intensity of the notes has 3 levels, representing: soft, medium and loud; or in musical terms: *p*, *mp* or *mf*, *f*. Each tone is therefore defined by a triple made of fundamental frequency (12 notes' pitches and 1 rest), duration (5 steps) and intensity (3 steps). Each individual tone t is thus defined as $t(f,d,i)$ where: $f \in [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13]$, $d \in [1,2,3,4,5]$ and $i \in [1,2,3]$.

For me, the motivation behind the Twelve-Tone technique seems to be drawn from an idealist premise of equality, unanimously empowering all tones with the same right of being expressed (played no more no less than once). On the other hand, the rules of Game of Life seem to lean towards a more realistic, empirical premise of natural selection, which is based on the fact that individuals seek and compete for resources. They are born, strive and die, both by excess or lack of others around. In the original twelve-tone technique, all 12 tones in a series have the same duration and all are played once. It disregards tonal hierarchy, given by their order (based on which tone was played first), inheritance (tonal relation in regard to the harmonic series of the previous tone) and opportunity (the many possibilities of intervalar resolutions).

On the other hand, in the Game of Life, opportunity plays a major role in the thriving of each individual, despite the fact that the same rules are applied to all. In other words, in the twelve-tone technique, individuals (tones) have the same rights. In the Game of Life, individuals (cells) have the same opportunity. For me, the philosophical standpoints expressed by the twelve-tone technique and the Game of Life seem to allow an interesting aesthetic merging; the egalitarian, cooperative approach of Schoenberg's music making technique with the darwinian, competitive approach of Conway's Game of Life.

6. The Game of Tones

As said, in the Game of Tones, an individual is an extended form of the Schoenbergian tone, instead of representing only pitch (fundamental frequency); here a tone has frequency, duration and intensity; represented by $t(f,d,i)$. However, their neighbours are actually very limited. There are, at most, only two neighbours in the vicinity of each middle tone, the one immediately preceding it and the one immediately succeeding it. However, as each tone is given by a triple of discrete dimensions (f, d and i), there are many possible neighborhoods, even with only 2 neighbors. A neighborhood is here determined by the occurrence between consecutive tones where each one of their coincident dimensions are equal or at most one degree apart. Thus, there are 7 possible neighbourhoods of $t(f,d,i)$. They can be: 1) For one dimension: $t(f\pm 1,d,i)$, $t(f,d\pm 1,i)$, $t(f,d,i\pm 1)$. 2) For two dimensions: $t(f\pm 1,d\pm 1,i)$, $t(f\pm 1,d,i\pm 1)$, $t(f,d\pm 1,i\pm 1)$; 3) For three dimensions: $t(f\pm 1,d\pm 1,i\pm 1)$

Which brings to the following set of possible neighbourhoods: 1) For one dimension, there are 6 possible neighbours: $t(f+1,d,i)$, $t(f-1,d,i)$, $t(f,d+1,i)$, $t(f,d-1,i)$, $t(f,d,i+1)$, $t(f,d,i-1)$. 2) For two dimensions, there are 12 possible neighbourhoods: $t(f+1,d+1,i)$, $t(f+1,d-1,i)$, $t(f-1,d+1,i)$, $t(f-1,d-1,i)$, $t(f+1,d,i+1)$, $t(f+1,d,i-1)$, $t(f-1,d,i+1)$, $t(f-1,d,i-1)$, $t(f,d+1,i+1)$, $t(f,d+1,i-1)$, $t(f,d-1,i+1)$, $t(f,d-1,i-1)$. 3) For three dimensions, there are 8 possible neighbourhoods: $t(f+1,d+1,i+1)$, $t(f+1,d+1,i-1)$, $t(f+1,d-1,i+1)$, $t(f+1,d-1,i-1)$, $t(f-1,d+1,i+1)$, $t(f-1,d+1,i-1)$, $t(f-1,d-1,i+1)$, $t(f-1,d-1,i-1)$

In this sense, there can be up to 26 possible neighborhoods for each middle tone. Considering neighborhoods instead of neighbours the relationship of survival, birth and death of each individual (tone) can follow the same rules of Game of Life. Therefore, for each tone: If there are 0 or 1 neighborhoods, the tone dies (for lack of company). If there are 2 neighborhoods, the tone survives to the next generation. If there are 3 neighborhoods, a new tone is born to the next generation. If there are 4 or more neighborhoods, the tone dies (for lack of resources).

In this current implementation the initial twelve-tone series is automatically calculated randomly. This is made of 13 sequentially ordered non repeating extended tones triples ($t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10}, t_{12}, t_{13}$) where only one of them is a

resting, meaning that its frequency f is zero, or $t(0,d,i)$. In the initial series, this is the case for the middle tones ($t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10}, t_{11}, t_{12}$) which have two neighbour tones (t_{-1} and t_{+1}). Its extreme tones (t_1 and t_{13}) have only one neighbour. As said, tones can have neighborhoods in all their 3 dimensions (f, d and i). For instance, given $t_5(f,d,i)$, the preceding tone t_4 can have with t_5 up to 3 neighborhoods, such as in: $t_4(f\pm 1,d\pm 1,i\pm 1)$, or even coincidental values of duration and intensity, as in $t_4(f\pm 1,d,i)$ once that dimensions d and i are not mutually exclusive, as it is f for the initial series (that, by Schoenberg's definition, must have different values of f for all twelve tones in the prime series). So, from the previous example, other possible neighborhoods with $t_5(f,d,i)$ would be $t_4(f\pm 1,d,i)$. For the middle tones with 2 neighbours, there are up to 6 possible neighborhoods (3 for each neighbour) which allows the application of Game of Life rules as previously described, in terms of neighborhoods instead of neighbors.

A prototypical model of Game of Tones was programmed using Pure Data (Pd) visual programming language¹⁰. Pd is a free software framework for the creation of real time audio control, processing and synthesis. This model is made of 2 parts, each one implemented as an independent Pd subpatch. They are: 1) a first subpatch that creates a random series of extended tones $t(f,d,i)$ where f is a random non repeating value from 0 to 12 ($f=0$ representing a musical rest, where the value of i is disregarded); 2) a second subpatch that applies the deterministic rules from Game of Life according to the neighborhoods of the tones within the extended series, that for each generation removes, maintains and creates new tones. The result of one run of the Game of Tones is presented here as a musical example of the melodic possibilities of this simple model. The following link has an MP3 file of the entire non-supervised melody composition described in the next section, together with the Pd model that generated it and a PDF file of its music notation¹¹.

As expected, the model is undecidable, meaning that it is impossible to predict or calculate whether and whenever it will halt, repeat or keep generating an infinite melody. In the same way as the Game of Life, oftentimes the runs of Game of Tones present repeating melodic patterns which reinforce listener's cognitive understanding of a seeming tonality, thus emerging a perception of musical idiomatism which was unexpected. This behaviour is automatically generated by this undecidable model that seems to self-organise a tonal referentialism emerging from the atonal origin of the primordial randomly generated schoenbergian series of tones. The inclusion of durations and intensities seems to have made the melodic outcome more palatable and musically appealing. As it can be heard in the provided example, I chose a timbre of oboe for this run as it seemed to me as a nice fit for the type of melody automatically generated by the model at that specific run. This melody is presented as generated,

¹⁰ www.puredata.info

¹¹ https://drive.google.com/drive/folders/10EfS7AubtOy8AIoCnY9Om7_SzORpnVAA?usp=sharing

without editions and in its entirety, exactly as it was created by the model, from the input of the original series until its unexpected halt.

7. Undecidable coda with unexpected tonality

To exemplify the type of melodies that can be generated by this simple model, the music notation of the run here presented is depicted below. As said, the original series is initially randomly generated, following Schoenberg's rules (of having all twelve non-repeating tones in it plus one rest) and an extended representation of tones with durations and intensities forming a tridimensional series of thirteen tones. For this specific run, the notation of the original series, as generated by the first subpatch is:



Example 1: Random generated extended Schoenbergian twelve-tone series (barlines included automatically by the music notation software)

Following that, the second subpatch applied the rules from Game of Life in the extended tones' neighborhoods, as described in section 6. Each run presents a different and unexpected melodic result that, at each generation, creates, maintains or removes tones from their sequence, as in a Turing machine, moving along a virtual infinite sequential row, writing, reading, keeping or removing symbols until an undecidable halt. As in the Turing machine, it is also undecidable if and when Game of Tones loops, runs forever or ends in a musical coda. In this specific case, the model halted after about 50 seconds of melody (the MIDI file of the original series of extended tones generated by the first subpatch has a melodic length of about 5 seconds). It is interesting to realize that, differently from the schoenbergian original series, the one generated by Game of Tones in this run (and many others generated by this model) presented many repeating patterns, is often enriched with spontaneous musical ornaments and motifs automatically generated by the model itself that, although based on a primordial atonal series, populated it with non-supervised but wellcome (at least for me) human-like musical improvisational stylizations. The "humanized" (quantized) musical notation of the first 9 measures (or 2 phrases) of this specific run is shown below:



Example 2: First two melodic phrases automatically generated from the series depicted in Example 1.

A MIDI file was generated in real time by the Pd model (more specifically by its second subpatch) and recorded with Aria Maestosa¹², a simple yet powerful free software for MIDI files edition. After some simple data scrubbing (replacing overlapping notes and snapping the whole sequence to the begin of an initial measure) the resulting MIDI files were imported to MuseScore¹³, a cross-platform free software for score writing. This step also required extra data scrubbing specially in terms of voice reduction, and ornament replacements, from complex notes and rhythmic structures to the well-known symbols of ornaments and grace notes. This made the score (as presented above) much easier to be read by a human musician, while preserving the automatically generated articulations. This data scrubbing seems to me to remain as an unavoidable step of this otherwise automatic non-supervised process, necessarily requiring the participation of a human musician to reshape the automatic generated music notation, considering that this one is intended to be further performed by a human musician. Here, the original (non-humanized) generated score was read as a MIDI file by MuseScore and exported directly from MIDI to audio generated by its default software synthesizer, and finally converted as digital audio file in MP3 format.

Further research on this subject can also explore different priorities of neighborhoods for the Game of Tones' rules, in terms of pitch, duration and intensity. Now, they are as egalitarian as Schoenberg envisioned for pitch, in his Twelve-Tone technique, but perceptually these dimensions may endow a cognitive priority in its auditory processing by the human mind. The prototype model presented here also limited the tone range generation within only one octave. Further developments may explore new rules for the generated melody to be extended within more than one single chromatic scale, for instance, making it closer to the average range of human voice. Finally, further developments of this serial music making model can be expanded to explore the generation of voice's counterpoints, harmonic cadences or pitch clusters, which might transcend the current aesthetic expressivity of Game of Tones as presented here, eventually allowing it to cross a musical frontier from its current individualistic monotonic perspective to a more socialist polyphonic kin of automatic generated non-supervised computer music models.

References

- DEKKER, J. C. E. Review: Martin Davis, Computability and Unsolvability. *Bulletin of the American Mathematical Society*, v. 65, n. 4, p. 251-253, 1959.
- FORNARI, José. Logistic Maps for Illogic Music. International Conference of Music and Mathematics – MusMat 2020, 5. *Proceedings...* Rio de Janeiro: UFRJ, 2020.
- HEDGES, Stephen. A. Dice Music in the Eighteenth Century. *Music & Letters*, v, 59, n. 2. pp. 180-187, 1978.

¹² <https://ariamaestosa.github.io/ariamaestosa/docs/index.html>

¹³ <https://musescore.org/en>

- ROSS, Alex. *The Rest Is Noise*. Listening to the Twentieth Century. Farrar, Straus and Girou. 2007.
- SPINNER, Leopold. The Abolition of Thematicism and the Structural Meaning of the Method of Twelve-Tone Composition. *Tempo*, v. 146, pp. 2-9, 1983.
- STENROS, Jaakko. The Game Definition Game: A Review. *Games and culture*, v. 12, n. 6, pp. 499-520, 2017.
- ZWINKAU, Andreas. *Accidentally Turing-Complete*. April, 24th 2020. Available at: <https://beza1e1.tuxen.de/articles/accidentally_turing_complete.html>. Last accessed in June 2021.

Hauer Tropes as Clockface Diagrams: Dialogs among Forte, Carter and Šedivý

Julio Herrlein

Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

julio.herrlein@ufrgs.br

Abstract: This paper puts into dialogue the concept of tropes, idealized by Joseph Matthias Hauer - and explored in detail by Dominik Šedivý (2011), - with the hexachordal combinatoriality presented by Allen Forte (1973), and later by Elliott Carter (2002). Starting with an inductive introduction to permutation classes, the main purpose is to present an integrated way to look at the Hauer tropes through its relation with Forte/Carter numbers, modulo 12 clockface diagrams and some reverse engineering of 12-tone rows.

Keywords: Hauer tropes. Hexachordal combinatoriality. Second Viennese School.

Tropos de Hauer como Diagramas *clockface*: diálogos entre Forte, Carter e Šedivý

Resumo: Este artigo coloca em diálogo o conceito de tropos, idealizado por Joseph Matthias Hauer – e explorado em detalhes por Dominik Šedivý (2011), - com a combinatorialidade hexacordal apresentada por Allen Forte (1973), e posteriormente por Elliott Carter (2002). Começando com uma introdução indutiva às classes de permutação, o objetivo principal é apresentar uma maneira integrada de entendimento dos tropos de Hauer por meio de sua relação com os números de Forte/Carter, os diagramas circulares em modulo 12 e alguma engenharia reversa de séries de 12 sons.

Palavras-chave: Tropos de Hauer. Combinatorialidade Hexacordal. Segunda Escola Vienense.

1. Introduction

It’s amazing how Joseph Matthias Hauer (1883-1959) had a great intuition about a system to organize all the possible 12 tone rows into 44 tropes or “permutation classes” many years before the musical set theory established the standards for the enumeration of set classes. According to Gustafson:

What Hauer did, in essence, was to incorporate all the possibilities of tonerow construction (479,001,600) into forty-four constellations or tropes, each trope, then, representing a multiplicity of possibilities. Trope number one, for example, includes all rows or series in which (in any order) occur in the first half of the row and occur in the second half. (GUSTAFSON, 1979, p. 23)

In 1973, Allen Forte did the summary of all harmonic structures available in the 12-tone tempered system (FORTE, 1973, p. 179-181). Alongside with Forte, Elliott Carter, in his *Harmony Book* (2002), also carried out an equivalent exhaustive study of the combinations between sets and their complements. Carter used his own naming convention of the sets, but choose to make a consensus between his particular nomenclature and that used by Forte (CARTER, 2002, pp. 23-26).

In the path to a better understanding of the harmonic materials derived from pitch class set theory, the Hauer system of tropes provides a comprehensive yet summarized insight about how the classes of permutations can be used as melodic and harmonic sources in the 12-tone universe. According to Šedivý:

The 44 tropes are a system that allows one to gain a thorough overview of all existing twelve-tone rows (479,001,600) and to classify them with regard to common properties. Generally, a twelve-note set is divided into two complementary groups of six tones. These two groups are then examined with regard to their intrinsic and mutual interval relation. Since it is the relations of intervals that counts, the particular order of tones within each hexachord is as irrelevant as the order of the two complementary hexachords within a whole trope. Any existent six-note set can be associated with a particular half of a trope. (ŠEDIVÝ, 2011, p. 83)

Before exploring the Hauer system, let's make an introductory inductive exploration of an experimental “mini system” of “seeds”.

2. An inductive “mini system” of “seeds” as introduction

For the sake of simplicity, let's work with a universe of just 6 elements, since the total permutations of 6 elements is $6! = 720$, a small number compared to the permutations of 12 elements: $12! = 479001600$. In the next section there is a sequence of steps to make the reasoning as clear as possible. Let's work out the permutation classes in our 6-element universe with these steps in mind:

1. Let's take the set (0 1 2 3 4 5) as our entire universe of discrete elements;
2. From this universe, we want to build rows with 6-elements without repetition and exhaustive, i.e., each permutation contains all 6 elements, likewise the concept of aggregate, used in 12-tone music theory;
3. Every 6-element nonrepeating ordered row is divided into 2 mutually complementary 3-element sets, like (0 1 2) (3 4 5) or (2 5 1) (3 4 0);
4. Based in the premises above, since we are dealing with 6-element sets without repetition, choosing just the first 3-element set implies necessarily that the remaining (complementary) 3-element will comprise the whole 6-element unordered set;
5. If all the 720 6-element permutations are comprised of mutually exclusive 3-element unordered sets and it's enough to define just the first 3-element to get the total unordered set, then a smaller number of 3-element permutations (just 120, in total) potentially contains all the possible 6-elements permutations if we just project the complementary elements. Basically, the same expressed in the previous item;

6. Below, we have a list with all the 120 3-element combinations without repeating elements from our 6-element universe (0, 1, 2, 3, 4, 5):

012	021	102	120	201	210	013	031	103	130	301	310	014	041	104	140	401	410
015	051	105	150	501	510	023	032	230	203	302	320	024	042	204	240	402	420
025	052	205	250	502	520	034	043	304	340	403	430	035	053	305	350	503	530
045	405	450	504	540	054	125	152	215	251	512	521	123	132	213	231	312	321
124	142	214	241	412	421	135	153	315	351	513	531	134	143	314	341	413	431
145	154	415	451	514	541	234	243	324	342	423	432	235	253	325	352	523	532
						245	254	425	452	524	542	345	354	435	453	534	543

Example 1: Three-element combinations without repeating elements of the set (0,1,2,3,4,5).

7. If we take the above combinations in ascendent order and exclude the repetitions, then the 3-element sets are reduced to the list below, comprised of 10 mutually exclusive 3-element sets:

(012,345),	(013,245),	(014,235),	(015,234),	(023,145)
(024,135),	(025,134),	(034,125),	(035,124),	(045,123)

Example 2: Combinations of (0,1,2,3,4,5), ascendent order, without repetitions and as mutually exclusive 3-element sets.

The 10 mutually exclusive 3-element unordered sets listed above are the basic “seeds” for all the 720 ordered permutations of 6-elements;

8. “Seeds” are the group permutation classes. For example, from the unordered “seed” (0 1 2), we get the following ordered sets: (0 1 2) (0 2 1) (1 0 2) (1 2 0) (2 0 1) and (2 1 0). These seeds are in bold in the example 6.
9. To find the “seeds”, the permutations classes, the order is not important. But, in terms of musical creation, the content is very important. For the sake of clarity, let’s first associate the numbers with some words comprising some specific properties that can be subsumed to classes.

0	dog	Animals
1	cat	
2	bird	
3	bus	Vehicles
4	car	
5	bike	

Example 3: Association of numbers to words and words to classes.

Assuming the non algebraic properties expressed by the associated words, the numbers (0, 1 2) can be generally subsumed to the class of “animals” and the numbers (3 4 5) can be subsumed to the class of “vehicles”.

10. According to this class association, and according with the idea of a limited number of “seeds” from which we derive all the combinations, there are limited possibilities to arrange the 10 “seeds” of unordered combinations:

(0 1 2) (3 4 5)	3 Animals / 3 Vehicles
(0 1 3) (2 4 5)	2 animals 1 vehicle / 2 vehicles 1 animal
(0 1 4) (2 3 5)	2 animals 1 vehicle / 2 vehicles 1 animal
(0 1 5) (2 3 4)	2 animals 1 vehicle / 2 vehicles 1 animal
(0 2 3) (1 4 5)	2 animals 1 vehicle / 2 vehicles 1 animal
(0 2 4) (1 3 5)	2 animals 1 vehicle / 2 vehicles 1 animal
(0 2 5) (1 3 4)	2 animals 1 vehicle / 2 vehicles 1 animal
(0 3 4) (1 2 5)	2 vehicles 1 animal / 2 animals 1 vehicle
(0 3 5) (1 2 4)	2 vehicles 1 animal / 2 animals 1 vehicle
(0 4 5) (1 2 3)	2 vehicles 1 animal / 2 animals 1 vehicle

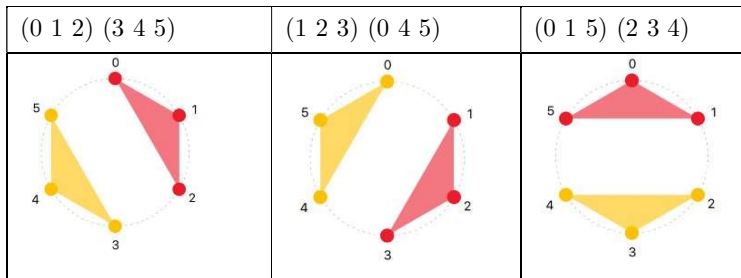
Example 4: Limited possibilities of association between “seeds” and classes.

11. If we disregard the order of elements and also disregard the order of the 3 element mutually exclusive sets, we end with just 2 classes of permutations based on the properties of the words;

3 animals	3 vehicles
2 animals, 1 vehicle <i>or</i> <i>reversed:</i> 2 vehicles, 1 animal	2 vehicles, 1 animal <i>or reversed:</i> 2 animals, 1 vehicle

Example 5: Permutation classes expressed as properties of words.

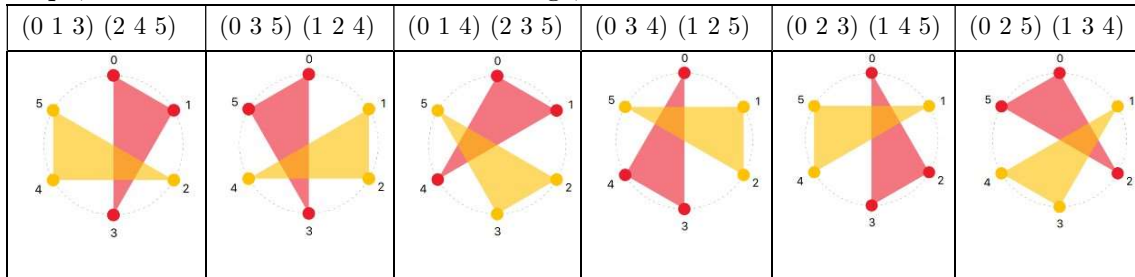
12. Instead of the “extra-algebraic” properties, let’s introduce notions applied to musical set theory, as the transposition (rotation) and inversion (“flipping”, mirroring) equivalence in a modular space, using necklace/clock representation, similar to pitch class theory. Now we can create mathematical classes of properties, similar to “animals” and “vehicles”, to subsume the elements of our universe of 6 elements. For example, the seeds (0 1 2) (3 4 5), (1 2 3) (0 4 5) and (0 1 5) (2 3 4) are equivalent, since the result are the same geometric figure:



Example 6: Equivalent geometry shapes from different permutations¹.

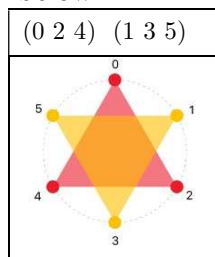
All the above examples and shapes could be obtained from operations (rotation and inversion) applied to the same “seed” (0 1 2) (3 4 5).

The same occur with the “seeds” (0 1 3) (2 4 5), (0 3 5) (1 2 4), (0 1 4) (2 3 5), (0 3 4) (1 2 5), (0 2 3) (1 4 5), (0 2 5) (1 3 4), which produces the same geometric shape, in different rotations and mirrorings, like shown below:



Example 7: Different rotations and mirroring from the (0 1 3) (2 4 5) seed.

Similarly, like the previous example, all this shapes can be derived by rotation or mirroring only from the seed (0 1 3) (2 4 5). Lastly, the seed (0 2 4) (1 3 5) produces the third shape, shown below.



Example 8: Shapes resulting from the (0 2 4) (1 3 5) seed.

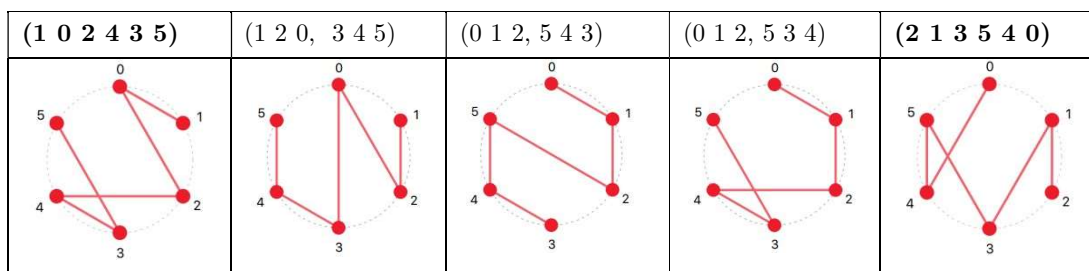
13. From the standpoint of summarizing, we can even say that all that initial 10 seeds can be reduced to only the following three: (0 2 4) (1 3 5), (0 1 3) (2 4 5) and (0 1 2) (3 4 5);
14. For the sake of a minimum expenditure of means, as we are dealing with complementary 6-element sets, it’s enough to say that all the “seeds” (unordered sets) can be reduced to just (0 1 2), (0 1 3) and (0 2 4). The reason

¹ All the clockface diagrams were made in OPUSMODUS software. <https://opusmodus.com/>

is that when choosing one of the 3-element unordered set, we are also choosing its complementary set, since we are dealing with exhaustive 6-element sets.

Choosing (0 1 2) means that the complete seed will be (0 1 2) (3 4 5), and so on;

15. When finding the “parent” seeds, we stated that order is irrelevant, but each seed generate a number of ordered sets, or “childs”. For example, the seed (0 1 2) (3 4 5), or simply (0 1 2) and its complementary set, can bring these (and many others) ordered sets:



Example 9: Ordered sets from the same (0 1 2) (3 4 5) “parent” “seed”.

16. The ordered sets derived from this very same parent seed (0 1 2, 3 4 5) also creates some “order classes” of its own, like the examples in bold above, wich comprises a rotation of the same shape.
17. “Order classes” can be conceptualized independently, forming properties that subsume some sets like: numbers in consecutive order, every other number, every-n numbers, descendent odd numbers, or any other conceivable order. Despite that, actually they are consequence of the rotation or mirroring of any ordered set. Classes of order pertain to specific parent seeds, since those classes are the actual permutations of the seeds that share properties, like rotation or mirror equivalence.

3. Hauer tropes and Carter hexachord families

From this perspective, we can understand the Hauer tropes as the exact same concept of “seeds” explained before but, instead of the 6-element universe with 3-element “mini system of seeds”, we now have a 12-element universe with 6-element “seeds”, or tropes. Let’s remind that, likewise our “mini system” example in the beggining, each trope is an unordered “seed” for many ordered rows. In his Harmony Book (p. 40), Carter made an ordering that organizes the hexachords into four families, designated here by the letters [A], [B], [C], [D].

Carter grouped 6-note chords into four categories: nos. 1-7 are non-invertible (with the exception of number 3) and self-complementary by transposition; nos. 8-20 are invertible and self-complementary by inversion; numbers 21-34 are non-invertible , in which the compliment is another (not invertible) 6-note chord that shares the same total interval content; and, numbers 35-50

are invertible, in which the complement another (invertible) 6-note chord with the same total interval content. Carter conveniently arranges chords nos. 35-50 as complementary pairs the show which chords share the same interval content. (CARTER, 2002, p.40)

These categories are of great value to understand the remarks Šedivý make about each of the tropes in his book.

The next figures are a combination of the 44 Hauer tropes alongside with its correspondent Forte/Carter numbers and clockface diagrams, divided in the four categories provided by Carter. These diagrams can give a better insight about the nature and classification of Hauer tropes in relation to its properties. A deeper discussion of each category can be done in another opportunity, but I hope this can clarify the main properties of the tropes, regarding to its hexachordal content.

Group [A] – Self-complementary by Transposition (rotation) and noninvertable Tropes 1, 4, 10, 17, 28, 29, 41, 44. Hauer tropes in **Bold-Face** Algorithms – Forte Numbers in parenthesis.

Forte	6-35	6-20	6-14 ²	6-1	6-8	6-32	6-7
Carter	1	2	3	4	5	6	7

1	(6-1)	4	(6-7)	10	(6-8)	17	(6-20)
28-29	(6-14)	41	(6-32)	44	(6-35)		

The first group is comprised by the hexachords that are the self-complementary by transposition (or rotation, in spatial terms) and non-invertable, represented by tropes 1, 4, 10, 17, 28, 29, 41 and 44.

² All the chords in this category don't have inverted forms in the Forte table, except the 6-14, which have both original (6-14a) and inverted form (6-14b) in Forte classification. However, Carter groups this 614 chords among the non-invertible chords because it is self-complementary by transposition. For purposes of organizing his catalog, Carter prioritizes the property of self-complementary over invertibility.

Group [B] – Self-Complementary by Inversion (mirror) and invertable

Tropes 2 3 9 11 12 13 26 27 30 34 39 42 43

Forte	6-31	6-34	6-22	6-16	6-21	6-15	6-27	6-30	6-5	6-18	6-33	6-2	6-9
Carter	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

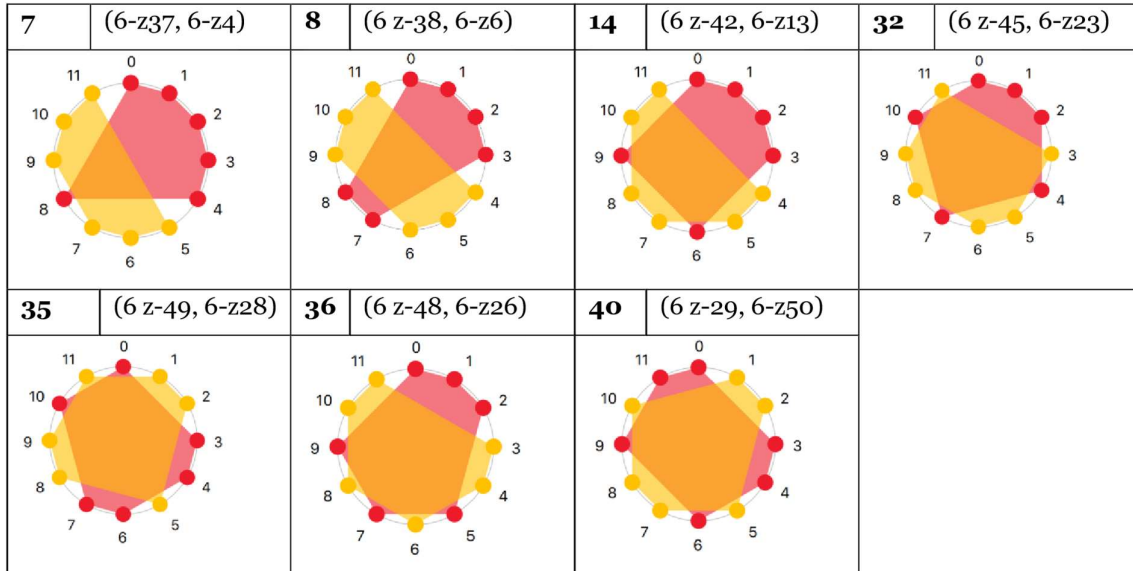
2	(6-2a, 6-2b)	3	(6-5a, 6-5b)	9	(6-9a, 6-9b)	11	(6-22a,6-22b)
12	(6-21a, 6-21b)	13	(6-31a,6-31b)	26	(6-15a, 6-15b)	27	(6-16a, 6-16b)
30	(6-18a , 6-18b)	34	(6-27a,6-27b)	39	(6-30a,6-30b)	42	(6-33a, 6-33b)
43	(6-34a, 6-34b)						

In this category, the hexachord is complemented by its own inversion form. The first and second hexachords have the same Forte number and interval vector.

Group [C] – Non-invertible Z-related - Complementary by Z-Relation

Tropes 7 8 14 32 35 36 40

Forte	6-z28	6-z37	6-z48	6-z23	6-z13	6-z50	6-z6
Forte (Compl)	6-z49	6-z4	6-z26	6-z45	6-z42	6-z29	6-z38
Carter	21	23	25	27	29	31	33
Carter (Compl)	22	24	26	28	30	32	34



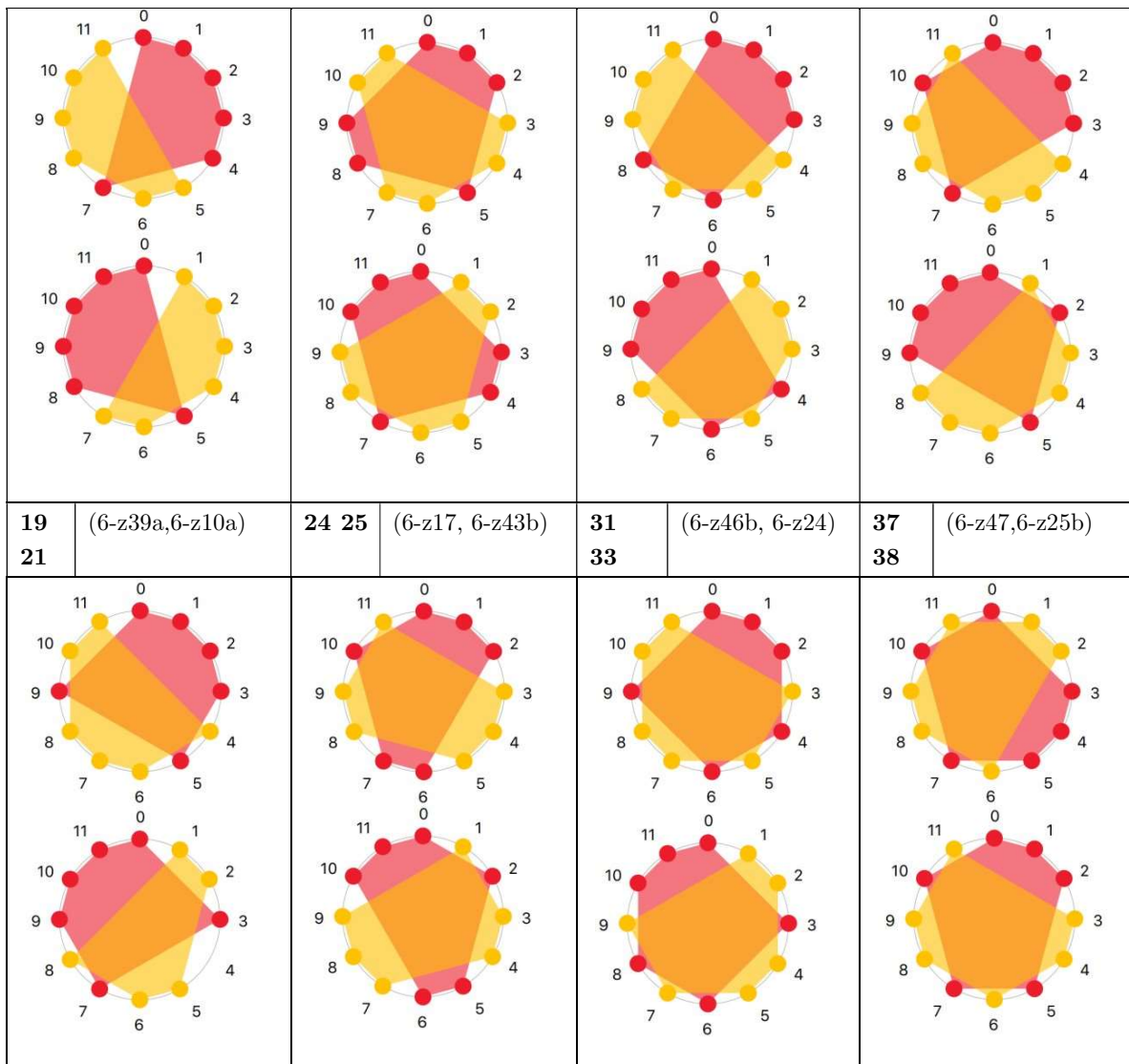
These hexachords are non-invertible, in which the compliment is another (not invertible) 6-note chord that shares the same total interval content (Carter, 2002, p. 40).

Group [D] Z-related invertible. Complementary by Z-Relation (crossing original and inverted form)

Tropes 6 15 18 20 21 25 33 37

Forte	6-z17	6-z19	6-z24	6-z39	6-z25	6-z41	6-z11	6-z3
Forte (Compl)	6-z43	6-z44	6-z16	6-z10	6-z47	6-z12	6-z40	6-z36
Carter	35	37	39	41	43	45	47	49
Carter (Compl)	36	38	40	42	44	46	48	50

5	(6-z36a, 6-z3b)	15	(6-z44b, 6-z19)	18	(6-z41, 6-z12b)	20	(6-z40b, 6-z11)
6	(6-z36b, 6-z3)	16		22		23	



The hexachords of the group [D] are invertible, such that their complement is another invertible hexachord with the same interval content. The hexachords in the same column below form an aggregate.

Forte	6-z17	6-z19	6-z24	6-z39	6-z25	6-z41	6-z11	6-z3
Forte (Compl)	6-z43	6-z44	6-z16	6-z10	6-z47	6-z12	6-z40	6-z36
Carter	35	37	39	41	43	45	47	49
Carter (Compl)	36	38	40	42	44	46	48	50

Example 10: Hexachords of the group D.

However, it is important to point out that the complementarity occurs in a crossed way: for example, the original form of the 6-z17, which we distinguish here by the letter "a" after the set, has as complement the inverted form (distinguished here

by the letter "b", after the set) of the 6-z43. In this crossing way, the 6-z43b is complementary to 6-z17a. We can unfold the previous table as follows:

Forte	6-z17a	6-z19a	6-z24a	6-z39a ³	6-z25b	6-z41a	6-z11a	6-z3a
Forte (Compl)	6-z43b	6-z44b	6-z46b	6-z10a	6-z47a	6-z12b	6-z40b	6-z36b
Forte	6-z17b	6-z19b	6-z24b	6-z39b	6-z25a	6-z41b	6-z11b	6-z3b
Forte (Compl)	6-z43a	6-z44a	6-z46a	6-z10b	6-z47b	6-z12a	6-z40a	6-z36a

Example 11: Crossing complementarity of some Z-related sets.

However, there is an exception to this cross relation: the set 6-z39a (**bold**, in the above table) is complementary to 6-z10a (original form with original form) and 6-z39b is complementary to 6-z10b (inverted form with inverted form).

Trope Mindset

Beyond the set theory idea of listing complementary hexachords, the system of tropes is also a way to describe the interval content of the hexachord in such a way that can be easier to grasp its sonority and possible uses for composition. According to Šedivý:

(...) a trope is neither a hexatonic scale nor a chord. Likewise, it is neither a pitch-class set, nor an interval-class set. A trope is a framework of contextual interval relations. Although it can be very well used for both, its primary purpose is composition, not analysis. (ŠEDIVÝ, 2011, p. 83)

For this reason, the hexachords provenient from the tropes are broken in several ways to make its properties more evident. The trope system structure and notation devised by Hauer helps the awareness of this content, also explored deeply in Šedivý's book.⁴ As Šedivý points out, from the information provided by trope organization, a composer may decide in a freer manner the way the materials are going to be arranged with respect to the desired manipulation:

For example, a composer wants to create two identical hexachords out of trope 36. The transposition interval is chosen to be a major second. With this information it becomes clear that the transposed hexachords can only be from trope 17, because this is the only trope that allows a transposition by whole tone. (ŠEDIVÝ, 2011, p. 99)

If we take a look on the geometric representation of trope 17, it's easy to see that its second hexachord's shape results from a rotation of two increments or, in musical terms, a transposition by major second of the first hexachord, while the

³ Exception in the crossing relation.

⁴ See Šedivý 2011, Appendix.

hexachords of trope 36 are not in a relation of transposition nor inversion (Carter group C, Noninvertible Z-related hexachords). So, this awareness is crucial to the deliberate manipulation of the material by the composer. In the next figure there are some examples of reverse engineering of some 12-tone rows.

Berg: Lyric Suite (5 4 0 9 7 2) (8 1 3 6 10 11)	Schoenberg: Op. 25 (4 5 7 1 6 3) (8 2 11 0 9 10)	Webern: Opus 30 (9 10 1 0 11 2) (3 6 5 4 7 8)
Parent Trope: 41	Parent Trope: 2	Parent Trope: 1

Example 12: Reverse engineering of three 12-tone rows from the Second Viennese School.

Conclusions

Nowadays, after the advances in the discussion of musical set theory, it's possible to articulate the legacy of Forte and Carter with the pioneering Hauer (thanks to the great enlightenment provided by Šedivý) and I hope that this paper can serve as a gentle introduction to this subject, providing some dialog among the literature. The Carter families and its clockface representations articulates the connection with the respective Hauer tropes and the concept of 12-tone hexachordal combinatoriality. In this way, it's much easier to understand the nature of each 12-tone row and to which Carter Family and Hauer trope their hexachords pertain. Doing the reverse engineering of the tone rows by this kind of classification can help us to understand some compositional choices for some specific 12-tone rows and other choices related to some deliberate transformation applied to these tone rows, based on nature and properties of the combinatoriality and content of the hexachords.

References

- CARTER, Elliot. *Harmony Book*. New York: Carl Fischer, 2002.
 FORTE, Allen. *The Structure of Atonal Music*. New Haven: Yale University Press, 1973.

GUSTAFSON, Roger S. Josef Matthias Hauer (1883–1959). *Tempo*, v. 130, 1979, pp. 20-25.

OPUSMODUS Software. <https://opusmodus.com>

ŠEDIVÝ, Dominik. *Serial Composition and Tonality*. An Introduction to the Music of Hauer and Steinbauer. Vienna: Mono/Monochrom, 2011.

COMBINATION GENERATOR TOOL. Available at:

<https://www.thinkcalculator.com/texttool/combination-generator.php>

UNKNOWN AUTHOR. Set Finder. Available at:

<https://www.easycalculation.com/other/fun/musical-settheory.php>

WALTERS, David. PC Set Calculator. Available at:

https://www.mta.ca/pcset/calculator/pc_calculate.html

***Serial Keeper*: um audiogame simples de rememoração de padrões atonais**

Leonardo Porto Passos

Universidade Estadual de Campinas (Unicamp)

leoportopassos@gmail.com

José Fornari

Universidade Estadual de Campinas (Unicamp)

fornari@unicamp.br

Resumo: Schoenberg foi um dos compositores e musicólogos mais influentes da história da música. Sua abordagem serialista rompeu a hierarquia tonal, abrindo novos horizontes para o desenvolvimento da arte sonora. Este artigo apresenta um modelo matemático intitulado *Serial Keeper*, que se baseia no princípio serialista schoenberguiano para o desenvolvimento de um audiogame, um game acusmático com o propósito de utilização tanto lúdica quanto educacional da percepção musical atonal.

Palavras-chave: Dodecafonismo. Educação musical. Audiogame. Jogo sério. Design de jogos.

***Serial Keeper*: A Simple Atonal Music-Match Audiogame**

Abstract: Schoenberg was one of the most influential composers and musicologists in the history of music. His serialist approach broke the tonal hierarchy, opening new horizons for the development of sound art. This article presents a mathematical model called *Serial Keeper*, which is based on the Schoenbergian serialist principle for the development of an audiogame, an acousmatic game with the purpose of both playful and educational use of atonal musical perception.

Keywords: Dodecaphonism. Music education. Audio game. Serious game. Game design.

1. Introdução

Existem no mercado diversos aplicativos para ensino de percepção musical, quase todos voltados para a educação das escalas tradicionais. Na contramão disso, o presente trabalho apresenta uma proposta de “audiogame” (jogo eletrônico computacional acusmático) de música serial para o desenvolvimento da percepção intervalar musical atonal, ou seja, o método de composição com as 12 classes de alturas da escala cromática, relacionadas apenas umas às outras, sem o enfoque em uma estrutura hierárquica tonal, conforme proposto pelo dodecafonismo, método de composição musical desenvolvido por Arnold Schoenberg em 1923.

A música é uma atividade comunicacional essencialmente humana onipresente em todos os lugares e culturas desde tempos imemoriais. E assim como acontece com a música, os jogos sempre acompanharam a humanidade nas mais variadas e remotas comunidades, conforme exposto por Johan Huizinga (2012). O ato de jogar está tão enraizado na cultura humana que muitas das expressões utilizadas em nosso dia a dia fazem referência ao verbo “jogar” ou ao substantivo “jogo”: jogar limpo, jogar sujo, entregar o jogo, abrir o jogo, esconder o jogo, virar o jogo, jogo de sedução, jogo político, jogo de palavras, jogo de cena, jogo de cintura, jogo da vida, jogo duplo

etc. A relação dos seres humanos com a música e os jogos é tão profunda que é possível até que as duas atividades acabem eventualmente se relacionando, e assim, não por acaso, o verbo equivalente em inglês para “jogar um jogo”, *to play (a game)*, é a mesma empregada para referir-se ao ato de “tocar música”, *to play (music)*. O etnomusicólogo Thomas Turino (2008, p. 2) expõe essa íntima relação entre música e jogos: “O prazer por si só não explica por que as pessoas de todos as épocas e lugares (...) são universalmente atraídas por esportes, jogos e, de forma mais geral, por jogar/tocar [N. do A.: “*to play*”, em inglês], o verbo em inglês usado para denotar o fazer musical”.¹ E o autor vai além, ao afirmar que a performance musical participativa² tem mais a ver com relação social direta do que com um produto artístico acabado, e assim, passa a ser um processo social de interação, como um jogo.

Com as evoluções tecnológicas do século XX, mais especificamente a eletrônica e a digital, e o surgimento e a popularização dos videogames, a relação entre música e jogos foi se tornando cada vez mais próxima, o que ampliou as possibilidades criativas e também usos diversos, como o aprendizado musical e o desenvolvimento de percepção sonora, que foram exploradas com o *software* livre e linguagem de programação Pure Data (Pd, abordado na sessão 6) na criação de um audiogame acessível a deficientes visuais, objeto de estudo do presente artigo.

2. Jogos eletrônicos

Existem inúmeros tipos de jogos, cada qual com mecânicas, estética, propósitos, profundidade narrativa e nível de interatividade distintos, e por conta dessa diversidade de características, atraem perfis distintos de jogadores. Diante disso, é válido mencionar a definição de Roger Caillois (2017), que categoriza os jogos como uma atividade 1) livre: ninguém pode ser obrigado a jogar e a espontaneidade é fundamental para haver ludicidade; 2) separada: ocorre em espaço e tempo limitados e preestabelecidos; 3) incerta: com desenrolar e resultado indeterminados; 4) improdutiva: nada de novo e tangível é efetivamente criado; 5) regrada: algumas convenções vigentes são postas de lado e surgem novas, válidas somente durante o jogo; 6) fictícia: abarca a consciência de uma realidade diferente e específica. Isso posto, conclui-se que jogar é um ato deliberado, espontâneo, lúdico, autocentrado, com condições (espaço, tempo, regras, conduta etc.) próprias e resultado indefinido. E um jogo pode ou não ser eletrônico.

¹ “*Pleasure alone does not explain why people of all times and places (...) are universally drawn to sports, games, and more generally to play, the English verb used to denote music making.*”

² “Fazer musical como relação e atividade social entre participantes face a face; ênfase *no fazer* entre todos os presentes (*Music making as social intercourse and activity among face-to-face participants; emphasis on the doing among all present*)” (TURINO, 2008, p. 90). Thomas Turino (2008) divide os campos de atuação musical em dois grupos, cada um subdividido em dois tipos: 1) performance ao vivo: participativa e apresentacional; e 2) música gravada: alta fidelidade e áudio-arte de estúdio.

A popularização dos televisores na década de 1950 no Estados Unidos deu início, ou ao menos intensificou, a ênfase no apelo visual das comunicações, e as novas tecnologias com telas e écrans deram origem aos primeiros videogames.

Por definição, todo videogame é um jogo eletrônico, mas o contrário não se aplica. Enquanto os jogos eletrônicos centrados em conteúdo visual transmitido por meio de uma tela, ou seja, videogames, estavam se desenvolvendo e se popularizando, simultaneamente também chegavam às lojas jogos eletrônicos que continham informações visuais, mas não eram videocêntricos, ou seja, a ênfase no vídeo não era tão enfática, e o jogo podia ser perfeitamente jogado com base somente em seus recursos sonoros, o que os tornava visualmente acessíveis, caso de *Touch Me* (1974), da Atari, lançado inicialmente como jogo *arcade*³ e depois como jogo portátil, versão esta que obteve certo sucesso comercial e motivou, em 1978, a empresa Milton Bradley Company a lançar o sucesso popular *Simon* (que no Brasil recebeu o nome de *Genius* pela fabricante Estrela, em 1980).

Jogos como o *Touch Me* e *Simon* foram pioneiros por fornecer *feedbacks* visual e sonoro com mesmo grau de relevância, permitindo que fossem jogados por deficientes visuais ou sem atenção visual pelos videntes, o que não causava qualquer prejuízo quanto à experiência do jogo. Em ambos os jogos, era gerada uma sequência sonora, cada um dos quatro sons possuía um botão colorido correspondente, e a sequência de sons/cores devia ser reproduzida pelos jogadores ao apertar os botões na ordem certa, e assim a sequência era incrementada por uma nota, caso contrário, o jogador perdia o jogo se errasse a sequência ou se o tempo terminasse. Havia a possibilidade de memorização visual da sequência de cores, mas era mais intuitiva e efetiva a memorização sonora da sequência de notas, portanto, a informação visual era um complemento à informação sonora e a ênfase era dada aos sons.

É com foco no treinamento em percepção sonora e na acessibilidade visual que se apresenta o game proposto neste artigo, cuja ênfase não recai nos recursos gráficos, e sim nos recursos sonoros, ou seja, um audiogame.

3. Audiogames

Os audiogames são um tipo particular de game (o termo “game” será utilizado aqui quando não houver a intenção de fazer distinção entre videogames e audiogames), que pode ter formato de brinquedo, como o *Simon*, ou de jogo digital para computador, dispositivo móvel (celular, *smartphone*, *tablet*) ou, em casos mais raros, para consoles ou *arcades*. Nos audiogames, as informações e os *feedbacks* são transmitidos principalmente ou exclusivamente por sons, e o nível de predominância dos sons em relação aos recursos visuais configura seus subtipos: *audio-only-games* (jogos apenas de áudio), que não possuem qualquer recurso visual; e *audio-based-games*

³ Máquinas de médio formato disponibilizadas em locais públicos específicos para serem jogadas mediante a inserção de moedas.

(jogos baseados em áudio), que contam com poucos elementos visuais utilizados como reforço para a percepção dos estímulos auditivos (ROVITHIS; MNIESTRIS; FLOROS, 2014, p. 1). Nos dois subtipos, os jogadores precisam se concentrar na audição para interagir efetivamente com o sistema do jogo, percorrer o seu espaço virtual, compreender a ocorrência de eventos, tomar decisões e interpretar os *feedbacks* fornecidos (ROVITHIS; FLOROS; KOTSIRA, p. 497).

A baixa ou inexistente prioridade nos recursos visuais permite maior concentração nos sons, já que não é necessário dividir a atenção com imagens e textos, o que promove o desenvolvimento de certas habilidades, que incluem o aumento da memória ecoica (ou auditiva), da capacidade de concentração e da percepção sonora. “Assim, o design de um audiogame pode desempenhar um papel inovador na pesquisa e na educação, especialmente em currículos relacionados à música e aos estudos de som”⁴ (ROVITHIS; MNIESTRIS; FLOROS, 2014, p. 1).

Os audiogames também podem ser classificados de acordo com suas mecânicas de jogo (PARKER; HEEREMA, 2008): 1) memorização de padrões: memorização de padrões específicos de sons; 2) áudio posicional: navegação ou interação com objetos dispostos no ambiente virtual 3D do game; 3) *inputs* por comando de voz: reconhecimento de linguagem falada simples, com respostas específicas, e não falas livres; 4) ritmo de sincronização: sincronizar o ritmo com outras atividades; 5) *input* de som relacional a uma música: uso de qualidades tonais de entrada de som como uma combinação para uma peça musical existente; 6) interação por meio de gestos: uso de *mouse*, *touchpad* ou tela sensível ao toque para criar vinhetas musicais e sons; 7) controle por movimentos: uso de gestos e movimentos humanos para controlar sons e música por meio de sensores de movimento.

As classificações de mecânicas relevantes para o presente estudo são a memorização de padrões e o *input* por comando de voz, com vias ao desenvolvimento e à implementação de um *only-audio-game* baseado em percepção musical atonal, a partir do conceito de dodecafonismo desenvolvido por Arnold Schoenberg.

4. Schoenberg e a série dodecafônica

Celebrado como um dos mais influentes compositores do século XX, o austríaco Arnold Schoenberg (1874-1951) foi um artista à frente de seu tempo, cuja obra foi amplamente estudada por grandes intelectuais.

Schoenberg não foi o primeiro a romper com o formalismo tonal – o termo “atonalismo” apareceu pela primeira vez em 1907, na tese de doutorado do compositor austríaco Joseph Marx (1882-1964), enquanto estudava Filosofia e História da Arte na Universidade de Graz (MARX, 2009) –, mas foi o proponente, em 1921, de uma nova forma de fazer musical, com o método *Twelve-Tone Technique*, também conhecido

⁴ “Thus, AG-design can play a groundbreaking role in research and education especially on curricula related to music and sound studies.”

como *Twelve-Tone Serialism* ou dodecafonismo, que, nas palavras do compositor, consistia em um método de composição com 12 tons relacionados apenas uns com os outros,⁵ ou seja, livre das amarras hierárquicas do tonalismo, no qual existe precedência de uma nota sobre as demais.

A técnica dodecafônica visa assegurar que todas as 12 classes de alturas da escala cromática soem com a mesma regularidade, evitando a ênfase de qualquer umas das notas com o uso de “linhas de tons”, e assim, as 12 classes de alturas cromáticas compartilham o mesmo nível de importância, fazendo com que a música se esquive ou se distancie da tonalidade, sem que haja preponderância de uma nota em relação às demais, ou seja, não há hierarquia de tons, conforme explicita George Perle:

No sistema dodecafônico de Schoenberg, todas as relações de tom que governam um determinado contexto musical são referentes a uma ordenação linear específica das 12 notas da escala semitonal. Nenhum registro, duração, timbre ou intensidade – em outras palavras, nenhum atributo diferente daquele representado pelo nome da classe de tom do que é informalmente chamado de “nota”) – é definido por esta permutação referencial da escala semitonal, uma permutação denotada pelo termo “linha”, “série” ou “conjunto”⁶ (PERLE, 1991, p. 2).

Há quatro premissas para a linha de tom: 1) o conjunto compreende todas as 12 classes de alturas da escala cromática, dispostas em uma ordem linear específica; 2) nenhuma nota aparece mais de uma vez no conjunto; 3) o conjunto é estatístico em qualquer um de seus aspectos lineares: primo, inversão, retrógrado e inversão retrógrada; e 4) o conjunto em cada uma de suas quatro transformações, os aspectos lineares, é estatístico em qualquer grau da escala semitonal.⁷

Diante da relevância da série dodecafônica de Schoenberg para a música moderna e contemporânea e das possibilidades criativas que ela suscita, foi desenvolvido o objeto de estudo do presente artigo, o protótipo de um audiogame para reconhecimento de padrões de séries de *Twelve-Tone Technique*.

⁵ “*Method of composing with twelve tones which are related only with one another*” (SHAWN, 2016).

⁶ “*In Schoenberg’s twelve-tone system all the tone relations that govern a given musical context are referable to a specific linear ordering of the twelve notes of the semitonal scale. Neither register, duration, timbre, or intensity – in other words, no attribute other than that represented by the pitch-class name of what is informally called a ‘note’ – is defined by this referential permutation of the semitonal scale, a permutation denoted by the term ‘row’, ‘series,’ or ‘set’.*”

⁷ “*1) The set comprises all twelve notes of the semitonal scale, arranged in a specific linear order. 2) No note appears more than once within the set. 3) The set is stable in any of its linear aspects: prime, inversion, retrograde, and retrograde-inversion. 4) The set in each of its four transformations (that is, linear aspects) is stable upon any degree of the semitonal scale*” (PERLE, 1991, p. 2-3).

5. O fenômeno da percepção sonora

Destacou-se ao longo do presente artigo que o principal objetivo do audiogame proposto é o treinamento em percepção musical atonal, mais precisamente a série dodecafônica de Schoenberg. Diante desse intento, são importantes as propostas de Lars Edlund em seu livro *Modus Novus: Studies in Reading Atonal Melodies* (1963, p. 13), no qual se propõe o treinamento auditivo como um estudo concreto para o desenvolvimento da compreensão consciente e clara das estruturas musicais. Porém, com o rompimento das estruturas tonais, a música atonal do século XX não possui os mesmos princípios estruturais lógicos que servem de base para os métodos tradicionais de treino da percepção auditiva. Conforme o autor, a maior parte das pessoas percebe um intervalo musical a partir de referências entre tonalidade maior ou menor, o que pode ser atribuído ao fato de nossas referências da infância serem intimamente ligadas às progressões musicais tonais. Pessoas que normalmente são capazes de distinguir notas de uma melodia tonal cantada ou tocada num instrumento nem sempre se veem com a mesma habilidade quando se trata de uma melodia atonal.

Ainda de acordo com Edlund (1963, p. 15-16), nos exercícios de percepção musical relacionados a melodias maiores e menores, a interpretação das notas pode funcionar perfeitamente, já que está ligada à memória, e nesse caso, a melodia a ser distinguida provavelmente é relacionada com a nota absoluta e sua tonalidade maior ou menor, cuja fórmula foi memorizada pelo ouvinte. Mas as pessoas raramente têm noção do intervalo que estão ouvindo e não possuem noção da função tonal do intervalo no contexto musical, e assim, sentem-se desconfortáveis quando são confrontadas com exercícios de leitura melódica em que as funções da tonalidade foram rompidas ou estão enfraquecidas, e assim a memorização de alturas se torna ineficaz quando é necessário reconhecer intervalos musicais. O autor propõe uma solução prática para esse tipo de problema:

Aqueles que ostentam o chamado ouvido absoluto normalmente possuem uma deficiência na leitura de melodias atonais. Eles possuem uma dificuldade na leitura de padrões melódicos, não considerando os intervalos isolados. No entanto, esses mesmos alunos muitas vezes reagem com grande precisão a notas erradas em um exemplo atonal. É muito importante que esse tipo de aluno pratique as combinações intervalares e os desenhos melódicos desse livro. *Ao fazer isso, eles devem pensar mais a respeito dos intervalos e de suas funções melódicas do que no nome das notas*⁸ (EDLUND, 1963, p. 16).

⁸ “*Those who can boast of having so-called, absolute pitch are thus often deficient in atonal melody-reading. They have difficulty in reading the melodic patterns, apart from separate intervals. These same pupils, however, may often react with great accuracy to wrong nota in an atonal example. It is very important that this type of pupil should consciously practise producing the interval combinations and melodic designs that are of fundamental importance in this book. In doing so they should think more of the intervals and their melodic function than of the actual names of the notes.*”

Assim, o protótipo de audiogame apresentado no presente estudo é pertinente ao treinamento de percepção musical proposto por Edlund (1963), já que é “livre” dos padrões tonais e focado na música atonal, além de ser uma ferramenta que propicia um treinamento envolvido pela ludicidade típica dos jogos.

Cabe aqui a questão levantada por Elizabeth W. Marvin (1988, p. 32): “Uma melodia composta por 12 classes distintas de alturas sem hierarquia tonal pode ser retida na memória?”⁹ A autora utiliza o conceito de contornos melódicos¹⁰ para estabelecer a capacidade humana de percepção musical mesmo quando não há treinamento musical envolvido:

Em melodias não tonais de menos de 15 tons, dado o mesmo padrão rítmico ou semelhante, os ouvintes são capazes de perceber a equivalência ou semelhança entre contornos melódicos mais facilmente do que entre conjuntos de classes de afinação em configurações melódicas, uma vez que apenas estes últimos requerem que os sujeitos percebam informações intervalares¹¹ (MARVIN, 1988, p. 64).

Ainda nas palavras de Marvin (1988, p. 66), “(...) os teóricos da música reconhecem o fato de que os ouvintes podem perceber semelhança ou equivalência entre os contornos de duas frases independentemente de reconhecer com precisão as relações de classe de tom ou intervalo entre elas (...)”.¹² Experimentos demonstram que a altura ou o intervalo são mais proeminentes na memória de longo prazo, enquanto a informação de contorno é mais saliente na memória de curto prazo. As informações de contorno ficam evidentes após a escuta inicial, mas as informações de intervalo são mais resistentes ao esquecimento para ouvintes treinados em percepção intervalar (MARVIN, 1988, p. 194).

De acordo com Friedmann (1990, p. xx), há duas estratégias para que os ouvintes sejam mais receptivos e familiarizados à música atonal: utilizar respostas instintivas aprimoradas à música para substituir uma adesão habitual a expectativas baseadas em músicas tonais; e refinar o aparato mental-auditivo para dar suporte intelectual à habilidade auditiva instintiva. O autor propõe o treinamento auditivo para fomentar a percepção sonora de estrutura melódicas não tonais, o que é

⁹ “*Can any melody comprised of twelve distinct pitch classes be retained in memory in the absence of a tonal hierarchy?*”

¹⁰ Contornos melódicos são abstrações musicais de fácil compreensão e se referem aos movimentos ascendentes e descendentes das alturas de uma melodia ao longo do tempo (SAMPAIO; POCHAT, 2016, p. 12).

¹¹ “*In non-tonal melodies of fewer than 15 tones, given the same or similar rhythmic pattern, listeners should be able to perceive equivalence or similarity among musical contours more easily than among pitch-class sets in melodic settings, since only the latter requires subjects to perceive intervallic information.*”

¹² “*(...) Music theorists recognize the fact that listeners may perceive similarity or equivalence among the contours of two phrases quite apart from accurately recognizing pitch-class or intervallic relationships between them (...)*”.

particularmente interessante para o protótipo do audiogame de reconhecimento de séries dodecafônicas.

Diante do exposto, acreditamos que o audiogame proposto pode ser uma ferramenta de grande valia para treinamentos de percepção sonora com base nas metodologias de Edlund (1963) e Friedmann (1990) e no conceito de contornos melódicos de Marvin (1988).

6. *Serial Keeper*: um protótipo de audiogame

O Pd¹³ é um ambiente de programação visual de código aberto para o desenvolvimento de *softwares*, com ênfase em aplicações musicais e multimídia, que incluem controlar, processar e sintetizar sons, vídeos e manipular dispositivos MIDI e de entrada. Ainda que seja um excelente recurso aos compositores e *designers* de som, o Pd ainda é pouco utilizado em games. Um possível motivo para isso pode ser a limitação de integração com as *engines* para desenvolvimento de games. A biblioteca LibPdIntegration¹⁴ (criada a partir da biblioteca LibPd) permite a integração do Pd com a Unity, uma das principais *engines* disponíveis no mercado, e atualmente é compatível apenas com Windows, OSX, Linux e iOS, ou seja, os games desenvolvidos para consoles, *web* e dispositivos móveis não podem contar com essa integração via LibPdIntegration. Foram realizados testes com as bibliotecas LibPdIntegration, Heavy, libpd4unity e Kalimba para o desenvolvimento de um audiogame para dispositivos móveis (Android), mas todas apresentaram problemas. Diante disso, optou-se pelo desenvolvimento de um audiogame a ser executado como *standalone* (programas autossuficientes, cujo funcionamento não depende de um software auxiliar para que seja executado) em sistema operacional Windows.

Com a Unity, é possível ter acesso à biblioteca de reconhecimento de fala nativa do Windows (UnityEngine.Windows.Speech) para a utilização de *inputs* por comando de voz, o que tornou o audiogame proposto acessível a deficientes visuais.

A intenção do *Serial Keeper* é ser um audiogame do tipo *audio-only-game* para sistema operacional Windows, que propicia o desenvolvimento da percepção musical por meio da memória ecoica e da capacidade de concentração, como faziam os primeiros jogos do gênero (*Touch Me* e *Simon*), e é voltado ao treinamento de percepção de séries dodecafônicas, com a utilização de mecânicas do tipo rememoração de padrões. O desenvolvimento da percepção sonora e do reconhecimento de padrões sonoros é aprimorado pela ludicidade própria dos jogos, o que torna o audiogame proposto uma ferramenta de grande potencial para a educação musical ao tornar o aprendizado mais leve, fluido e até mesmo mais interessante e envolvente, com suas capacidades potencializadas por conta da ausência ou baixa relevância dos recursos visuais, o que faz com que a concentração do jogador aos sons seja maior, já que ele está livre das

¹³ Ver: <<http://puredata.info/>>.

¹⁴ Ver: <<https://github.com/LibPdIntegration>>.

distrações que poderiam ser ocasionadas por conta da profusão de imagens (MEIRA; BLIKSTEIN, 2020).

O protótipo do *Serial Keeper* aqui descrito apresenta duas sequências melódicas (em escala cromática e dentro de uma oitava) acusmáticas de 12 classes de alturas geradas aleatoriamente (criadas em tempo real por síntese sonora), e o jogador deve decidir se as duas sequências são ou não idênticas, e escolher entre a opção “iguais” ou “diferentes”, pronunciando as palavras equivalentes como *input* da sua escolha. Se acertar, o jogador recebe um ponto, caso contrário, perde um ponto. Em qualquer um dos casos, duas novas melodias são geradas para o jogador fazer novamente a sua escolha. Quando atinge um determinado número de pontos, o jogador sobe para o próximo nível, e agora as melodias são reproduzidas em uma velocidade mais baixa (ver o final desta sessão). Assim o jogo prossegue, com a diminuição gradual da velocidade de execução das melodias apresentadas a cada novo nível que o jogador atinge. No último nível, $n=8$, se o jogador atinge o número máximo de pontos, o jogo termina.

Com os comandos de voz “descer” e “subir”, o jogador tem a opção de baixar ou aumentar o volume da execução das melodias do jogo. Há também o comando de voz “tocar”, que aciona um botão *bang* no *patch*¹⁵ do Pd para que duas novas melodias sejam geradas, tanto no início do jogo ou caso ele não tenha conseguido identificar a diferença ou semelhança entre as duas últimas melodias geradas.

Para a programação do *patch* do protótipo do *Serial Keeper*, foi necessária a utilização de um objeto – *urn*, disponível com o *deken*¹⁶ Cyclone – para a criação de sequências numéricas aleatórias que não se repetem.

O protótipo do *Serial Keeper* gera sequências de séries de Schoenberg (as 12 classes de alturas da escala cromática que não se repetem, dentro de uma oitava), iniciando com velocidade alta e desacelerando a cada nova série. O usuário escuta as séries e decide se são similares.

As principais etapas do algoritmo deste protótipo são descritas a seguir:

1. Inicia o jogo com pontuação $p=5$ e número de notas da sequência inicial $n=2$;
2. Gera e armazena uma série de 12 notas $s1(n)$;
3. Toca (*playback*) $s1(n)$ (sempre na mesma tonalidade);
4. Gera e armazena a segunda série $s2(n)$, que pode ser:
 - 4.1. Cópia da sequência anterior $st(n)$, ou
 - 4.2. Uma nova série $sn(n)$;
5. Toca (*playback*) $s2(n)$ (sempre na mesma tonalidade);
6. Habilita uma decisão do usuário:
 - Se $s2=st$ (4.1), a decisão correta do usuário é considerá-las similares ($=$),
 - Senão (4.2), a decisão correta do usuário é considerá-las diferentes (\neq),

¹⁵ Unidades modulares e reutilizáveis de código escritas em Pd e usadas como programas independentes, que podem conter inúmeros *patches* interligados.

¹⁶ Ver: <<https://puredata.info/docs/faq/deken>>.

- Se o usuário acertar, o canvas central fica verde e incrementa p, caso contrário, o canvas fica vermelho e decrementa p;
7. Condicionais: se $p \geq 10$, incrementa n. Se $p=0$ ou $n \geq 8$, o canvas central fica preto e encerra o jogo. Caso contrário, volta a (1).

Com base na metodologia de pesquisa-ação¹⁷ (TRIPP, 2005), na realização de testes com o protótipo do *Serial Keeper* pelos autores do presente artigo, foram levantadas evidências empíricas que atestam que, quanto menor a velocidade de execução das duas séries dodecafônicas, mais difícil fica a identificação da semelhança ou distinção entre as melodias apresentadas, o que vai de encontro ao apresentado por Marvin (1988, P. 35): “[os sujeitos] (...) ouviam cada série apenas duas vezes, em um andamento tão lento (uma altura por segundo) que a retenção de toda a série se tornava extremamente difícil”.¹⁸

Conclusões

Este artigo apresentou o protótipo (programado em Pd) de um audiogame, aqui chamado de *Serial Keeper*, cujo propósito é o treinamento de percepção musical atonal, mais precisamente de séries dodecafônicas de Schoenberg a partir da criação de classes de alturas cromáticas aleatórias que não se repetem dentro de uma mesma série. Trata-se de um vasto campo a ser explorado por compositores, *designers* de efeitos sonoros e *designers* de jogos. Uma das possibilidades, por exemplo, seria a criação de um quebra-cabeça sonoro, no qual o jogador terá que reconhecer séries dodecafônicas para conseguir avançar no jogo, a ser utilizado como microgame dentro de uma fase específica de um game.

Como evidência empírica levantada pelos autores do artigo durante as realizações de testes do audiogame, verificou-se que, ao contrário do que se imaginava, velocidades mais baixas na execução das séries dodecafônicas tornam o game mais difícil. Assim, este artigo traz uma contribuição para o estado da arte, pois a música atonal costuma ser percebida como carente de significado musical (*musical meaning*), e neste sentido, talvez a velocidade contribua para a emergência de significado.

O audiogame *Serial Keeper* pode ser utilizado em conjunto com os métodos de educação musical e percepção sonora de Edlund (1963) e Friedmann (1990) e com o conceito de contornos melódicos de Marvin (1988).

Como possibilidade de implementações futuras, há a intenção de ampliar o protótipo do audiogame para torná-lo mais complexo e abrangente, com o

¹⁷ “(...) ciclo no qual se aprimora a prática pela oscilação sistemática entre agir no campo da prática e investigar a respeito dela. Planeja-se, implementa-se, descreve-se e avalia-se uma mudança para a melhora de sua prática, aprendendo mais, no correr do processo, tanto a respeito da prática quanto da própria investigação” (TRIPP, 2005, p. 446).

¹⁸ “(...) they heard each series only twice, at a tempo so slow (one pitch per second) that retention of the entire series was made extremely difficult.”

reconhecimento de melodias de outros sistemas atonais além do serialismo dodecafônico, bem como incluir novas mecânicas de jogo, com aumento progressivo na quantidade de notas das séries, iniciando em um intervalo (apenas duas notas), seguindo para uma série baseada em tricordes (três notas), depois tetracordes etc.

Referências

- CAILLOIS, Roger. *Os jogos e os homens: a máscara e a vertigem*. Petrópolis: Vozes, 2017.
- EDLUND, Lars. *Modus Novus: Studies in Reading Atonal Melodies*. Copenhagen: AB Nordiska Musikförlaget, 1963.
- FRIEDMANN, Michael L. *Ear Training for Twentieth-Century Music*. New Haven; London: Yale University Press, 1990.
- HAYDIN, Berkant; ESSER, Stefan. *Joseph Marx: Orchestral Songs and Choral Works*. Joseph Marx (Compositor). Jiří Bělohlávek (Intérprete, maestro), Christine Brewer (Intérprete, soprano). Colchester; Essex (UK): Chandos Records, 2009. Compact Disc. Encarte, p. 9. Available at: <https://www.chandos.net/chanimages/Booklets/CH10505.pdf>.
- HUIZINGA, Johan. *Homo ludens: o jogo como elemento da cultura*. 7. ed. São Paulo: Perspectiva, 2012.
- MARVIN, Elizabeth West. *A Generalized Theory of Musical Contour: Its Application to Melodic and Rhythmic Analysis of Non-Tonal Music and its Perceptual and Pedagogical Implications*. Rochester (NY), 1988. Tese (Doutorado em Filosofia) – Department of Theory, Eastman School of Music, University of Rochester
- MEIRA, Luciano; BLIKSTEIN, Paulo (Orgs.). *Ludicidade, jogos digitais e gamificação na aprendizagem*. Porto Alegre: Penso, 2020.
- PARKER, J. R.; HEEREMA, John. Audio Interaction in Computer Mediated Games. *International Journal of Computer Games Technology*, v. 2008, Article ID 178923, 2008.
- PERLE, George. *Serial Composition and Atonality: An Introduction to the Music of Schoenberg, Berg, and Webern*. 6. ed. Berkeley; Los Angeles; Oxford: University of California Press, 1991.
- ROVITHIS, Emmanouel; FLOROS, A.; KOTSIRA, L. Educational Audio Gamification: Theory and Practice. In: EUROPEAN CONFERENCE ON E-LEARNING (ECEL), 17., 2018, Atenas. *Proceedings...* Athens, 2018, p. 497-505.
- ROVITHIS, Emmanouel; MNIESTRIS, A.; FLOROS, F. Educational audio game design: sonification of the curriculum through a role-playing scenario in the audio game ‘Kronos’. In: AUDIO MOSTLY, 9., out. 2014, New York. *Proceedings...* New York: Association for Computing Machinery, 2014. p. 1-6.

- SAMPAIO, Marcos da Silva; POCHAT, Alex. Aplicação de contornos na composição musical. In: SCHWEBEL, Heinz Karl (Org.). *Perspectivas de interpretação, teoria e composição musical*. Salvador: EDUFBA, 2016.
- SHAWN, Allen. *Arnold Schoenberg's Journey*. New York: Farrar, Straus and Giroux, 2016.
- TRIPP, David. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 31, n. 3, pp. 443-466, 2005.
- TURINO, Thomas. *Music as Social Life: The Politics of Participation*. Chicago: The University of Chicago Press, 2008.

O Modelo de Análise Derivativa aplicado ao planejamento composicional com uma *Grundgestalt* a partir de *Pluft, o Fantasminha* de Tom Jobim

Ana Miccolis

Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

anamiccolis@gmail.com

Resumo: O princípio da *Grundgestalt*, elaborado por Arnold Schoenberg, pode ser aplicado como recurso na prática composicional (MAYR, 2016). A partir de uma pequena ideia musical é possível derivar todo o material de uma nova obra. No presente trabalho uma das obras de Tom Jobim, *Pluft, o Fantasminha*, foi selecionada para gerar uma semente, que pode servir de base ao planejamento composicional de uma peça para harpa de pedais. A aplicação do *Modelo de Análise Derivativa* (ALMADA, 2020) permitiu especificar as operações transformacionais no desenvolvimento de um sistema composicional e empregar as variantes no planejamento de uma nova obra.

Palavras chaves: Grundgestalt; Arnold Schoenberg; Modelo de Análise Derivativa.

The Model of Derivative Analysis applied to compositional planning with a Grundgestalt based on the song *Pluft, o Fantasminha* by Tom Jobim

Abstract: The principle of Grundgestalt, elaborated by Arnold Schoenberg, can be applied as a resource in compositional practice (MAYR, 2016). From a small musical idea, it is possible to derive all the material of a new piece. In the present work, one of Tom Jobim's songs, *Pluft, o Fantasminha*, was selected to generate a seed, which can be used as the basis for the compositional planning of a piece for pedal harp. The applications of the Model of Derivative Analysis (ALMADA, 2020) allowed to specify the transformational operations in the development of a compositional system and apply the variants for planning a new work.

Keywords: Grundgestalt. Arnold Schoenberg. Compositional Systems Development.

1. Introdução

O artigo é resultado de pesquisa sobre sistemas composicionais, com aplicação no planejamento composicional de uma obra para flauta e harpa. No processo de especificação de sistemas composicionais devemos definir o comportamento de parâmetros ou materiais musicais que são utilizados pelo sistema proposto (PITOMBEIRA, 2020). Um sistema composicional pode ter origem em um determinado universo, no ambiente cultural onde ele se desenvolve (sistemas composicionais originais) e pode também se originar a partir de obras (musicais ou de outra natureza) já existentes (sistemas composicionais modelados). Os sistemas composicionais originais, podem ser classificados, quanto à sua arquitetura, em abertos, semiabertos e retroalimentados. Os sistemas abertos são ideais para o trabalho com intertextos, uma vez que permitem entradas diversas. Nesses sistemas, vários tipos de intertextualidade podem ser observados (MESQUITA, 2018). A intertextualidade na especificação de um sistema composicional pode abranger parte de material composicional ou apenas as

ideias e técnicas composicionais de um ou mais compositores, as quais se corporificam no sistema como operadores com funções de transformação, mapeamento, seleção ou geração. Para definir as transformações podemos pensar no conceito da *Grundgestalt*, elaborado por Arnold Schoenberg, no sentido de fazer com que uma pequena ideia possa germinar o crescimento de novas outras (SCHOENBERG, 1984). As partes e o todo de um motivo formam uma espécie de “mínimo múltiplo comum”, uma vez que o “germe” da ideia possui elementos que estão presentes em várias outras figuras musicais da peça (SCHOENBERG, 2008, p.35). No presente trabalho, o *Modelo de Análise Derivativa* (MDA) desenvolvido por Carlos Almada (ALMADA, 2020) é aplicado ao processo composicional como forma de expandir um fragmento musical gerando uma nova obra. A partir de uma pequena ideia inicial, o sistema composicional é capaz de derivar outro material musical, sendo assim utilizado no planejamento composicional de uma peça para flauta e harpa de pedais intitulada *Ipásia Opus 1* (MICCOLIS, 2021). O fragmento inicial é selecionado de uma composição de 1961 de Antonio Carlos Jobim, com parte escrita para harpa, intitulada *Pluft, o fantasminha*. Essa obra foi trilha sonora do filme *Pluft, o fantasminha*, de Romain Lesage, que também escreveu a letra do tema principal – *Canção dos Piratas*. É desse tema escrito para harpa que será extraído um pequeno fragmento inicial, uma semente geradora de todo o material composicional. Para gerar esse material, algumas das várias operações transformacionais disponibilizadas no modelo foram utilizadas.

O Modelo de Análise Derivativa (MDA)

Um dos conceitos básicos do modelo é a *unidade de significação derivativa*, denominada UDS. Ela representa uma sequência de notas, da qual será extraída a estrutura no domínio das alturas e no temporal. No presente trabalho, os domínios considerados primários, ou seja, das alturas e temporal foram elencados para compor o conjunto de operações transformacionais. Uma UDS P^1 pode ser transformada em uma UDS C^2 a partir de alguma operação do conjunto considerado. O modelo oferece várias opções de operações em cada domínio. As UDS P e C se relacionam por variação, através de alguma das operações do modelo e podem ser representadas pela equação $C = V(P)$. Para aplicar o modelo é possível operar em dois níveis distintos, ou seja, de forma *holística* ou *decomponível*³. Quando o processo é aplicado na modalidade decomponível, a primeira etapa consiste em extrair a representação dos domínios de forma separada. Para isso, uma UDS tem seus atributos no domínio das alturas representados de forma separada em relação aos atributos do domínio temporal. Uma operação transformacional pode gerar uma derivação num atributo específico e a

¹ P de *parent*, pai.

² C de *child*, filho(a).

³ O nível *holístico* refere-se à estrutura indivisível, isto é, abrangendo todos os domínios como um todo, domínio das alturas, temporal e harmônico. Ao contrário, o decomponível cria uma abstração ao dividir a estrutura para examinar o conteúdo de cada domínio separadamente.

variação final será resultante da reintegração dos dois domínios anteriormente separados.

Seleção do fragmento P no Modelo de Análise Derivativa (MDA)

Para compor a UDS P, foi selecionado um trecho da parte da harpa escrita por Jobim para o filme *Pluft, o Fantasminha*. Na trilha sonora há uma canção que é o tema do pirata *Cavaca*. A canção do pirata é escrita com harpa e utilizada na passagem do filme onde o pirata canta e toca um instrumento⁴. Desse tema, os primeiros compassos foram utilizados, conforme ilustra a Figura 1. O fragmento inicial denominado *P* é constituído do gesto melódico apresentado no primeiro compasso binário com a anacruse e os dois tempos do compasso ternário seguinte.



Figura 1: Compassos iniciais da harpa no tema do pirata em *Pluft, o fantasminha* (Jobim, 1961).

2. Decomposição do trecho musical *P*

Para permitir realizar as operações nos domínios das alturas e temporal separadamente, o trecho musical selecionado será representado com os atributos específicos de cada um dos domínios. O modelo MDA permite representar os atributos do domínio das alturas em cinco categorias. A primeira categoria desse domínio, denominada *p1*, refere-se à representação da sequência de alturas codificadas no formato MIDI. A segunda categoria de atributos no domínio das alturas, *p2*, traduz a informação do nível anterior em módulo 12, representando assim a classe de altura de cada evento. A terceira categoria *p3* representa a estrutura intervalar dos eventos e *p4* o contorno melódico, segundo a concepção de Robert Morris (1987). A última categoria do domínio das alturas complementa a categoria *p3*, pois representa a distância intervalar entre o primeiro e o último evento e pode ser obtida a partir da soma de todos os elementos de *p3*.

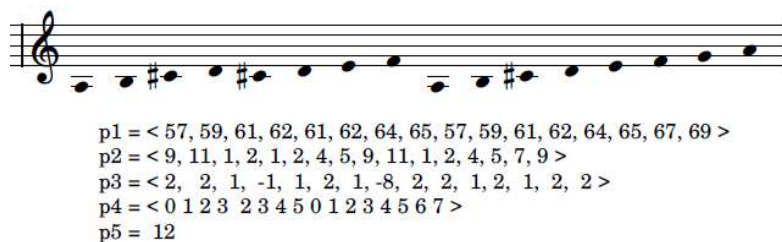


Figura 2: Análise decomponível de *P* no domínio das alturas.

⁴ O som do instrumento de cordas dedilhadas utilizado na cena é substituído pelo som da harpa na trilha sonora.

A Figura 2 apresenta o trecho *P* extraído da música de Jobim e a sua representação nos atributos das cinco categorias p1 a p5 do domínio das alturas. O domínio temporal no modelo MDA é formado por quatro categorias de atributos, t1 a t4. A primeira delas, categoria t1, descreve a sequência de durações e é expressa em múltiplos de uma unidade temporal. A segunda categoria, t2, descreve uma sequência de IOIs⁵, os quais representam a distância entre ataques de dois eventos rítmicos contíguos, independentemente de suas durações. Os eventos rítmicos podem ser separados por uma pausa, opcionalmente. Dois pares de eventos rítmicos podem ser considerados equivalentes em relação ao IOI, ainda que haja pausas de diferentes durações separando os eventos (Figura 3). O valor do IOI pode ser calculado como $IOI = t_a + t_p$, onde t_a é a duração temporal do primeiro evento rítmico e t_p é a duração temporal da pausa opcional, que separa o primeiro evento rítmico do segundo.

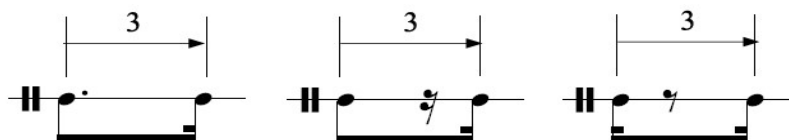


Figura 3: Exemplo de equivalência de IOI entre pares de eventos rítmicos (ALMADA, 2020).

A categoria t3 descreve o *contorno métrico*, que é similar ao contorno melódico, mas leva em consideração a posição do evento rítmico nas subdivisões de um compasso. Para calcular seu valor, as posições dentro de um compasso ganham uma pontuação de acordo com a relevância atribuída a elas, sendo o valor zero o mínimo nessa gradação. A Figura 4 ilustra o cálculo do contorno métrico aplicado a uma UDS em compasso quaternário com cinco eventos rítmicos. O evento (figura rítmica) que recebeu a maior pontuação foi aquele posicionado na posição inicial do compasso. Para definir os pesos em cada posição do compasso, ele foi dividido considerando a maior figura rítmica que ocuparia todo o compasso e todas as subdivisões binárias nas figuras menores que compõem os pulsos do compasso⁶. Nesse caso, um evento que ocupe a posição do compasso cuja pontuação seja de valor igual a 1, somará à sua pontuação o valor correspondente a 1. Contudo, quando nenhum evento rítmico ocupa a primeira posição do compasso, o total de pontos registrados nessa posição é nulo (Figura 4b). Nos exemplos a e b da Figura 4 as durações dos eventos rítmicos são idênticas. Porém, como elas ocupam posições distintas, o cálculo atribuiu a soma correspondente a 4,75 para o caso em que o primeiro evento rítmico inicia o compasso (Figura 4a) e apenas 1,75 para quando a pausa inicial o antecede (Figura 4b).

⁵ IOI (inter-onset-interval), conceito proposto por David Temperley (2001), para definir a distância entre dois pulsos consecutivos, independentemente da quantidade de pausas.

⁶ A opção pela subdivisão binária (1, 2, 4, 8 etc.) é inerente ao algoritmo proposto por Almada (2020)

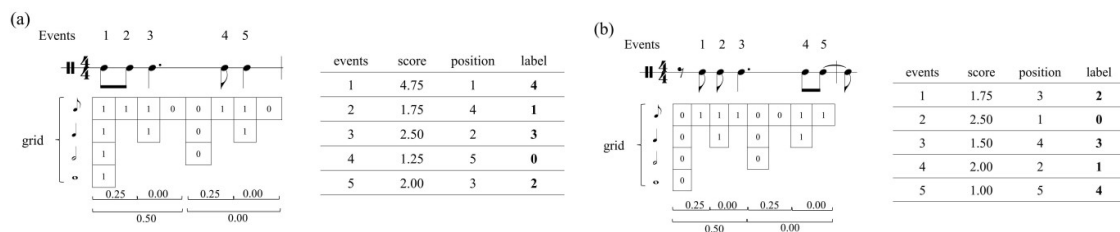


Figura 4: Cálculo de Contorno Métrico (ALMADA, 2020).

A última categoria no domínio temporal, t_4 , indica o intervalo total de duração de uma UDS. Esse valor é calculado através da soma das durações de todos os eventos rítmicos contidos na UDS, incluindo as pausas internas. As quatro categorias t_1 a t_4 são apresentadas na Figura 5, descrevendo os atributos temporais da UDS P.

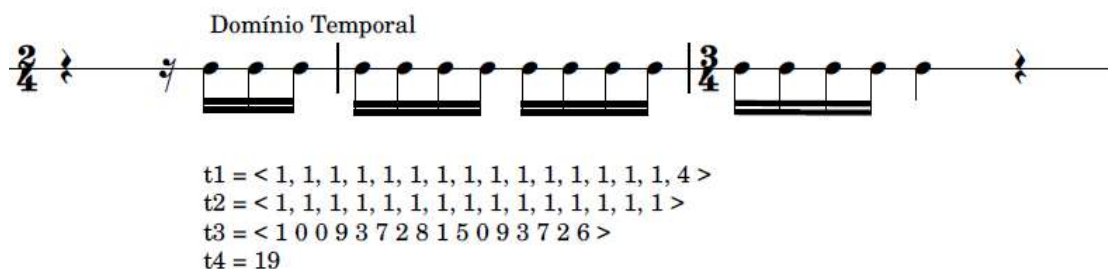


Figura 5: Análise decomponível de P no domínio temporal.

3. Escopo das operações transformacionais

O modelo oferece algumas operações transformacionais que atuam diretamente no atributo em cada um dos níveis. Há operações que se aplicam à sequência inteira e nesse caso o escopo será considerado do tipo *normal* (ALMADA, 2020). Algumas operações atuam no escopo exclusivamente normal, como as operações R e ROT, que viabilizam a retrogradação e a rotação de uma sequência completa de eventos. O modelo prevê também operações em escopo mutacional, quando apenas alguns elementos da categoria de atributos são alterados. Como exemplo de operação mutacional em p_1 , podemos selecionar a operação ALT. Ela viabiliza alterações cromáticas em determinados eventos da sequência selecionada, agindo assim de forma mutacional. Algumas operações podem atuar nos dois escopos. A operação de transposição cromática T_x atua em p_1 e pode funcionar tanto no escopo normal, como no mutacional. Quando usada na forma de escopo normal, ela produz a elevação ou o abaixamento de x semitons em todos os eventos de p_1 . Se utilizada na modalidade mutacional a operação afeta apenas alguns dos elementos da sequência.

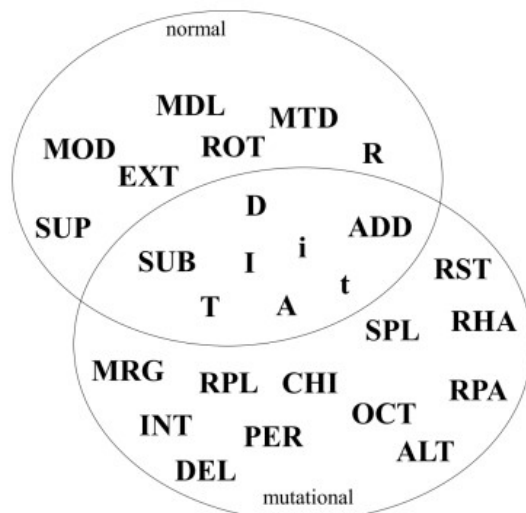


Figura 6: Algumas das operações do MDA agrupadas por escopo de atuação (ALMADA, 2020, p. 102).

Na Figura 6, o gráfico apresenta um resumo de algumas das operações disponíveis no modelo, com a distribuição de acordo com o escopo de atuação das mesmas. Pequenas alterações podem ser realizadas no trecho quando escolhemos atuar de forma mutacional em apenas um único evento da cadeia de eventos. No planejamento composicional, algumas operações com escopo mutacional foram aplicadas para gerar novo material composicional. A *trajetória derivativa*⁷ descreve as operações que foram utilizadas e o resultado das variações C_n ⁸ resultantes a cada geração.

4. Trajetória derivativa no domínio das alturas

A operação transformacional escolhida para produzir a primeira variante C_1 foi DEL (Deleção)⁹. Ela atua de forma mutacional e altera a cardinalidade de P, pois reduz a quantidade de eventos da sequência original. A operação DEL (p1, 5-6,9-10, 13-14) excluiu da sequência os seis membros das respectivas posições relacionadas (Figura 7). A operação de transposição T_x pode ser utilizada de forma normal ou mutacional. Aplicando a transposição com o escopo normal (T_{-2}), todos os membros terão o abaixamento de dois semitons e a variante produzida é muito similar ao original. Apenas o nível p1 foi afetado, os demais não foram modificados. Neste caso, C_1 e a variante $C_{1.1}$ são equivalentes por transposição¹⁰ (Figura 7).

⁷ Termo utilizado no MDA (ALMADA, 2020) para definir o caminho de operações transformacionais que geraram as variantes.

⁸ C_n = Child da n-ésima derivação de P, onde $P = C_{n-1}$

⁹ Essa mesma operação é empregada por Toussaint (2013).

¹⁰ O modelo calcula índice de similaridade entre um original P e sua variante. No caso de transposição normal, o índice se aproxima de zero, pois há grande semelhança entre P e sua variante.

DEL (5- 6, 9-10, 13-14) atua em p1 de P T₂ atua em p1 de C1

<p>p1 = < 57, 59, 61, 62, 64, 65, 61, 62, 67, 69 ></p> <p>p2 = < 9, 11, 1, 2, 4, 5, 1, 2, 7, 9 ></p> <p>p3 = < 2, 2, 1, 2, 1, -4, 1, 5, 2 ></p> <p>p4 = < 0 1 2 3 4 5 2 3 6 7 ></p> <p>p5 = < 12 ></p>	<p>p1 = < 55, 57, 59, 60, 62, 63, 59, 60, 65, 67 ></p> <p>p2 = < 7, 9, 11, 0, 2, 3, 11, 0, 5, 7 ></p> <p>p3 = < 2, 2, 1, 2, 1, -4, 1, 5, 2 ></p> <p>p4 = < 0 1 2 3 4 5 2 3 6 7 ></p> <p>p5 = < 12 ></p>
--	---

Figura 7: Variantes C1 e C_{1.1} produzidas após aplicação das operações DEL e T₂.

A operação ALT* pode elevar ou abaixar cromaticamente um conjunto de alturas selecionadas em p1. Para a próxima derivação a operação ALT- (alteração cromática) foi escolhida e como o sinal é negativo, a operação irá abaixar cromaticamente algumas alturas. A variante C_{1.1.1} foi produzida com a aplicação da operação transformacional ALT- de forma mutacional no primeiro, terceiro, quinto, sétimo e décimo membros de C_{1.1}, o que ocasionou o abaixamento das alturas Sol, Si e Ré, como ilustra a Figura 8. De forma análoga, a operação ALT₊ atuou em p1, mas a alteração cromática foi realizada com sinal positivo causando uma elevação do sexto membro.

ALT-(1, 3, 5, 7, 10) ALT+(6)

<p>p1 = < 54, 57, 58, 60, 61, 63, 58, 60, 65, 66 ></p> <p>p2 = < 6, 9, 10, 0, 1, 3, 10, 0, 5, 6 ></p> <p>p3 = < 3, 1, 2, 1, 2, -5, 2, 5, 1 ></p> <p>p4 = < 0 1 2 3 4 5 2 3 6 7 ></p> <p>p5 = < 12 ></p>	<p>p1 = < 54, 57, 58, 60, 61, 64, 58, 60, 65, 66 ></p> <p>p2 = < 6, 9, 10, 0, 1, 4, 10, 0, 5, 6 ></p> <p>p3 = < 3, 1, 2, 1, 3, -6, 2, 5, 1 ></p> <p>p4 = < 0 1 2 3 4 5 2 3 6 7 ></p> <p>p5 = < 12 ></p>
---	---

Figura 8: Variantes C_{1.1.1} e C_{1.1.1.1} produzidas com operações ALT- e ALT₊.

Com as alturas desse novo fragmento, é possível planejar variantes que se aproximem de outras estruturas escalares, como, por exemplo, a escala *Oriental* sugerida por Persichetti (1961, p.44), que é o material resultante (C_{1.1.1.1}) da aplicação das quatro operações transformacionais anteriores. Essa escala em Dó Oriental possui as seguintes classes de alturas {Dó, Ré@, Mi, Fá, Sol@, Sol, Lá, Si@}. O Sol natural é utilizado apenas no primeiro acorde de primeiro grau da escala (Figura 9).

41

Figura 9: Outras variantes C_{1.1.1.1} produzidas com operações transformacionais do MDA na composição para flauta e harpa, *Ipásia Opus 1* (MICCOLIS, 2021).

5. O uso das variantes no planejamento composicional

As variantes possuem entre si níveis de similaridade distintos e o modelo prevê o cálculo do índice de similaridade. Essa medição pode ser utilizada como recurso composicional, uma vez que podemos considerar a seleção de variantes com maior índice de similaridade para compor um conjunto de gerações que se modificam de forma mais lenta que outras. A Figura 10 ilustra os níveis de similaridades entre uma semente P e suas variantes.

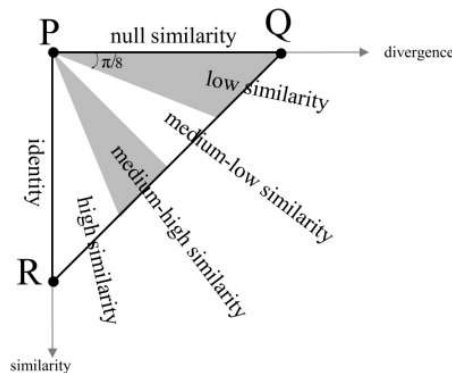


Figura 10: Representação dos níveis de similaridade (ALMADA, 2020, p. 15).

As variantes geradas apresentam níveis diferentes de similaridade e a disposição dessas variantes no planejamento pode gerar um resultado composicional contrastante de acordo com o maior ou menor grau de similaridade entre as partes. Na Figura 11a temos o original P derivando as variantes que foram selecionadas para traçar um caminho das alternativas que foram exploradas na composição. Várias outras variantes foram dispensadas e apenas as que foram aproveitadas na composição são mapeadas formando um caminho derivativo especificado no planejamento composicional, como indicado no gráfico da Figura 11a. Na Figura 11b, apresentamos um diagrama de fluxo do sistema composicional utilizado para a composição de *Ipasia Opus 1* com as operações transformacionais descritas no trabalho. Além do material composicional de entrada no sistema, o compositor pode fornecer informações de controle que alteram o comportamento do sistema. A operação DEL, por exemplo, permite excluir vários membros de P e a informação de controle referente a esta operação fornece as posições que o compositor deseja eliminar do trecho musical original. Quando o compositor fornece um número x de posições para deleção numa sequência de cardinalidade igual a n , o sistema gera uma variante com cardinalidade igual a $(n-x)$. De acordo com a quantidade de posições selecionadas pelo compositor, podemos ter um número variável de eventos, resultando numa variante cuja cardinalidade pode ser reduzida de 1 a $(n-1)$ elementos, onde n é o número de eventos de P antes da operação DEL. No exemplo da Figura 7 a variante C1 foi gerada com deleção de 6 dos 16 eventos de P.

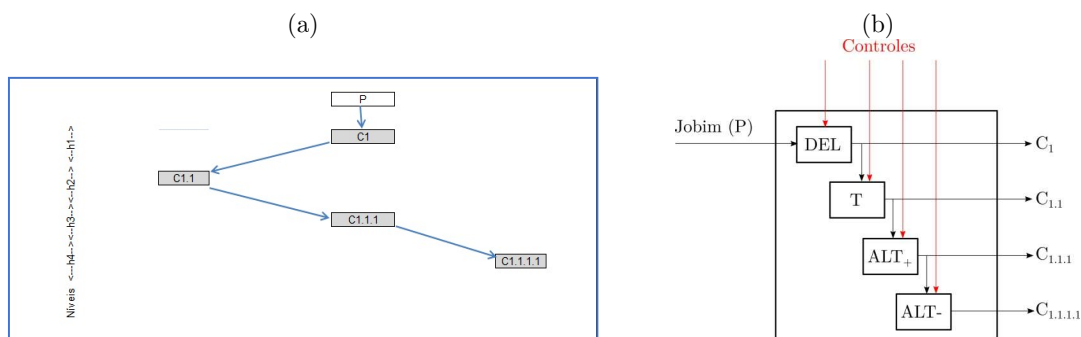


Figura 11: Trajetória derivativa (a) e diagrama do sistema composicional em *Ipasia, Opus 1* (b).

6. Planejamento composicional de *Ipásia opus 1*

Para o desenvolvimento das variantes utilizadas no planejamento composicional, o sistema proposto foi executado três vezes, com conjuntos diferentes de informações de controle. Cada conjunto de informações de controle gerou variantes com maior ou menor similaridade em relação ao original P de Jobim. Os compassos 1 a 12 tiveram um conjunto de informações de controle com os quais o sistema gerou variantes mais próximas de P do que aquelas geradas nos compassos 13 a 24. Nos compassos 13 a 24, o conjunto de informações de controle gerou a estrutura da escala Oriental em Dó. Nos compassos 25 a 36, um maior afastamento de P de Jobim é sentido, pois em vez utilizar o trecho de Jobim P como entrada, a última variante da execução anterior é reutilizada como dado de entrada. Assim, o sistema gerou para os compassos 25 a 36 variantes que corresponderiam a uma oitava geração na árvore de derivações, se considerarmos a raiz da árvore sendo o trecho P de Jobim (Figura 1). A Figura 12 apresenta a árvore derivativa com as variantes produzidas nas três execuções do sistema.

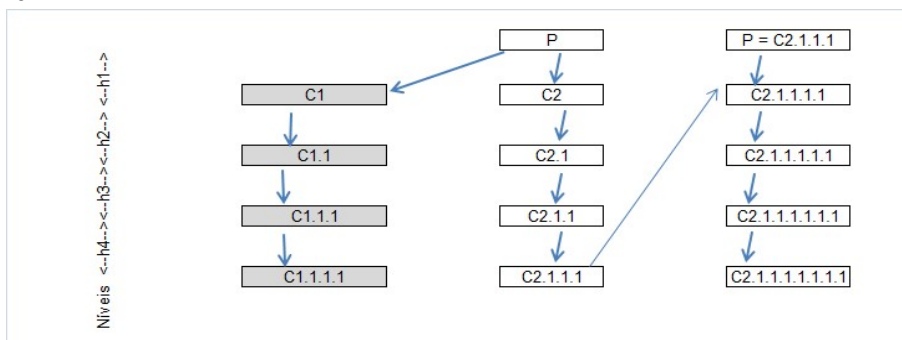


Figura 12: Trajetória derivativa resultante da execução de três execuções do sistema.

A Figura 13 apresenta o planejamento das entradas e saídas do sistema em cada processamento e sua distribuição na composição. Cada processamento gera material composicional para doze compassos da peça. As saídas dos diversos processamentos são diferentes entre si, tanto pelo fato da entrada utilizada ser diferente, como pela lista de parâmetros de controle fornecida também ser diferente. No primeiro processamento, as informações de controle definiram que o comportamento

do sistema seria realizado da seguinte forma: a deleção em P seria realizada nas posições 2 a 9; a transposição realizada em C1 seria com índice 3; a alteração cromática por abaixamento seria na terceira posição de C1.1 e alteração cromática por elevação seria na sétima posição de C1.1.1. No segundo processamento foram utilizadas as informações de controle descritas anteriormente, conforme as Figuras 7 e 8 do artigo. A última variante do segundo processamento foi utilizada como entrada de dados do segundo processamento. No terceiro processamento foram aplicadas informações de controle que estabeleceram os seguintes critérios para o sistema: a deleção em C.1.1.1 seria realizada nas posições 2, 4, 7 e 8; a transposição seria aplicada com índice -3, a alteração cromática por abaixamento seria aplicada no quarto elemento; a alteração cromática por elevação seria realizada nos primeiro, terceiro e sexto elementos. Do compasso 37 em diante, algumas variantes são repetidas e novas variantes são produzidas a partir de variantes já utilizadas nos compassos 1 a 36.

Execução	Informações de controle	Entradas	Descrição da transformação que foi aplicada para gerar a variante de saída	Saídas	Inic	Qtd Comp.	Compassos
Processamento 1	ic-x1	P	Deleta de P as posições indicadas em ic-x1	C1	1	3	1 a 3
	ic-x2	C1	Transpõe C1 de acordo com o índice indicado em ic-x2	C1.1	4	3	4 a 6
	ic-x3	C1.1	Abaixa cromaticamente C1.1 nas posições indicadas em ic-x3	C1.1.1	7	3	7 a 9
	ic-x4	C1.1.1	Eleva cromaticamente C1.1.1 nas posições indicadas em ic-x4	C1.1.1.1	10	3	10 a 12
Processamento 2	ic-y1	P	Deleta de P as posições indicadas em ic-y1	C2	13	3	13 a 15
	ic-y2	C2	Transpõe C2 de acordo com o índice indicado em ic-y2	C2.1	16	3	16 a 18
	ic-y3	C2.1	Abaixa cromaticamente C2.1 nas posições indicadas em ic-y3	C2.1.1	19	3	19 a 21
	ic-y4	C2.1.1	Eleva cromaticamente C2.1.1 nas posições indicadas em ic-y4	C2.1.1.1	22	3	22 a 24
Processamento 3	ic-z1	C2.1.1.1	Deleta de C2.1.1.1 as posições indicadas em ic-z1	C2.1.1.1.1	25	3	25 a 27
	ic-z2	C2.1.1.1.1	Transpõe C2.1.1.1.1 de acordo com o índice indicado em ic-z2	C2.1.1.1.1.1	28	3	28 a 30
	ic-z3	C2.1.1.1.1.1	Abaixa cromaticamente C2.1.1.1.1.1 nas posições indicadas em ic-z3	C2.1.1.1.1.1.1	31	3	31 a 33
	ic-z4	C2.1.1.1.1.1.1	Eleva cromaticamente C2.1.1.1.1.1.1 nas posições indicadas em ic-z4	C2.1.1.1.1.1.1.1	34	3	34 a 36

Figura 13: Informações de Controle utilizadas no planejamento composicional.

Considerações finais

O modelo MDA auxiliou a especificar uma trajetória derivativa que serviu de base para o planejamento composicional de *Ipásia Opus 1* (MICCOLIS, 2021)¹¹. Como temos uma grande quantidade de opções de caminhos para gerar derivações, apenas aquelas utilizadas no planejamento foram descritas no presente trabalho com foco no domínio das alturas. A partir de um pequeno trecho do material composicional pré-existente, foi possível criar uma peça nova, com poucas operações transformacionais. A sistematização do processo de geração das variações através das

¹¹ A partitura integral da obra está no link:

https://drive.google.com/drive/folders/1FAUhaMyXqTw3Aht_hako87oh5w4SaUVc?usp=sharing

operações já disponíveis no modelo permite especificar o planejamento composicional de uma nova obra. O modelo ainda pode ser complementado com mais operações de acordo com a necessidade composicional. O exemplo da peça para harpa gerada a partir das variações apresenta um resultado bem distante da UDS inicial selecionada P. O uso das variações permitiu experimentar novas sonoridades, como aquelas obtidas através de estruturas escalares diferentes da obra original, incluindo as escalas modais não naturais. Contudo, essa transformação ocorreu em pequenos passos, permitindo com que as restrições referentes à passagem do mecanismo de pedais da harpa fossem reduzidas e produzindo um resultado musical fluído com naturalidade no instrumento.

Referências

- ALMADA, Carlos. *Musical Variation: Toward a Transformational Perspective*. Texto não publicado. 2020.
- JOBIM, Tom. *Pluft, o fantasma* – Partitura da parte de harpa do tema da *Canção do Cavaca*. 1961. Disponível em: www.jobim.org/jobim/bitstream/handle/2010/3939/pluft%20cavaca%2002-2.jpg?sequence=81. Acesso em 05/09/2021.
- MAYR, Desirée. Grundgestalt como concepção composicional. Simpósio Nacional De Pós-Graduandos em Música, 4. Rio de Janeiro. *Anais...* Rio de Janeiro: UNIRIO, 2016.
- MESQUITA, Gabriel. *A acústica da influência: uma recomposição da intertextualidade na música*. Rio de Janeiro, 2018. Dissertação (Mestrado em Música) - Programa de Pós-Graduação em Música, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.
- MICCOLIS, Ana. *Ipásia Opus 1* – Partitura para flauta e harpa, 2021. Disponível em https://drive.google.com/drive/folders/1FAUhaMyXqTw3Aht_hako87oh5w4SaUVc?usp=sharing
- MORRIS, Robert. *Composition with Pitch-classes: A Theory of Compositional Design*. New Haven: Yale University Press, 1987.
- PERSICHETTI, Vincent. *Twentieth-Century Harmony: Creative Aspects and Practice*. New York: W.W. Norton, 1961.
- PITOMBEIRA, Liduino. *Compositional Systems: Overview and Applications*. *MusMat – Brazilian Journal of Music and Mathematics*. v.4, n.1, 2020, pp. 39-62.
- SCHOENBERG, Arnold. *Fundamentos da Composição Musical*. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2008.
- SCHOENBERG, Arnold. *Style and Idea: Selected Writings on Arnold Schoenberg*. Leonard Stein ed. Londres: Faber et Faber, 1984.
- TEMPERLEY, David. *The Cognition of Basic Musical Structures*. Cambridge: The MIT Press. 2001.

TOUSSAINT, Gottfried. *The Geometry of Musical Rhythm: What Makes a "Good" Rhythm Good?* Boca Raton: CRC Press, 2013.

***Orí Odára*: Investigação acerca dos Materiais Compositivos da Obra e a Dualidade entre Ritmos e Alturas.**

Luiz Felipe Stellfeld Monteiro
Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR)
monteiro1794@gmail.com

Resumo: O presente artigo visa apresentar, como trabalho auto etnográfico, os materiais escolhidos para a música *Orí Odára*, que se baseia na aplicação de princípios acústicos ao ritmo. Apesar de se tratar de uma peça ainda inacabada, o objetivo é mostrar formas de ampliar o papel atribuído ao ritmo como elemento básico de estrutura discursiva da música, de maneira a aproximar este parâmetro sonoro das alturas em questão de tratamento.

Palavras-chave: Autoetnografia. Composição. Ritmo. Durações.

***Orí Odára*: an Investigation on the Musical Materials of the Work and the Duality of Rhythm and Pitch**

Abstract: The article proposes to present, as an autoethnographic work, the musical materials chosen for the piece *Orí Odára*, which rely on the rhythmic usage of acoustical principles. Although it is an incomplete piece, the main objective of this article is to show other ways to see the role of rhythm in musical composition's structures, in order to approach the use of rhythms to the actual use of pitch.

Keywords: Autoethnography. Composition. Rhythm. Durations.

1. Introdução

A música ocidental se desenvolveu majoritariamente pelo uso de notas e escalas, fazendo com que as frequências (altas) fossem o principal parâmetro sonoro a basear a escuta e estruturação das obras musicais. Contudo, mesmo as altas frequências que baseiam a música desta tradição, percebidas como notas, são exatamente o mesmo fenômeno acústico dos ritmos, que nada mais são do que frequências baixas percebidas de outra forma. Em outras palavras, o limiar grave da audição (aproximadamente 20Hz) separa a maneira de perceber vibrações como notas e ritmos¹.

Perceber a relação das altas e baixas frequências não se trata de algo novo em termos acústicos, mas uma ideia que apenas começou a ser pensado musicalmente durante o século XX. Compositores consagrados como Henry Cowell e Karlheinz Stockhausen teorizaram e compuseram sobre a dualidade entre ritmos e alturas entre os anos 30 e 60 do século passado. Recentemente, trabalhos como a tese de Júlio Herrlein sobre a Teoria dos Conjuntos Rítmicos são exemplos de trabalhos que se afastam da dualidade do fenômeno físico entre ritmos e alturas em si, mas que também direcionam para uma maior importância do ritmo para a elaboração formal e material das peças.

¹ Ver TEPFER, (2012).

A peça *Orí Odára*, objeto de breve apreciação, utiliza as referências traçadas pelos autores mencionados, em especial Stockhausen e Cowell de maneira variada para a obtenção de seus materiais composicionais. Da mesma forma, as escolhas dos materiais influem diretamente no planejamento formal da peça, vez que todas as durações nela contida provém do mesmo algoritmo que as próprias notas utilizadas na peça.

O desenvolvimento de uma composição musical que trate o componente das alturas de forma similar às durações é motivado não apenas pela exploração composicional e auditiva de abstrações referente ao isomorfismo entre os dois parâmetros sonoros. Pretende-se explorar também ferramentas composicionais que permitam a inserção de elementos musicais e ideias extramusicais não pertencentes à prática comum ocidental. De qualquer forma, a maneira como tais ideias aparecem em *Orí Odára* não fazem parte deste estudo, apenas a demonstração de como seus materiais foram concebidos

2. Referencial teórico

Os principais referenciais teóricos utilizados para a abstração das técnicas utilizadas são os textos *New Music Resources* de Henry Cowell (COWELL, 1996) e *How Time Passes By* de Karlheinz Stockhausen (STOCKHAUSEN, 1959). Ambos os compositores tomam a série harmônica como a base de suas próprias técnicas e práticas, contudo de forma bem diferente um do outro. Entretanto, antes de relacionar a série harmônica aos ritmos, faz-se necessário esclarecer como ritmos e notas podem ser interpretados como um fenômeno isomórfico.

Se uma nota como o Lá 3 (440Hz) for tomada de exemplo, ela nada mais é do que uma onda mecânica que demora $1/440$ segundos para completar seu ciclo completo. Contudo, o ouvido humano não é capaz de perceber apenas um ciclo desta onda, já que $1/440$ segundos é uma duração muito ínfima. Assim, esta onda sonora deve permanecer vibrando por mais tempo, a fim de que possa ser percebida.

No entanto, se esta nota for sustentada por mais tempo, por uma duração de um segundo, por exemplo, o que se percebe auditivamente não é o segundo dividido em 440 partes, mas sim um contínuo em forma de nota musical executada por um instrumento. Ao contrário, se uma vibração de um segundo, 60bpm/1Hz, for repetida, o que se percebe são vários pulsos isolados, como ocorre em um metrônomo. Entre a percepção de pulsos isolados e um som contínuo existem frequências de transição, na faixa de 20 Hz.

Deste fato duas conclusões são possíveis: o fenômeno que percebemos como ritmos e durações é exatamente o mesmo que nos faz perceber notas, assim como essencialmente um metrônomo faz a mesma coisa que um instrumento musical numa tessitura muito mais “grave”; o que um instrumento faz ao tocar uma nota é, segundo Stockhausen (STOCKHAUSEN, 1959), dar forma a proporções de tempo, já que as

durações da alta frequência da nota são carregadas durante a duração de execução da nota. Com este ponto esclarecido, convém abordar as relações de ritmos e série harmônica encontradas por Cowell e Stockhausen.

Henry Cowell em 1930 em seu *New Music Resources* (COWELL, 1996) observa como a série harmônica poderia ser reproduzida de forma rítmica, a partir do uso de quiálteras, uma vez que a série é resultado da subdivisão de uma frequência em números inteiros. Em outras palavras, se um som fosse desacelerado até a faixa inferior a 20Hz, o que se escutava antes como harmônicos será escutado como uma textura polirrítmica de várias quiálteras.

A partir dessa observação, o músico sugeriu no seu trabalho teórico formas de notação temporal que representassem parciais harmônicos da duração de uma semibreve, de forma que fosse possível notar sem o uso de quiálteras subdivisões rítmicas diferentes daquelas utilizadas em compassos simples e compostos. Assim, seria possível reproduzir de maneira simples as mesmas relações observáveis na série harmônica de notas nos ritmos.

Ainda assim, outras subdivisões e jogos de proporções poderiam ser deduzidos como “fundamental”, fazendo com que seja possível a relação de várias durações e seus respectivos “harmônicos”. Uma semínima a 60 bpm, por exemplo, seria o quarto harmônico de uma semibreve com duração de 4 segundos. Desta semibreve, outras durações formariam a sua “série harmônica”, dividindo a sua duração de 4 segundos em cinco, seis, sete e tantas inúmeras partes.

Boa parte daquilo retratado por Cowell em seu livro relativo às proposições rítmicas se relaciona com a possível reprodução de intervalos harmônicos no plano rítmico, por meio da polirritmia das vozes. O autor explica que os intervalos podem ser abstraídos da série harmônica e, portanto, de uma relação matemática entre as ondas sonoras que constituem o intervalo. Um intervalo de terça maior, por exemplo, é percebido na série harmônica nos harmônicos 4 e 5, desta forma, uma polirritmia de 4 contra 5 é uma transposição abaixo do limiar de 20Hz do intervalo.

O compositor até mesmo requereu a Leon Theremin a construção do Rythmicon, um instrumento capaz de reproduzir ritmicamente, ou seja, em baixas frequências, as relações presentes nas escalas diatônicas, agora polirrítmicas. Em composições, a obra *Rythmicana* para piano solo (1938) é um exemplo do uso das especulações rítmicas de Henry Cowell.

Por outro lado, Stockhausen em 1957 viria a abordar em seu texto o tema de forma a teorizar uma possível “tradução” de uma série de notas para suas respectivas durações no plano das frequências abaixo de 20Hz, ampliando as concepções do serialismo integral.

A primeira abordagem seria pegar uma unidade mínima em comum, uma semicolcheia, por exemplo, e ir adicionando a cada passo uma unidade. O que se resulta é o contrário da proposição de Cowell em que uma fundamental sofre subdivisões, uma unidade que é multiplicada. Em outros termos, o que se resulta é uma série harmônica

invertida, capaz de representar uma série dodecafônica ou mesmo uma série composta por outros valores nos n harmônicos dela derivados.

Em outro caso, as notas de uma série já determinada seriam transpostas inúmeras oitavas para baixo, até que os pulsos daquela nota pudessem ser percebidos individualmente, ou seja, como ritmo. O resultado é uma série de durações com relações numéricas parecidas com aquelas presentes na escala cromática, o que encontra dificuldade na execução precisa de intervalos com subdivisões complexas como o trítono (relação 32:45).

De forma parecida, Stockhausen propõe que a mesma relação matemática que constitui a escala cromática ($^{12}\sqrt{2}$) seja usada como base para multiplicar durações, de forma a estabelecer uma escala cromática rítmica. No texto, Stockhausen usa como exemplo a duração de um segundo (1Hz ou ainda 60 bpm) para determinar outras marcas metronômicas dentro da mesma relação cromática. Assim, uma escala que tivesse 60 bpm como base teria as seguintes marcas metronômicas: 60; 63,6; 67,4; 71,4; 75,6; 80,1; 89,9; 95,2; 100,9; 106, 6; 113,3; 120 bpm. As outras marcações metronômicas seriam apenas “oitavas” das marcações determinadas pela equação, assim como 120 bpm, o dobro de 60, é a “oitava” da frequência tomada como referência.

No fim de *How Time Passes By* (STOCKHAUSEN, 1959) o autor também sugere a construção de um instrumento capaz apenas de tocar precisamente durações individualizadas de acordo com sua nota correspondente em oitavas ou com a razão da escala cromática. Suas peças *Zeitmasse* (1955-56), *Gruppen für drei Orchester* (1955-57) e *Klavierstück XI* (1955) contém tais princípios aplicados.

Obviamente, as conclusões de ambos os compositores não se restringem apenas às durações relativas ao pulso e suas subdivisões, mas também à aspectos de métrica e outras construções temporais maiores. Mesmo frases, períodos e mesmo sessões das obras podem ser tratados de forma mais específica, conforme o material rítmico utilizado.

Na música *Orí Odára* os materiais composicionais têm na série harmônica sua principal fonte, assim como as obras de Cowell e Stockhausen que abordam a questão rítmica e de notas de forma paralela. Entretanto, o tratamento é levemente diferente daqueles propostos pelos autores citados. Em suma, a obra se baseia na multiplicação sucessiva de uma duração longa por harmônicos específicos, que vão determinar todos os materiais da peça, desde ritmos até as notas. Os detalhes do processo de extração dos materiais musicais desta peça serão abordados a seguir.

3. Extração dos materiais da peça *Orí Odára*.

A peça *Orí Odára* para piano solo, conforme dito anteriormente, deriva seus materiais a partir da aplicação no domínio rítmico dos princípios acústicos encontrados na série harmônica. De qualquer forma, a maneira como as relações entre os materiais é alcançada difere daquelas proferidas por Henry Cowell e Karlheinz Stockhausen.

Na peça em questão, a duração de total prevista para a obra, 8 minutos, é tomada como fundamental de uma série harmônica hipotética. Os materiais composicionais são derivados a partir da divisão constante desta frequência “fundamental” pelos conjuntos de numerais 3, 6, 12, 15 (conjunto α) e 6, 8, 10, 11 e 14 (conjunto β) e 16^2 . Estes numerais atuam como harmônicos da fundamental 8 minutos e também como harmônicos das divisões prévias.

Ao se adentrar nas frequências correspondentes à tessitura da vibração das cordas do piano, optou-se pela manutenção da afinação no sistema temperado padrão do piano. O mesmo tipo de adaptação ocorre com resultados aproximados entre as multiplicações de numerais diferentes que porventura são tratados como um resultado único.

Todos os materiais composicionais, sejam as durações de sessões, períodos, frases, compassos, pulsos, ataques individuais, até as notas estão compreendidos na divisão da fundamental 8 minutos pelos numerais dos dois conjuntos. As durações não compreendidas nesta tabela são derivadas da divisão ou multiplicação dos resultados dela. Assim, a duração de 10 segundos, por exemplo, pode ser alcançada dentro destes limites tanto pela divisão de $30''^3$ pelo numeral 3, contido no conjunto α , quanto pela multiplicação do mesmo numeral por 3,33...”, resultado proveniente da divisão sucessiva da fundamental pelo numeral 12.

Outro detalhe com relação à derivação e uso dos materiais recai nos conjuntos denominados α e β . Eles vão determinar a “harmonia” possível dentro de cada sessão da música, a partir de um determinado conjunto de regras.

O conjunto α será exclusivo na primeira parte da música junto com a divisão em 16, até 150” do início. Desta forma, apenas os materiais advindos da divisão de 3, 6, 12 e 15 e as derivações dos resultados divididos por este conjunto aparecem nesta sessão da música. A aparição de qualquer elemento de β é posteriormente resolvido por qualquer relação advinda dos números de α .

A partir de 150” do início até 300”, na segunda sessão da música, os resultados de ambos os conjuntos, α , β e o numeral 16, junto com suas derivações podem ser utilizados. Nenhuma forma de resolução é necessária durante esta sessão da música.

Por fim, os últimos 180”, de 300” até 480”, o conjunto β (6, 8, 10, 11 e 14) e o número 16 são os fatores de divisão e multiplicação presentes na sessão, obedecendo a mesma forma de resolução de materiais previstas na primeira sessão.

Observa-se que os números 6 e 16 sempre aparecem na música como fatores de divisão possíveis; o primeiro o é por incidir nos dois conjuntos, α e β , já o segundo se manifesta como escolha arbitrária de subdivisão.

² Os valores das frequências de duração, rítmicas e das notas corrigidas para o sistema temperado encontram-se no tópico 5.

³ 8’ divididos por 16, ou seja, 30” como o 16º harmônico da fundamental 8’

Conclusões

Este artigo apresentou sucintamente a forma como os materiais da música *Orí Odára* foram extraídos e de que maneira todas as durações abstraídas são utilizadas no corpo da música de maneira a uniformizar, até certo ponto, o uso das notas e dos ritmos.

A abordagem de se interpretar o material sonoro como durações com formas de percepção distintas acima e abaixo do limiar dos 20Hz não é novidade. Como se sabe, o fenômeno sonoro já é abordado desta maneira e compositores como Cowell, Stockhausen e tantos outros já teorizaram e compuseram levando em conta esta abordagem. Contudo, o aspecto rítmico ainda continua sendo pouco utilizado na música ocidental como alicerce fundamental para a estruturação formal e material das obras.

Conclui-se também que este uso das durações de forma homogênea entre notas e ritmos pode ser abordado de muitas formas diferentes, contendo uma infinidade de possibilidades sonoras, diferente daquelas que se desenvolveram entre outros compositores. O protagonismo do ritmo também pode auxiliar construções musicais que dialoguem com aspectos musicais ou extramusicais não típicos da linguagem ocidental, mas presentes em outras manifestações culturais contidas em diferentes contextos.

Por fim, os elementos musicais de *Orí Odára* direcionam a compreensão do tempo, tanto na composição quanto na escuta, para outros patamares daqueles explorados pela prática comum da música, de tal maneira a explorar também as formas de discurso musical de maneira diversa.

Referências

- COWELL, Henry. *New Musical Resources*. Cambridge: Press Syndicate of the University of Cambridge. 1996
- HERRLEIN, Júlio. *Das Alturas ao Ritmo: Teoria dos Conjuntos Rítmicos como Ferramenta Composicional*. Porto Alegre, 2018. Tese (Doutorado em Música). Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- STOCKHAUSEN, Karlheinz. How Time Passes By. *Die Reihe*, v.3, 1959, pp. 10–40.
- TEPFER, Dan. *Rythm/Pitch Duality: Hear Rythm become Pitch before your Ears*. Publicado em: 13/12/2012. Disponível em <https://dantepfer.com/blog/?p=277>. Acessado em 13/09/2021.

Apêndices: materiais da música *Orí Odára*.

Duração Base: 8 minutos (480 segundos).

Bases de multiplicação: α (3, 6, 12, 15) e β (6, 8, 10, 11, 14) e 16.

1. Tabela

A tabela apresentará em parêntesis o numeral pela qual a duração anterior será dividida seguida do resultado da operação. A primeira divisão de cada numeral específico sempre será realizada com relação à fundamental 8', a segunda divisão de cada numeral será feita a partir do resultado da primeira e assim sucessivamente. Nenhuma derivação será apresentada na tabela, apenas as divisões ocorridas sempre pelo mesmo numeral a partir da fundamental 8'. As durações aparecem em ordem decrescente.

1.1. Durações longas

8'=480"
 (3) 160"
 (6) 80"
 (8) 60"
 (3) 53,3..."
 (10) 48"
 (11) 43,633..."
 (12) 40"
 (14) 34,28"
 (15) 32"
 (16) 30"
 (3) 17,7..."
 (6) 13,3..."
 (8) 7,5"
 (3) 5,925"
 (10) 4,8"
 (11) 3,966"
 (12) 3,3..."
 (14) 2,44"
 (6) 2,2..."
 (15) 2,13"
 (3) 1,975" = 30 Bpm
 (16) 1,875" = 32 Bpm

1.2. Marcações de metrônomo

- (8) 64 Bpm
- (3) 91 Bpm
- (10) 125 Bpm
- (6) 162 Bpm
- (11) 166 Bpm
- (12) 216 Bpm
- (3) 273 Bpm
- (14) 343 Bpm
- (15) 421 Bpm

1.3. Transição rítmica

- (8, 16) 8,53...Hz // 512 Bpm
- (3) 13,66 Hz // 820 Bpm
- (6) 16,2 Hz // 972 Bpm

1.4. Alturas

- (10) 20,83...” Hz = E -1
- (11) 30,50 Hz = B -1
- (12) 43,2 Hz = F 0
- (3) 41,006 Hz = E 0
- (8) 68,26 Hz = C# 1
- (14) 80,0466 Hz = D# 1
- (6) 97,2 Hz = G 1
- (15) 105,46875 Hz = A 1
- (3) 123,01875 Hz = B 1
- (16) 136,53...Hz = C# 2
- (10) 208, 3...” Hz = G# 2
- (11) 335,582 Hz = E 3
- (3) 369,05625 Hz = F# 3
- (12) 518,4113 Hz = C 4
- (8) 546, 13... Hz = C# 4
- (6) 583,2 Hz = D 4
- (3) 1107,16875 Hz = C# 5
- (14) 1120,6334 Hz = C# 5
- (15) 1582,03125 Hz = G 5
- (10) 2083,3... Hz = C 6
- (3) 3321,50625 Hz = G# 6
- (6) 3499,2 Hz = A 6

(11) $3691,506 = A\# 6$

(8) $4369,0666 \text{ Hz} = C\# 7$

(12) $6220,8 \text{ Hz} = G 7$

Uma proposta de tridimensionalidade aos pontos de distorção no contexto da teoria do domínio sonoro

André Codeço dos Santos

Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

andrecodeco@gmail.com

Resumo: O presente artigo tem por objetivo revelar uma possibilidade de modelagem matemática que empregue a tridimensionalidade aos *pontos de distorção*. Tal conceito integra uma série de modelos matemáticos analíticos que, juntos, corporificam a Teoria do Domínio Sonoro (CODEÇO, 2019) em sua frente analítica. Desde que foi formulada, tal teoria não apresentou arcabouços matemáticos a fim de conferir tridimensionalidade dos pontos de distorção. Através do cruzamento de dados já previstos pela teoria e construções geométricas específicas, foi possível apresentar uma proposta de resolução para a questão.

Palavras-chave: Teoria do domínio sonoro. Pontos de distorção. Análise musical. Música e matemática.

A Proposal of Three-Dimensionality to Points of Distortion in the Context of Sonic Domain Theory

Abstract: This article aims to reveal a possibility of mathematical modeling that employs three-dimensionality to the *points of distortion*. This concept integrates a series of analytical mathematical models that, together, embody the Sonic Domain Theory (CODEÇO, 2019) in its analytical front. Since it was formulated, the theory has not presented mathematical frameworks in order to provide three-dimensionality of the points of distortion. Through crossing data already foreseen by the theory and specific geometric constructions, it was possible to present a proposal for a resolution to that question.

Keywords: Sonic domain theory. Points of distortion. Musical Analysis. Mathematics and music.

1. Introdução e conceitos preliminares

A Teoria do Domínio Sonoro (CODEÇO, 2019) (doravante TDS) é um recém estruturado campo de pesquisa ligado tanto a análise quanto a composição musical, e que é formalizado a partir diversos mecanismos analíticos matematicamente modelados, bem como a partir da concepção de Smolin (2013) acerca do tempo. No que diz respeito ao presente artigo, faremos uso de um gráfico específico da TDS chamado *interação linear* e dos conceitos de PEC (potencial expressivo compositivo) e perturbação do espaço sonoro.

No âmbito da TDS, o PEC¹ é um material musical constituído a partir da confluência de três parâmetros: altura, duração e dinâmica. Cada parâmetro é registrado no formato vetorial estipulando-se que: as alturas são simbolizadas pelos elementos $p_1, p_2, p_3 \dots p_n$; as durações pelos elementos $t_1, t_2, t_3 \dots t_n$, e; as dinâmicas são

¹ O termo PEC é proposto, originalmente, por HALAC (2013). Na estruturação da TDS (CODEÇO, 2019) o termo é ampliado e definido conceitualmente e matematicamente. A esta última qualidade, quer se dizer que o PEC é notado matricialmente.

representadas pelos elementos $d_1, d_2, d_3 \dots d_n^2$. Ao agrupar os parâmetros, uma matriz $A_3 \times n$ é revelada.

$$A = \begin{bmatrix} p \\ t \\ d \end{bmatrix} = \text{PEC} \text{ ou } A^t = [p \ t \ d] = \text{PEC}$$

Cada elemento é alocado em uma linha da matriz e as colunas revelam os vetores que formam a matriz PEC (Figura 1).

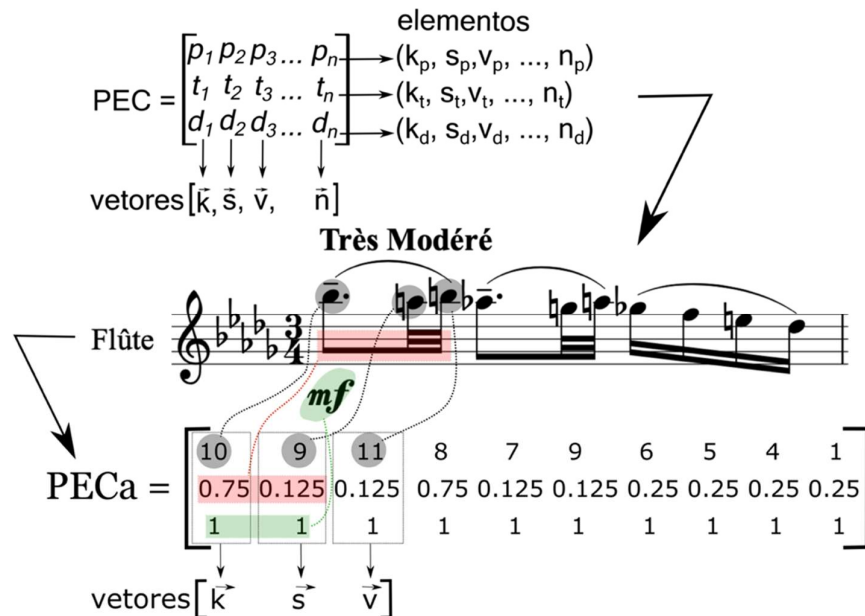


Figura 1: Trecho de *Syrinx*, de Debussy, descrito como PECa. Acima, a descrição matricial do PEC. Na sequência, as notas dentro dos círculos pretos são representadas como classes de altura, as durações dentro do retângulo rosa são representadas por relações de equivalência e, por fim, a dinâmica, na elipse verde, é representada por relação de equivalência. Os retângulos pontilhados revelam os vetores $\vec{k}, \vec{s}, \vec{v}$.

A componente altura se baseia na consagrada notação com inteiros (FORTE, 1973) e a notação da componente temporal é dada em segundos, ou seja, a quantidade de tempo gasta em cada evento tendo o segundo (s) como unidade de medição. Já a componente dinâmica é descrita a partir de uma tabela específica³. Em relação ao conceito de perturbação, dizemos toda realização musical é constituída por

² Onde p é a abreviação para *pitch*, t é a abreviação para *time* e d é a abreviação para *dynamics*.

³ No âmbito da TDS, é considerado o p -space (MORRIS, 1987) no que diz respeito a componente altura. No caso da componente temporal, adota-se que a unidade tempo do trecho em questão valerá 1 segundo e daí afluem todas as proporções. Já em relação a componente dinâmica, foi criada uma tabela específica. Para ter acesso a esta tabela e mais informações a respeito dos fundamentos da notação matricial do PEC, ver Codeço, 2019.

perturbações ou pela falta delas, porque, na verdade, são realizações que estão operando em tempo bem definido, real e subjugado ao espaço musical⁴.

Nesse sentido, as perturbações representam as variações temporais do espaço metrificado pelos eventos, ou seja, de forma mais clara e resumida, as perturbações são mudanças de velocidade entre os PECs envolvidos. Portanto, a quantidade de perturbação sofrida pela superfície está ligada à dissemelhança das temporalidades dos PECs (Figura 2).

The image displays two musical excerpts. The upper excerpt is from Bach's 'Prelúdio II', marked 'Mäßig (ca. 60)' and 'mit Dämpfer', featuring dynamics like 'ppp', 'fp', and 'ppp'. The lower excerpt is from Webern's 'Op. 11', marked 'Allegro vivace. (♩ = 144)', featuring a dynamic of 'f'. A vertical double-headed arrow on the right, labeled 'Grau de Perturbação', indicates a scale from '+' (top) to '-' (bottom), representing the degree of perturbation.

Figura 2: Exemplo de graus de perturbação considerando apenas durações. No excerto de baixo, o Prelúdio II, de Bach, como exemplo de superfície pouco perturbada por conta da semelhança entre as durações. No excerto da direita, *Op. 11*, de Webern, com maior grau de perturbação por conta da dissemelhança entre as durações.

A perturbação é um conceito que está ligado diretamente ao tempo, ou melhor, à variação do espaço em função do tempo. Assim, o que a perturbação revela, em primeira instância, é o quanto a espacialidade de um dado parâmetro variou em função do tempo quando comparado com outro evento. Os níveis de perturbação, portanto, revelam o quão similar uma porção da superfície é em relação a outra.

Nesse sentido, a interação linear é uma realização gráfica que visa expor, separadamente, os índices de perturbação de cada componente natural ao PEC. A Figura 3 mostra a extração do componente temporal de um trecho de *Syrinx*, de Debussy, evidenciando as mudanças em cada configuração rítmica. A cada mudança de configuração rítmica, há uma mudança nas retas. A essas mudanças damos o nome de índice de perturbação. Os índices de perturbação nada mais são do que o exato

⁴ Em outras palavras, é que quer dizer XENAKIS (1990) com o conceito *dentro do tempo*, isto é, eventos ordenados no tempo e com relação de causalidade.

instante onde ocorreu uma mudança rítmica ou, em termos matemáticos, onde ocorre uma variação de velocidade (isto é, a razão entre espaço percorrido e tempo utilizado).

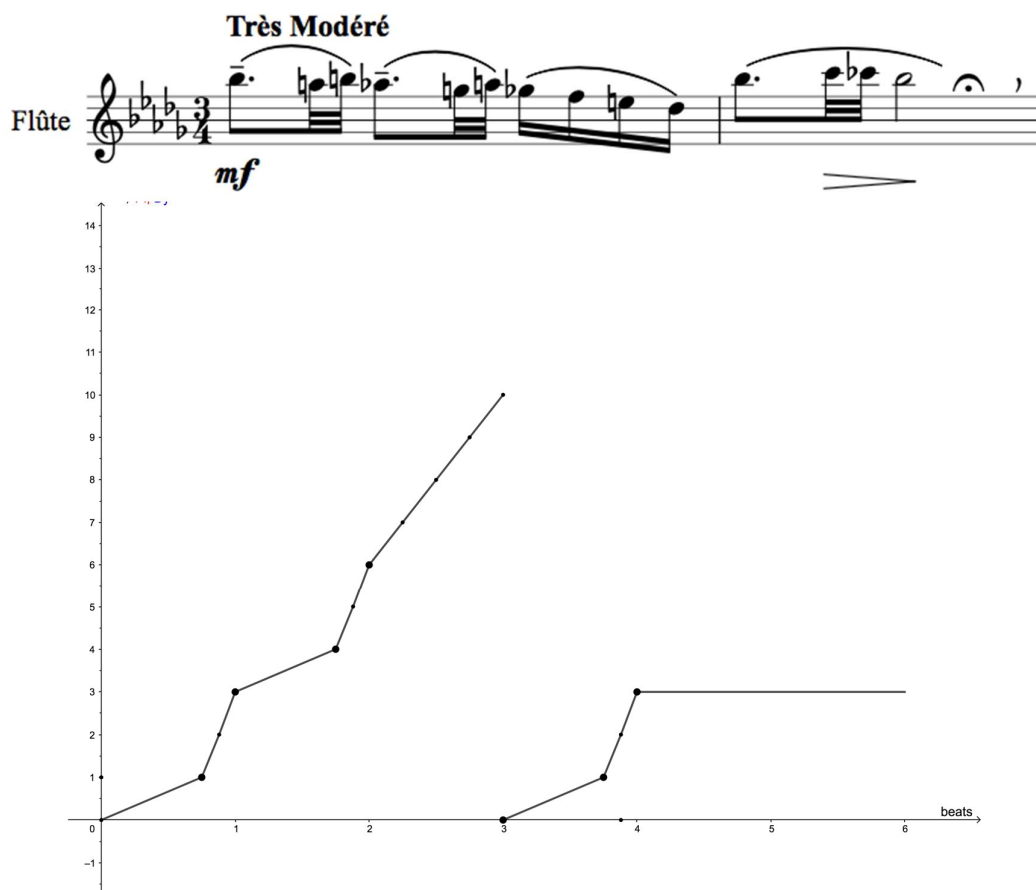


Figura 3: Gráfico Interação Linear apresentando o componente temporal nos primeiros 2 compassos de *Syrinx*, de Debussy. Existem 7 índices de perturbação expostos e não há pausas. Concepção original do presente autor

2. Pontos de distorção (densidade dinâmica)

A *densidade dinâmica* é um valor numérico, obtido através de um modelo matemático (no âmbito da TDS, um dos modelos matemáticos subsidiários) e decorre da leitura vertical dos eventos, relacionando as alturas e dinâmicas envolvidas. Isto é, são os pontos no tempo em que ocorrem superposição de alturas (acordes, massas sonoras). Nesse modelo específico, a verticalidade representa o congelamento do fluxo temporal levando em conta o produto das relações entre alturas e dinâmicas.

Para viabilizar o modelo matemático, atribuímos às alturas qualidades de massa e volume. A *massa sonora* (no contexto da TDS) ou a densidade número (Berry, 1976), está relacionada com “o aspecto quantitativo [da textura e] diz respeito à quantidade de componentes soando simultaneamente ou sobrepostos” (Alves, 2015, p. 2). Isto é, a massa sonora é a densidade-número descrita por Berry (1976) que, por sua

vez, “é simplesmente o número absoluto de componentes sonoros presentes na trama em um determinado momento”, pontua Pauxy Gentil-Nunes (2009, p. 18). No caso desse modelo matemático, a nomenclatura adotada à massa sonora será densidade número (d_n) relacionando a quantidade de notas como unidade de medida.

Comumente, a grandeza escalar “volume” está associada a unidade metro e é exposta em três dimensões. No âmbito da TDS, essa grandeza é entendida como *volume sonoro* e a ela é atribuída a nomenclatura âmbito intervalar⁵ (a_i), relacionando intervalos de semitom como unidade de medida unidimensional. Ou seja, o âmbito intervalar (o volume sonoro) representa o número de semitons compreendidos no intervalo.

Em Física, a razão entre massa e volume quantifica a densidade de dado um corpo. Partimos dessa relação para propor o que chamamos de densidade dinâmica. Em música, a razão d_n/a_i^{ϕ} , ou seja, a razão entre o que chamamos de massa sonora e volume sonoro, consiste no que Berry (1976) conceituou como densidade-compressão⁷, ou seja, é a razão entre a densidade-número e o âmbito intervalar, que é a distância, em semitons, da nota mais grave para a nota mais aguda. Essa relação, segundo Berry, revela o aspecto qualitativo [da textura que] é constituído pelas interações, inter-relações, projeções relativas e conteúdo das linhas componentes ou outros fatores sonoros, como, por exemplo, o modo de produção sonora.

Para além da discussão sobre os aspectos qualitativos e quantitativos da textura, o conceito de densidade dinâmica está mais conectado com a deformação que ocorre na superfície do espaço do que com a descrição das próprias relações texturais⁸. Se as realizações musicais que se dão na superfície produzem textura, algumas dessas configurações texturais podem distorcer a superfície a partir da razão entre massa e volume, ou seja, a partir da razão entre densidade número e âmbito intervalar (ou, pela densidade compressão). Pois o termo “densidade”, empregado por Berry, está ligado ao campo da Física e, comumente, a razão entre massa e volume, a própria densidade, está ligada a distorção ou dilatação⁹.

⁵ Termo cunhado por Wallace Berry (1976) e amplamente aceito na comunidade científica.

⁶ Podemos apresentar razão d_n/a_i como m_s/v_s , uma vez que m_s = massa sonora = d_n e v_s = volume sonoro = a_i . A razão d_n/a_i é uma forma mais aceitável de apresentar a razão m_s/v_s por utilizar nomenclaturas consagradas no ambiente acadêmico musical. Ambas representam a mesma informação, no entanto, m_s/v_s é mais genérico à outras áreas.

⁷ Existem diversos diálogos com a proposita de Berry (1976) acerca da textura. Nosso intuito na atual fase da presente pesquisa, não é a discussão sobre textura em si, apesar de ser uma das naturais consequências de toda proposta teórica aqui revela. Ainda assim, deixamos os seguintes trabalhos em português como referência na discussão sobre textural musical envolvendo a abordagem de Berry: Gentil-Nunes (2009), Guigue (2011), Oliveira (1998), Santos (2012) e Lucas (1995).

⁸ Um mecanismo dedicado exclusivamente à textura musical, chamado *Função Textura*, foi desenvolvido na pesquisa na qual este artigo se insere. Para mais informações, ver Codeço, 2019.

⁹ A densidade está ligada á várias subcampos da área da Física: na ótica, na mecânica de fluidos, na ondulatória, cosmologia dentre outros. Contudo, um conceito de densidade, ligado à cosmologia reflete

Contudo, além da densidade número e do âmbito intervalar, elencamos a *dinâmica* como fator preponderante na distorção da superfície. Pois, se dois trechos musicais, com a mesma quantidade de notas (a mesma densidade número) a mesma quantidade de semitons e, portanto, o mesmo valor para razão d_n/a_i (a mesma densidade compressão), são executados com amplitudes (ou dinâmicas diferentes), a força produzida também será diferente entre eles.

Por isso, a razão d_n/a_i , revela parte da informação acerca da qualidade textural. Essa informação é enriquecida, em termos de capacidade de distorção da superfície, quando à razão d_n/a_i é acrescentado o fator dinâmica. Assim, propomos a seguinte formulação matemática (Equação 1):

$$\frac{dn}{ai} \mu i = Dd$$

Equação 1: Equação que descreve a Densidade Dinâmica. Concepção original do presente autor.

O símbolo “ μi ” é denominado coeficiente de intensidade e advém de uma escala de valoração (Tabela 1) que toma como referência os valores dos protocolos MIDI para medição da intensidade das notas. A intensidade de um som qualquer em linguagem MIDI está distribuída entre o conjunto de valores numéricos $I = [0, 127]$ ¹⁰. Isto é, 0 é o silêncio ou a amplitude nula e 127 é a maior amplitude atingida. Dividimos essa faixa numérica por 8 possibilidades de indicação dinâmica e criamos uma escala de valoração para o coeficiente dinâmica e para cada indicação surge uma faixa de valoração.

Compreendemos que é um grande esforço abstrair uma informação tão complexa quanto o valor da intensidade de um som num certo recorte de tempo. A variação dentro da própria faixa de valoração é algo tão subjetivo, até mesmo na linguagem MIDI, que a princípio, um valor fechado para cada configuração é, na verdade, um afastamento dos movimentos que ocorrem na superfície abstrata. Contudo, estamos interessados numa relação de proporção entre as diferentes indicações dinâmicas. Por isso, considerando que uma modelagem matemática em si é uma abstração e que a divisão de $127/8$ revelará uma escala de valoração baseada em proporção, o coeficiente dinâmico cumpre, no mínimo parcialmente, o papel que pretende desempenhar, isto é, de acrescentar a razão d_n/a_i informação a respeito da dinâmica que contribuirá na distorção da superfície. Desta maneira, o maior valor de cada indicação dinâmica é aplicado na fórmula descrita anteriormente.

bem o que queremos dizer por densidade. A densidade crítica é “a densidade de matéria que irá justamente interromper a expansão do universo. A linha de divisão entre um universo em colapso e um universo que sempre se expande” (MOURÃO, 2005, p. 331).

¹⁰ O MIDI transforma informações, no caso referente a nota tocada, em valores numéricos. O MIDI 1.0, linguagem de 7 bit, limita cada mensagem a 128 caracteres. Por isso, o intervalo de valores numéricos utilizado é de 0 – 127.

A partir do conhecimento destes valores e conhecido o da densidade dinâmica, é proposto o conceito de *Ponto de Distorção* (doravante PD), que é o valor de densidade dinâmica plotado em um eixo z , no caso do grafismo em três dimensões e no eixo y , no caso do grafismo bidimensional. Neste sentido, os pontos de distorção são responsáveis pela tridimensionalidade da superfície.

Tabela 1: Escala de valoração para (μ).

<i>Indicação dinâmica</i>	<i>Faixa de valoração</i>	<i>Valor fixado</i>
<i>ppp</i>	<i>0.0 – 15.8</i>	<i>15.8</i>
<i>pp</i>	<i>15.8 – 31.7</i>	<i>31.7</i>
<i>p</i>	<i>31.7 – 47.6</i>	<i>47.6</i>
<i>mp</i>	<i>47.6 – 63.5</i>	<i>63.5</i>
<i>mf</i>	<i>63.5 – 77.3</i>	<i>77.3</i>
<i>f</i>	<i>77.3 – 92.2</i>	<i>92.2</i>
<i>ff</i>	<i>92.2 – 111.1</i>	<i>111.1</i>
<i>fff</i>	<i>111.1 - 127</i>	<i>127</i>

O gráfico bidimensional revela duas informações importantes acerca dos pontos de distorção: qual é o seu valor e quanto tempo ele durou. Essas informações permitem a comparação entre pontos de distorção e, também, observar o quanto de perturbação existem entre eles. Ou seja, o gráfico revela a quantidade de distorção, a duração da distorção e a possível perturbação entre as distorções (Figura 4).

No gráfico da esquerda (Figura 4), está exposta a relação entre as perturbações das distorções. As mudanças de inclinação das linhas pretas revelam que a duração de cada distorção é diferente, com exceção da passagem do PD_3 para o PD_4 , pois ocorre a interrupção da massa sonora para um uníssono (o que também pode ser entendido como vários pontos de distorção). Teremos quatro índices de perturbação: o primeiro em PD_2 ; o segundo em PD_3 ; o terceiro em PD_5 ; o quarto em PD_6 .

No gráfico da direita, está exposta a relação espaço comprimido/tempo. Estamos quantificando a densidade dinâmica em função de sua duração. Desta maneira, a área em cor azul (45.32 unidades de medida) simboliza não a maior distorção do trecho, mas o maior nível onde a relação espaço comprimido em função do tempo alcançou. A área revelada é justamente a quantização dessa complexa relação. Em outras palavras, as áreas expostas revelam a quantidade de tempo gasto num dado espaço comprimido.

Pelo gráfico da Figura 4, vemos que não são os maiores níveis de densidade dinâmica que necessariamente revelarão a maior distorção da superfície, mas sim, o quanto de tempo essa compressão do espaço durou. A área de cor rosa (32.85) apresenta o maior ponto de distorção e é menor do que a área de cor azul (45.32), onde está presente o menor ponto de distorção.

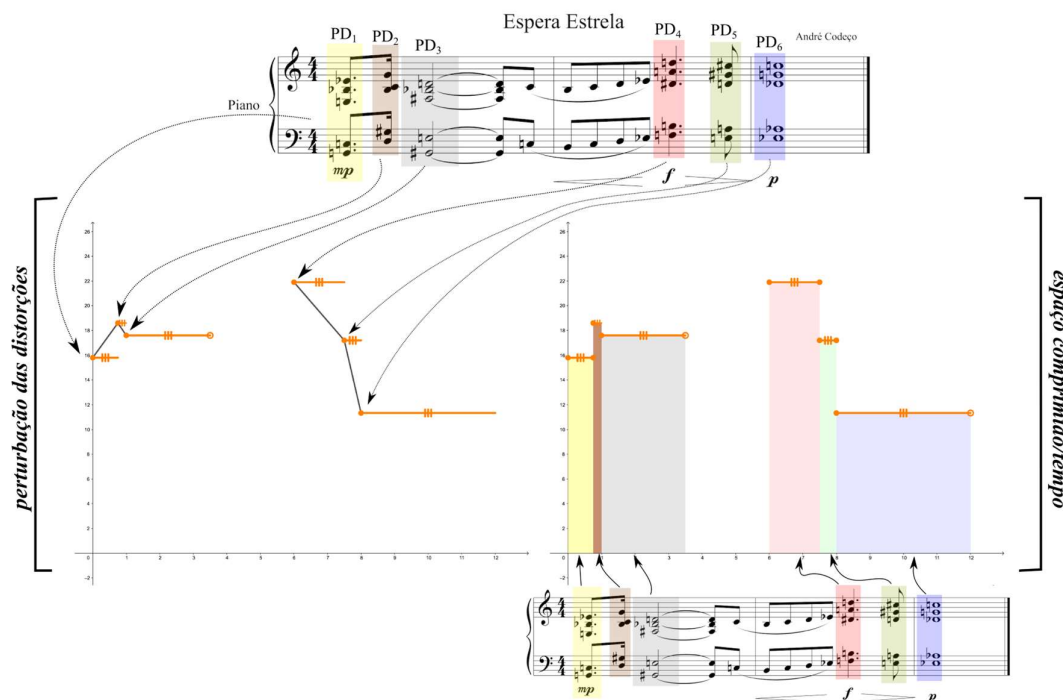


Figura 4: Representação gráfica dos pontos de distorção em duas dimensões. No primeiro gráfico, observa-se a perturbação das distorções através das mudanças de inclinação das linhas pretas. No segundo gráfico, observamos a variação de área a partir da relação espaço comprimido/tempo.

3. Uma proposta para a tridimensionalidade dos pontos de distorção

A informação contida no parágrafo anterior foi a motivação para proposta que se segue. Isto é, o quanto tempo um ponto de distorção dura é uma informação mais relevante do que quanto espaço ele comprime. Pode parecer lógico, mas há uma grande relevância quando aplicamos todas as informações num gráfico tridimensional.

Consideremos, portanto, um gráfico em três dimensões plotado da seguinte maneira seguinte: no eixo x exporemos o tempo (em s); no eixo y os PDs entendidos como eventos (assim como eram concebidos como eventos os elementos da componente temporal na interação linear); no eixo z a Dd . A partir da equação do cone, em três dimensões, podemos facilmente executar esse gráfico. No entanto, a chave para essa concepção é entender que o raio do cone é exatamente a metade do tempo que durou o PD. Com essa informação podemos plotar o gráfico apresentado na Figura 5.

Utilizando o primeiro compasso do mesmo exemplo musical empregado na Figura 4 (o trecho de *Espera Estrela*, de Codeço), vemos que as linhas pontilhadas no gráfico do meio delimitam o diâmetro da base do cone (isto é, o quanto tempo dura o PD) e não o caminho percorrido pela semirreta que liga os PDs. Matematicamente, podemos escrever a semirreta em formato vetorial e, assim, extrair um vetor. Depois, podemos verificar a norma deste vetor e esse será a quantidade de caminho percorrido pela semirreta. Esse valor será diferente do diâmetro da base do cone.

Em termos matemáticos:

$$\frac{yPDf - yPDi}{2} = C_{b(\text{cone})};$$

$$h = (dn/\alpha i)\mu i;$$

$$r = tpd1/2.$$

Em outras palavras, o centro da base do cone é o ponto médio da semirreta $\overrightarrow{PD_1PD_2}$, o diâmetro da base será sua duração e sua altura será o resultado da razão $(dn/\alpha i)\mu i$ (plotado no eixo z).

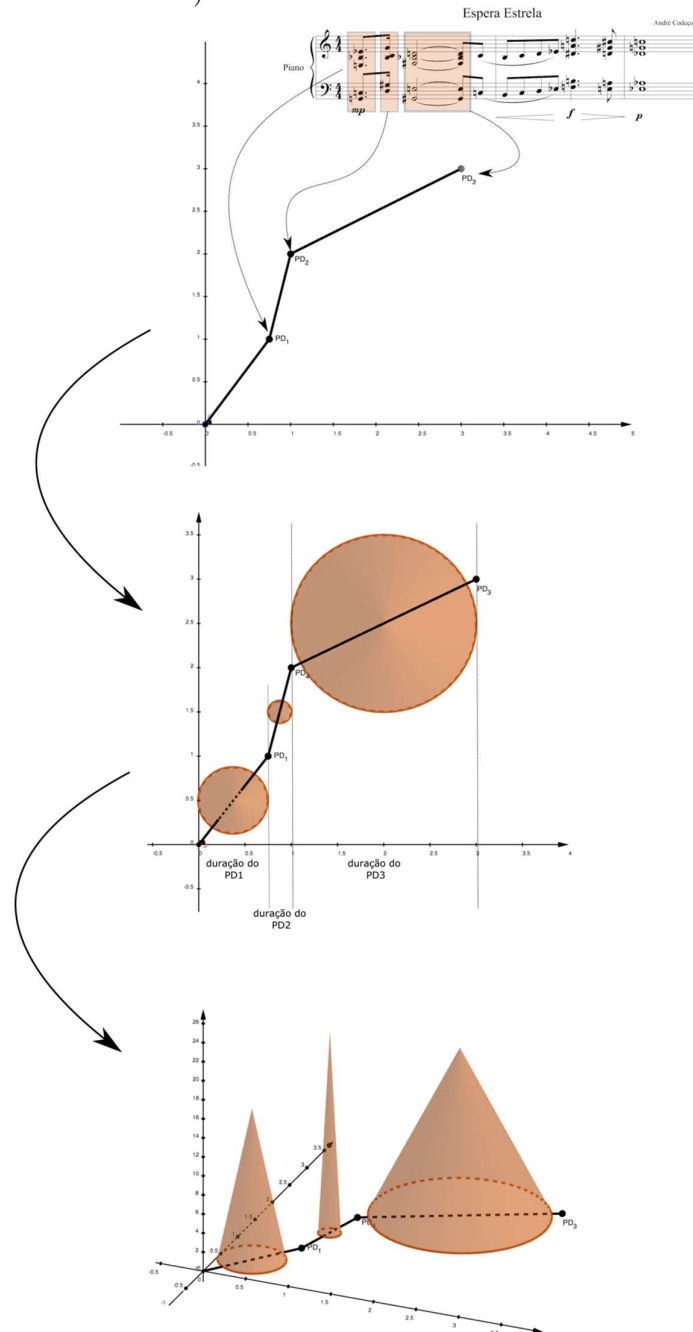


Figura 5: Representação gráfica tridimensional de PD_1 , PD_2 e PD_3 . Os gráficos estão em progressão: primeiro e segundo em 2 dimensões e, finalmente, o terceiro em 3 dimensões.

Conclusões

Em primeiro lugar, verificamos que a aplicação da figura do cone, a princípio, é satisfatória na solução do problema da tridimensionalidade gráfica dos PDs. Pois a proposta de visualização em três dimensões dos PDs revela o que já estava previsto, ou seja, que não são as durações dos PDs que conferem mais peso aos mesmos. Mas, uma combinação entre a razão $(dn/ai)\mu_i$. Esse entendimento abre novas portas ao presente trabalho, pois a partir dele, uma quantidade de novas possibilidades em direção a tridimensionalidade conceitualmente formulada pela TDS pode ser proposta.

No entanto, e em segundo lugar, a manipulação computacional ainda é uma barreira. Pois para leigos em matemática será extremamente difícil realizar os cálculos necessários. Assim, concluímos que a falta de aplicativos composicionais dedicados a TDS compromete a aplicabilidade da ferramenta analítica em questão. Os próximos passos são, portanto, a aplicação do mecanismo tridimensional em novas análises e o desenvolvimento de um aplicativo composicional.

Referências

- BERRY, Wallace. *Structural Functions in Music*. New York: Dover, 1976.
- CODEÇO, André. *A Teoria do Domínio Sonoro*. Tese (Doutorado em Música). Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2019.
- FORTE, Allen. *The Structure of Atonal Music*. New Haven: Yale University Press, 1973.
- GENTIL-NUNES, Pauxy. *Análise particional: uma mediação entre composição musical e a teoria das partições*. Rio de Janeiro. Tese (Doutorado em Música). UNIRIO, Rio de Janeiro, 2009.
- HALAC, Jose. *Pensamiento sincrético*. Disponível em: <http://www.josehalac.com.ar/research.html>. Acesso em: 14/12/14.
- MORRIS, Robert. *Composition with Pitch-Classes: A Theory of Compositional Design*. New Haven: Yale University Press, 1987.
- MOURÃO, Ronaldo. *Explicando a Teoria da Reatividade*. Rio de Janeiro: Ediouro, 2005.
- SMOLIN, Lee. *Time Reborn*. New York: Houghton Mifflin Harcourt Publishing Company, 2013.
- XENAKIS, Iannis. *Formalized Music*. Bloomington, Indiana University Press, 1990

An Intervallic Approach to Tone Rows: *SerialGen*, a Twelve-Tone Row Generator

Marco Feitosa
marco.feitosa@yahoo.com

Raphael Sousa Santos
contact@raphaelss.com

Luan Simões Cardoso
luansimoes0@gmail.com

Abstract: In this paper, we propose an intervallic approach to tone rows, making use of mathematical concepts from the theory of partitions and original musical ones, also presenting a new software called *SerialGen*, which generates tone rows and row classes based on interval compositions. At the end, we present preliminary results in dialogue with important works in the specific area, which address group theory and twelve-tone music.

Keywords: Post-Tonal Theory. Serialism. Twelve-Tone Music. Theory of Partitions. SerialGen.

1. Introduction

Serial music or, more specifically, dodecaphonic serialism plays an important role in twentieth-century music. Developed by Arnold Schoenberg (1874-1951) from early 1920s onwards, the method of composing with twelve tones is a compositional procedure based on his theory of “the emancipation of the dissonance” (SCHOENEBERG, 1950 and 1969), where dissonances are considered merely more remote consonances in the series of overtones, so that it does not aim at the establishment of a tonality (yet does not exclude it entirely), deriving a total musical structure from a complex of pitch classes not functionally differentiated.

The basis of the twelve-tone technique is what Schoenberg used to refer as the *basic set* (BS) and today is often called a *tone row* or *series*,¹ which consists of an ordered arrangement or succession, i.e., a permutation without repetition of the twelve pitch classes from the equal-tempered chromatic scale to be used as basic (structural) material in a musical composition.

As a general rule, the pitch classes within a tone row must be used according to their fixed order. Roughly speaking, one cannot be repeated until all others are played. In turn, a tone row may be combined with its various transformations which include the transpositions of its *original* or *prime form* (denoted *O* or *P*)² and its derivatives — *inversion* (*I*), *retrograde* (*R*) and *retrograde inversion* (*RI*). As Schoenberg points out, all of these possibilities may appear in a wide variety of ways within a composition:

¹ Other names are *pitch row*, *note row*, or simply *row*, also (*ordered*) *set*, *sequence*, and so forth.

² We will adopt *O*.

For the sake of a more profound logic, the Method of Composing with Twelve Tones derives all configurations from a basic set (Grundgestalt) [tone row]. The order in this basic set and its three derivatives — contrary motion [inversion], retrograde, and retrograde inversion respectively — is, like the motive, obligatory for a whole piece. Deviation from this order of tones should normally not occur, in contrast to the treatment of the motive, where variation is indispensable. Nevertheless, variety is not precluded. The tones in the right order may appear either successively in a melody, theme or independent voice, or as an accompaniment consisting of simultaneous sounds (like harmonies). (SCHOENBERG, 1969, p. 193-194).

For Schoenberg (1950, p. 103-108), “composition with twelve tones has no other aim than comprehensibility.” To ensure that, the tone row “functions in the manner of a motive,” and this explains why it has to be “invented anew for every piece.” For him, it has to be “the first creative thought” of a twelve-tone composition. In this sense, a tone row is not merely another type of pre-compositional material, but a compositional (musical) idea in itself, and its construction, more than just a previous stage of the compositional process, is instead already a fundamental part of it.

Building a tone row is much more than randomly picking a sequence of pitch classes (although it may also be just that). It is actually a creative decision-making process with countless musical implications, and almost all of these basically stem from the choice of the musical intervals within the row. In a nutshell, the “sonic identity” or “profile” of a tone row depends directly on its interval structure:

Each row’s “sound” is determined not so much by its sequence of pcs [pitch classes] (unless one has absolute pitch) as by the ordered intervals between its successive pcs. [...] Rows can be created to maximize certain intervals, to omit others or to provide as much diversity as possible — as in all-interval rows. (MORRIS, 2015, p. 182).

As we can notice, intervals — even more than the pitch classes themselves — are essential for the construction of a tone row and its sonic identity. But how can one use intervals to build a row? Rather, how can one build a row exclusively from intervals? At first glance, that seems like an easy question. However, as we will show, the answer is not as simple and trivial as one might think.

Thus, bearing that question in mind and endeavouring to answer it, we propose in this paper an intervallic approach to tone rows, making use of mathematical concepts from the theory of (integer) partitions and original musical ones, also presenting a new software tool in Python language called *SerialGen* (still in development), which generates tone rows and row classes based solely on intervals and interval structures, or more precisely, on *interval compositions*, as will be defined.³ At

³ The theoretical bases of the concepts and definitions presented here are found in FEITOSA (2020).

the end, we present preliminary results in dialogue with important works in the specific area, which address group theory and twelve-tone music.

2. Concepts and Definitions

Before introducing new musical concepts and definitions, let us take a look at some basic mathematical concepts. According to Andrews (1994, p. 149), “the theory of partitions is an area of additive number theory, a subject concerning the representation of integers as sums of other integers”. Briefly, a *partition* is “a way of splitting a number into integer parts” (ANDREWS; ERIKSSON, 2004, p. 3). Let us consider the following:

$$4 = 3 + 1 = 2 + 2 = 2 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1.$$

As we see, there are 5 partitions of the number 4, since there are 5 ways of splitting it into integer parts. Thus, a *partition* of a positive integer s is a representation of s as a sum of positive integers, called *summands* or *parts* of the partition, the order of which is irrelevant. Since order is irrelevant, we shall henceforth write partitions with non-increasing order of parts. In this sense (ANDREWS, 1998, p. 1), a partition of a positive integer s is a finite non-increasing sequence of positive integers $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k)$, such that $\sum_{i=1}^k \lambda_i = s$. Each λ_i corresponds to a part of the partition and if λ is a partition of s , we write $\lambda \vdash s$. The number of partitions of s is denoted by $p(s)$, therefore $p(4) = 5$.

By definition, the order of the parts of a partition is irrelevant, which technically characterizes an *unordered partition*. However, when the order of the parts is considered, then we have what is called an *ordered partition* or, simply, a *composition*. Hence, a composition of s can be thought of as an expression of s as an ordered sum of integers. Formally, a composition of s is a finite (ordered) sequence of positive integers $\alpha = \langle \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \rangle$,⁴ such that $\sum_{i=1}^k \alpha_i = s$. For example, for $s = 4$, besides the 5 partitions mentioned before: (4), (3,1), (2,2), (2,1,1), (1,1,1,1); there are 8 distinct compositions: $\langle 4 \rangle$, $\langle 3,1 \rangle$, $\langle 1,3 \rangle$, $\langle 2,2 \rangle$, $\langle 2,1,1 \rangle$, $\langle 1,2,1 \rangle$, $\langle 1,1,2 \rangle$, $\langle 1,1,1,1 \rangle$. Again, each α_i corresponds to a part of the composition and the number of compositions of s is denoted by $c(s)$, in the present case, $c(4) = 8$.

Now that we are already familiar with the elementary concepts of partition and composition, let us take as a starting point the tone row B \flat , A, C \sharp , B, F, G, E, C, A \flat , E \flat , F \sharp , D, from Schoenberg’s *Fantasy for Violin and Piano*, Op. 47 (1949),⁵ presented in both musical and integer notation⁶ (Figure 1).

⁴ We will differentiate partitions from compositions by using round and angle brackets, respectively.

⁵ For an analysis of that piece, see TIPTON (2017).

⁶ For details on integer notation, see STRAUS (2016, p. 5-6).



Figure 1: Tone row from Schoenberg's *Fantasy for Violin and Piano*, Op. 47 (1949).

By replacing each pitch class with its corresponding numerical label, the row may be represented as the 12-tuple $(10, 9, 1, 11, 5, 7, 4, 0, 8, 3, 6, 2)$. In addition, since we are dealing with pitch classes within a modular space, an alternative representation of that row is as a *clock diagram*, i.e., a directed graph in the form of a regular dodecagon whose vertices correspond to the respective pitch classes being successively connected by directed edges (Figure 2).

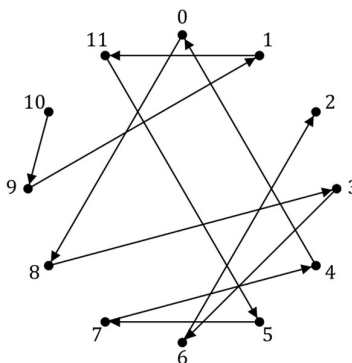
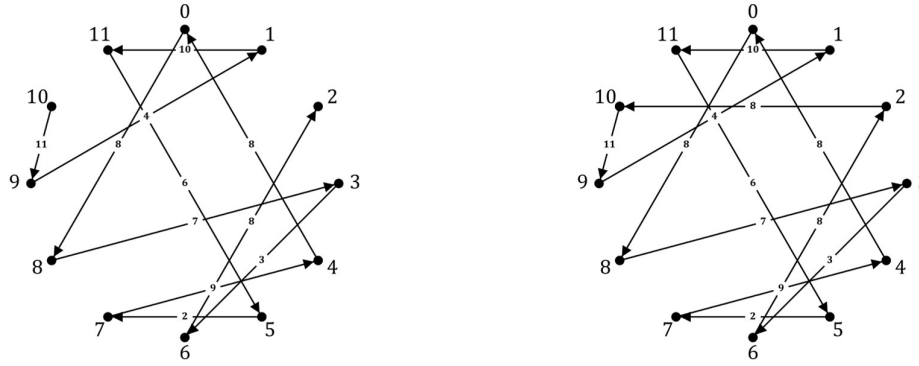


Figure 2: Clock diagram of the tone row $(10, 9, 1, 11, 5, 7, 4, 0, 8, 3, 6, 2)$.

Insofar as the directed edges may be associated with the directed intervals between the successive pitch classes (ordered pitch-class intervals⁷), we can also represent the row in terms of those intervals only. For that, we need to compute the number of clockwise steps necessary to get from one pitch class to the next, starting from the first to the second, then from the second to the third, and so on, obtaining the interval succession $11, 4, 10, 6, 2, 9, 8, 8, 7, 3, 8$ (Figure 3a). However, since the row is within a modular space, we should think of it cyclically and then, in order to derive its complete interval structure, we should also include the interval between the last and the first pitch class, getting the sequence $11, 4, 10, 6, 2, 9, 8, 8, 7, 3, 8, 8$ (Figure 3b).

⁷ For details on ordered pitch-class intervals, see STRAUS (2016, p. 9-11).



a) Intervals: 11, 4, 10, 6, 2, 9, 8, 8, 7, 3, 8 b) Intervals: 11, 4, 10, 6, 2, 9, 8, 8, 7, 3, 8, 8

Figure 3: Clock diagrams with directed intervals.

Mathematically, the directed interval from pitch class x to pitch class y is given by $(y - x) \bmod 12$. The modular arithmetic gives us a more practical method for calculating directed intervals between pitch classes than counting clockwise steps. Hence, when we go from pitch class 10 to pitch class 9, we have the directed interval $(9 - 10) \bmod 12 = -1 \bmod 12 = 11$. By repeating this process for all successive pitch classes within the row (last and first inclusive), we will obtain the same sequence given in Figure 3b. If we finally associate those directed intervals with the parts of a partition, or rather, with the parts of a composition, and sum them up, we will get:

$$11 + 4 + 10 + 6 + 2 + 9 + 8 + 8 + 7 + 3 + 8 + 8 = 84.$$

From this we may verify that the present sequence of directed intervals is actually a composition of 84. Thus, by generalizing all the reasoning done so far, we finally arrive at the following definition.

DEFINITION 2.1 (INTERVAL COMPOSITION). Let $\mathbb{Z}_n = \{0, 1, 2, \dots, n - 1\}$, $n \in \mathbb{Z}^+$, be the set of n pitch classes labeled successively from 0 to $n - 1$, an *interval composition* α is generically defined by:

$$\alpha = \langle \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \rangle, \quad \text{such that } \sum_{i=1}^k \alpha_i = n \cdot d, \tag{1}$$

where $\alpha_i \in \mathbb{Z}^+$ is called a *part* of α ; $k \in \mathbb{Z}^+$, $k \leq n$, is the *length* of α ; $d \in \mathbb{Z}^+$ is the *dimensional factor* of α ; and $s = n \cdot d$ is the *span* of α . Then, given a tone row (p_1, p_2, \dots, p_k) , $p_i \in \mathbb{Z}_n$, its corresponding interval composition α is defined by:

$$\alpha = \langle (p_{(i+1) \bmod k} - p_{i \bmod k}) \bmod n \rangle_{i=1}^k, \quad \text{where } p_0 = p_k. \tag{2}$$

For our present purposes, since we are dealing with pitch classes and twelve-tone rows within a modular space derived from twelve-tone equal temperament, it is clear that $n = 12$ and $k = 12$ always. Consequently, we may infer that $\alpha_i \leq 11$, which implies that $\sum_{i=1}^{12} \alpha_i \leq 12 \cdot 11 = 132$ (i.e., $s = n \cdot d \leq 132$) and, therefore, $d \leq 11$.

Now, returning to our particular example, the corresponding interval composition of the row $(10, 9, 1, 11, 5, 7, 4, 0, 8, 3, 6, 2)$ is $\langle 11, 4, 10, 6, 2, 9, 8, 8, 7, 3, 8, 8 \rangle$. In this case, as we mentioned before, the span $s = 84 = 12 \cdot 7$, so the dimensional factor $d = 7$. We may alternatively say that such row has *dimension* 7. It is worth mentioning that the dimensional factor corresponds to the number of overlapping clockwise turns around the clock diagram, which musically represents the “number of octaves” that the row theoretically comprises (thinking of its pitch realization only in ascending direction). Thus, in an abstract sense, the dimensional factor is a measure of *compression* or *dispersion* of a row in terms of its directed intervals.

As we can observe so far, an interval composition indicates only the interval structure of the row, not providing any information about its pitch classes. For that, it is necessary that we associate the *pitch* operator P_x , $x \in \mathbb{Z}_n$, with the interval composition, obtaining a *pitched interval composition* $P_x \alpha$, where the *pitch index* x is the first pitch class of the corresponding row. For the mentioned example, we have: $(10, 9, 1, 11, 5, 7, 4, 0, 8, 3, 6, 2) = P_{10} \langle 11, 4, 10, 6, 2, 9, 8, 8, 7, 3, 8, 8 \rangle$. Conversely, given a pitched interval composition $P_x \langle \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \rangle$, $\alpha_i \in \mathbb{Z}^+$, we can obtain its corresponding tone row (p_1, p_2, \dots, p_k) , $p_i \in \mathbb{Z}_n$, as follows:

$$P_x \langle \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \rangle = \left(\left(x + \sum_{i=1}^j \alpha_{i-1} \right) \bmod n \right)_{j=1}^k, \quad (3)$$

where $\alpha = \langle \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \rangle$ is a *restricted interval composition* whose parts satisfy

$$\left(\sum_i^j \alpha_i \right) \bmod n \neq 0, \quad \text{for every } i, j \in \mathbb{Z}^+, \text{ such that } i < j \leq k - 1. \quad (4)$$

Simply put, this last condition means that the sum of the successive (contiguous) parts of α , taken two by two, three by three, and so on, from the first up to the penultimate part, should not be a multiple of n , otherwise we would get repeated pitch classes. And again, since we are dealing with twelve-tone rows, $n = 12$ and $k = 12$.

At this point, we can already answer our motivation question — how can one build a row exclusively from intervals? And the answer is basically — through a restricted interval composition whose parts satisfy Equation 4. However, that is not an easy task to perform manually⁸ and here computer assistance is welcome. But before we present our software, let us delve a little deeper into some properties of interval compositions and introduce other useful concepts and definitions.

⁸ It would be necessary to check $\binom{k-1}{2}$ successive sums manually. For $k = 12$, then the total is 55.

First, let us consider the *twelve-tone matrix*⁹ for our sample row (Figure 4). We notice that there are 48 forms of the row, i.e., 12 transpositions for each of its 4 basic forms — original (*O*), inversion (*I*), retrograde (*R*), and retrograde inversion (*RI*).

		I													
		↓													
		10	9	1	11	5	7	4	0	8	3	6	2		
		11	10	2	0	6	8	5	1	9	4	7	3		
		7	6	10	8	2	4	1	9	5	0	3	11		
		9	8	0	10	4	6	3	11	7	2	5	1		
		3	2	6	4	10	0	9	5	1	8	11	7		
		1	0	4	2	8	10	7	3	11	6	9	5		
O →		4	3	7	5	11	1	10	6	2	9	0	8	← R	
		8	7	11	9	3	5	2	10	6	1	4	0		
		0	11	3	1	7	9	6	2	10	5	8	4		
		5	4	8	6	0	2	11	7	3	10	1	9		
		2	1	5	3	9	11	8	4	0	7	10	6		
		6	5	9	7	1	3	0	8	4	11	2	10		
		↑													
		RI													

Figure 4: Twelve-tone matrix for $(10, 9, 1, 11, 5, 7, 4, 0, 8, 3, 6, 2)$.

Since all transpositions of those basic forms have the same interval composition, we may conceive them as equivalence classes of rows related by transposition and represent them by their corresponding interval compositions, then we have: $\langle 11, 4, 10, 6, 2, 9, 8, 8, 7, 3, 8, 8 \rangle$ for *O*, $\langle 1, 8, 2, 6, 10, 3, 4, 4, 5, 9, 4, 4 \rangle$ for *I*, $\langle 4, 9, 5, 4, 4, 3, 10, 6, 2, 8, 1, 4 \rangle$ for *R*, and $\langle 8, 3, 7, 8, 8, 9, 2, 6, 10, 4, 11, 8 \rangle$ for *RI*. According to Schoenberg's method, tone rows are equivalent if they can be determined by transposition, inversion, and/or retrograde from a single tone row. In this sense, those four interval compositions satisfy the Schoenbergian notion of equivalence insofar as they comprise all the rows related by such operations. Finally, we may define those basic operations and more elaborate ones, such as *cyclic shift* (*S*), *multiplication* (*M*), and *five-step permutation* (*F*), in terms of interval compositions only, in order to obtain different equivalence classes, or rather, *row classes* from their various combinations, as follows.

DEFINITION 2.2 (OPERATIONS). Let $\alpha = \langle \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \rangle$, $\alpha_i \in \mathbb{Z}^+$, be an interval composition, the operations of *inversion* (*I*), *retrograde* (*R*), *retrograde inversion* (*RI*), *cyclic shift* (*S*), *multiplication* (*M*), and *five-step permutation* (*F*) are respectively defined by:

⁹ For details on twelve-tone matrices, see STRAUS (2016, p. 301-302).

$$I\langle\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\rangle = \langle(-\alpha_i) \bmod n\rangle_{i=1}^k. \quad (5)$$

$$R\langle\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\rangle = \langle(-\alpha_{(k-i) \bmod n}) \bmod n\rangle_{i=1}^k, \quad \text{where } \alpha_0 = \alpha_k. \quad (6)$$

$$RI\langle\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\rangle = \langle\alpha_{(k-i) \bmod n}\rangle_{i=1}^k, \quad \text{where } \alpha_0 = \alpha_k. \quad (7)$$

$$S\langle\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\rangle = \langle\alpha_{(i+1) \bmod n}\rangle_{i=1}^k, \quad \text{where } \alpha_0 = \alpha_k. \quad (8)$$

$$M\langle\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\rangle = \langle(5 \cdot \alpha_i) \bmod n\rangle_{i=1}^k. \quad (9)$$

$$F\langle\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\rangle = \left\langle \sum_{i=1}^5 \alpha_{(i+5 \cdot j) \bmod n} \right\rangle_{j=0}^{k-1}, \quad \text{where } \alpha_0 = \alpha_k. \quad (10)$$

Therefore, taking our example:

$$\alpha = \langle 11, 4, 10, 6, 2, 9, 8, 8, 7, 3, 8, 8 \rangle, \quad s = 84 \text{ and } d = 7;$$

$$I\alpha = \langle 1, 8, 2, 6, 10, 3, 4, 4, 5, 9, 4, 4 \rangle, \quad s = 60 \text{ and } d = 5;$$

$$R\alpha = \langle 4, 9, 5, 4, 4, 3, 10, 6, 2, 8, 1, 4 \rangle, \quad s = 60 \text{ and } d = 5;$$

$$RI\alpha = \langle 8, 3, 7, 8, 8, 9, 2, 6, 10, 4, 11, 8 \rangle, \quad s = 84 \text{ and } d = 7;$$

$$S\alpha = \langle 4, 10, 6, 2, 9, 8, 8, 7, 3, 8, 8, 11 \rangle, \quad s = 84 \text{ and } d = 7;$$

$$M\alpha = \langle 7, 8, 2, 6, 10, 9, 4, 4, 11, 3, 4, 4 \rangle, \quad s = 72 \text{ and } d = 6;$$

$$F\alpha = \langle 9, 11, 5, 9, 1, 7, 10, 3, 10, 10, 11, 10 \rangle, \quad s = 96 \text{ and } d = 8.$$

Here we verify that the dimensional factor is the same for the original interval composition α and $RI\alpha$ (also for $S\alpha$), as well as for $I\alpha$ and $R\alpha$, being different for $M\alpha$ and $F\alpha$. This means that $I\alpha$ and $R\alpha$ are the “most compact” in terms of directed intervals ($d = 5$) and, between them, $I\alpha$ would be the class representative (*normal form*¹⁰) of the row classes comprising such operations, since it is even more compact.

Considering all the theoretical scope provided so far, we can then describe how these concepts and definitions were used in our software.

3. *SerialGen*

The *SerialGen* software¹¹ was built in two steps. The first one generated the restricted interval compositions whose parts satisfy Equation 4 in the form of a database. The second one aimed to partition that database into equivalence classes determined by the combination of operations (Definition 2.2) and filter those interval compositions with user-defined parameters, such as intervallic constraints.

First, we must explain the *restricted_compositions* function, that returns a Python *Generator* object listing all interval compositions restricted by Equation 4,

¹⁰ The *normal form* is the interval composition with the smallest d and greatest α_k, α_{k-1} , and so on.

¹¹ The source code of the software is available at: <https://github.com/marco-feitosa/serialgen>.

given the positive integers s , k and n as parameters. This algorithm was used to populate the database with the restricted interval compositions for every dimensional factor $d \in \mathbb{Z}^+$, such that $d \leq 11$.

The main idea of the algorithm comes from the perception that it is possible to reach every valid interval composition by recursively assigning each eligible value to each part, checking that the current composition satisfies the constraints at each recursive call. The recursion itself is implemented in fact by the *compute* function, which is defined within the scope of *restricted_compositions* and is where the compositions are actually generated, while the only role of the outer function is to call *compute* with the initial values. In addition, the *restrict* function calculates the summation constraints defined by Equation 4, ensuring the integrity of the current composition.

The *compute* function takes as parameters the values s and k , which correspond to the remaining sum and number of parts of the composition, respectively. The other parameters are the variable *composition*, a tuple representing the current interval composition, and the variable r , which is an auxiliary array used to prevent redundancy in the summation calculations made by the *restrict* function. In the first call to the *compute* function, s and k assume the values that were also passed to *restricted_compositions* as inputs, while *composition* and r start as empty structures. During the execution of the algorithm, the parts of *composition* are filled with all possible values, while s and k decrease at each choice. Before calling the recursion, r is updated with the summation values by *restrict*, which acts as an auxiliary function. It should be noted that a branch is created on every call to the *compute* function, as it is called for each possible value to be inserted in *composition*. An interval composition is yielded when there is no part left to choose and the desired sum is reached, i.e., if $k = 0$ and $s = 0$. Finally, the restricted interval compositions are returned and written to the database.

The classification algorithm starts from the database containing all the interval compositions explained above. The goal of this procedure is to group all interval compositions in their respective equivalence classes. In our classification, we identify each class by the *normal form* of its members based on the fact that every member of a class has the same normal form. This gives us a straightforward way of grouping all interval compositions in class. We scan the whole database of interval compositions computing the normal form of each one and group them as we go along. After having completed this, we should have a mapping between normal forms and the members of their corresponding class.

At the core of the algorithm, lies the normalization procedure, i.e., how we compute the normal form of a given interval composition. It consists of two steps:

1. Given an interval composition and the argument to the normalization function, list all members of its class.

2. Given the list of interval compositions generated in the previous step, find the most compact one.

For the first step, in order to list all members of a class given one of its members, we need to first define the functions on interval compositions that we wish to take as defining our classes. For example, if we want our classes to group the interval compositions related by retrogradation, the only function needed is the retrograde function. However, if we want our classes to group the interval compositions related by retrogradation and inversion, we need to use the retrograde and inversion functions. Having that, we can apply them repeatedly to the input interval composition to compute all the members of its class. In order to achieve this, the normalization procedure is parameterized by the set of functions that determines the equivalence class. This allows the user to choose the operations that are relevant to their work.

The second step is the simplest one. Having the list of all interval compositions, we sum all elements of each one of them and pick the ones with the lowest resulting number. If there is only one, that is the normal form. If there are more than one, this process is repeated with the following two changes on each iteration until we have a single interval composition, the normal form:

- We only consider the interval compositions that are tied with the lowest sum in the previous iteration.
- Starting from the last element, we disregard one more element from the right end of the interval compositions while summing them.

Besides classifying the entire database of interval compositions, *SerialGen* is also able to filter them to include in the output only those that match certain user provided criteria. These can be the number of distinct or specific intervals and the presence of a given sequence of intervals.

4. Preliminary Results and Concluding Remarks

With the software we were able to generate all the restricted interval compositions and produce the following tables listing the number of tone rows and row classes, according to their respective combinations of operations (types)¹² and dimensional factors.

The data presented here is not completely new, since there are other works which achieve similar results through group theory.¹³ However, the mathematical means to obtain it and its segmentation by dimension provide a new perspective of understanding tone rows and row classes, opening the way for a broader and exhaustive taxonomy.

¹² Some of these row classes (types) are isomorphic to finite groups (cyclic, symmetric, dihedral, etc.).

¹³ See FRIPERTINGER and LACKNER (2015), HUNTER and HIPPEL (2003), and REINER (1985).

At last, both the research and the software are still under development, with room for new operations, functions, and applications exploring tone rows and row classes that are symmetrical or combinatorial, among other possibilities, which will be done in due course.

Table 1: Tone rows and row classes of each type by dimensional factors.

d	s	Tone Rows	Type 1	Type 2	Type 3	Type 4	Type 5
			T	T, RI	T, R	T, I	T, I, R, RI
1	12	12	1	1	1	1	1
2	24	24,432	2,036	1,049	2,036	2,036	1,049
3	36	1,831,644	152,637	76,617	152,637	152,637	76,617
4	48	26,441,856	2,203,488	1,102,940	2,203,488	2,203,488	1,102,940
5	60	116,857,368	9,738,114	4,871,638	9,738,114	9,738,114	4,871,638
6	72	188,690,976	15,724,248	7,865,430	7,864,044	7,862,124	3,933,675
7	84	116,857,368	9,738,114	4,871,638			
8	96	26,441,856	2,203,488	1,102,940			
9	108	1,831,644	152,637	76,617			
10	120	24,432	2,036	1,049			
11	132	12	1	1			
Total		479,001,600	39,916,800	19,969,920	19,960,320	19,958,400	9,985,920

Table 2: Row classes of each type (including \mathcal{S}) by dimensional factors.

d	s	Type 6	Type 7	Type 8	Type 9	Type 10
		T, S	T, RI, S	T, R, S	T, I, S	T, I, R, RI, S
1	12	1	1	1	1	1
2	24	171	101	171	171	101
3	36	12,741	6,579	12,741	12,741	6,579
4	48	183,634	92,415	183,634	183,634	92,415
5	60	811,670	407,546	811,670	811,670	407,546
6	72	1,310,354	656,830	656,137	656,137	329,375
7	84	811,670	407,546			
8	96	183,634	92,415			
9	108	12,741	6,579			
10	120	171	101			
11	132	1	1			
Total		3,326,788	1,670,114	1,664,354	1,664,354	836,017

Table 3: Row classes of each type (including **S**, **M**, and **F**) by dimensional factors.

d	s	Type 11	Type 12	Type 13
		T, I, R, RI, S, M	T, I, R, RI, S, F	T, I, R, RI, S, M, F
1	12	1	1	1
2	24	101	100	100
3	36	6,563	6,412	6,371
4	48	87,170	83,834	74,898
5	60	260,327	258,977	123,257
6	72	65,251	70,089	6,385
Total		419,413	419,413	211,012

References

- ANDREWS, George. *Number Theory*. New York: Dover, 1994.
- ANDREWS, George. *The Theory of Partitions*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
- ANDREWS, George; ERIKSSON, Kimmo. *Integer Partitions*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- FEITOSA, Marco. Partitional Harmony: The Partitioning of Pitch Spaces. *MusMat: Brazilian Journal of Music and Mathematics*, v. 4, n. 2, 2020, pp. 1-27.
- FRIPERTINGER, Harald.; LACKNER, Peter. Tone Rows and Tropes. *Journal of Mathematics and Music*, v. 9, n. 2, 2015, pp. 111-172.
- HUNTER, David; HIPPEL, Paul. How Rare Is Symmetry in Musical 12-Tone Rows? *The American Mathematical Monthly*, v. 110, n. 2, 2003, pp. 124-132.
- MORRIS, Robert. Review of “Tone Rows and Tropes” by Harald Fripertinger and Peter Lackner. *Journal of Mathematics and Music*, Vol. 9, No. 2, 2015, pp. 179-195.
- REINER, D. L. Enumeration in Music Theory. *The American Mathematical Monthly*, Vol. 92, No. 1, 1985, pp. 51-54.
- SCHOENBERG, Arnold. *Structural Functions of Harmony*. 2nd ed. New York: W. W. Norton & Company, 1969.
- SCHOENBERG, Arnold. *Style and Idea*. New York: Philosophical Library, 1950.
- STRAUS, Joseph. *Introduction to Post-Tonal Theory*. 4th ed. New York: W. W. Norton & Company, 2016.
- TIPTON, Lisa. *Schoenberg’s “Phantasy” Form*. New York, 2017. 182f. Dissertation (Doctor of Musical Arts). Graduate Faculty in Music, City University of New York, New York, 2017.

Interactions between Derivative Teleology and Form in Dušan Bogdanović's Study I

Ricardo de Almeida Gonçalves
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)
ricardodealmeidag@gmail.com

Abstract: The present work aims to display how basic musical ideas (*Grundgestalten*), understood from a teleological perspective, interact with the formal segmentation of Dušan Bogdanović's (1955) Study I, featured in his *Polyrhythmic and Polymetric Studies* series. In order to do so, we apply musical analyses based on the identification of transformational operations that act as possible models for the piece's processes, taking the current state of Carlos Almada's *Model of Derivative Analysis* as theoretical foundations. We notice that Bogdanović's piece formal segmentation is reinforced by the sequential and teleological use of transpositive operations.

Keywords: Dušan Bogdanović. Polirhythmics. Polymetrics. Model of Derivative Analysis. Grundgestalt.

Interações de Teleologia Derivativa e Forma no Estudo I de Dušan Bogdanović

Resumo: Este trabalho busca elucidar como variações de ideias musicais básicas (*Grundgestalten*), concebidas a partir de uma perspectiva teleológica, interagem com a segmentação formal do Estudo I da série *Polyrhythmic and Polymetric Studies*, de Dušan Bogdanović (1955). Para tal, utilizamos análises musicais baseadas na identificação de operações transformacionais que, possivelmente, modelam processos da peça, orientando-nos pelo atual estado do *Model of Derivative Analysis* de Carlos Almada. Constatamos que a segmentação formal da peça de Bogdanović é reforçada pela aplicação sequencial e teleológica de operações de transposição.

Palavras-chave: Dušan Bogdanović. Polirritmia. Polimetria. Model of Derivative Analysis. Grundgestalt.

1. Introduction

Polyrhythmic and Polymetric Studies (1990) presents a series of exercises, pieces and brief texts where the Yugoslavian-born composer Dušan Bogdanović (1955) seeks to establish the foundations of performing and improvising in complex metrical situations on guitar (MOREY, 2011, p. 1). After exposing commentaries on the structural and performing elements of his compositions, Bogdanović presents a first group of 25 exercises aimed at a beginner's initial contact with polymetrical practices, followed by a second group of 5 advanced concert studies, which are understood as experimentations upon the structuring of a musical discourse based on such interactions between meters.

Despite its rhythmic intricacy at the bar level, we propose, in the present work, that Study I from the second group articulates its formal segmentation in a rather clear manner — especially on metrical levels higher than the bar unit — and that it does so through derivative processes applied sequentially to a *Grundgestalt*.

2. *Polyrhythmic and Polymetric Studies* (1990)

Bogdanović's oeuvre can be understood as a synthesis between many contrasting genres of music, with the composer assuming influences of non-Western rhythmical¹ procedures as a leading aspect for the composition of his *Polyrhythmic and Polymetric Studies*, emphasizing the presence of Balkanic, Balinese and African elements on his compositions (BOGDANOVIĆ, 1990, p. 3). Regarding Study I, particularly, Morey points the influence that a contact between the composer and musical traditions such as those of the Ghana-inhabiting Ewe group, exerted on the piece's elaboration (MOREY, 2011, p. 32).

The distinction between the concepts polymeter and polyrhythm are not explicit Bogdanović's texts, offering a brief description of polymeter models "a combination of at least two different metric patterns" (BOGDANOVIĆ, 1990, p. 3). Morey points that the composer's conceptions seem to confirm Simha Arom's — author of *African Polyphony and Polyrhythm* —, at least in the manner that the author describes polymeters similarly to the composer's citation, stated above, and polyrhythms as the intertwining of diverse rhythmic figures (MOREY, 2011, p. 6).

Although we believe that affirming a distinction between polymeter and polyrhythm in Bogdanović's studies as possible is somewhat disputable², we intend to display that the rhythmic complexity inherent to Study I is manifest exclusively at the level of written and concurrent bars: higher formal levels, based on groupings of multiple bars — in itself more closely related to the cycles between different meters, rather than the repetition of the individual rhythmic cells themselves —, on the other hand, display more or less clear borders between segments of musical ideas. At the transition from a segment to another, the derivative processes of basic musical elements that exhibit some sort "goal oriented" profile reinforce our perceptions of endings and beginnings of sections. In order to elucidate this claim we shall apply, as a primary theoretical reference, the current state of Carlos Almada's *Model of Derivative Analysis*

¹ It should be considered that, beyond the rhythmical complexity here evaluated, the composer points that the melodic and harmonic vocabulary present in such pieces also has non-Western roots, making use of "polymodal" and "polypentatonic" languages (BOGDANOVIĆ, 1990, p. 3).

² A remark should be made about the *perception* of concurrent meters in Bogdanović's piece. On the 1990 publication's text, the composer argues for a possible pedagogy of his studies in a section entitled *Psychology of Polymetric Studies*, where, in a given context that involves two metrical *strata* already "reflexively" assimilated by the player, one can "*focus on both patterns simultaneously*" while observing the interplay" (BOGDANOVIĆ, 1990, p. 3, our italics). Justin London, on the other hand, criticizes the very concept of polymetrics as a perceptible phenomenon, since that, for this author, when faced with a multiplicity of metrical streams, there are two possible cognitive reactions, meaning we can either: 1) extract a resultant pattern through the superimposition of concurrent metrical fluxes or 2) focus on only one of the rhythmical fluxes while treating the other(s) as "noise" (LONDON, 2004, p. 50). As we shall see, this conflict between the perception of multiple metrical layers in Bogdanović's and London's conceptual frameworks — and our preference for the latter — is crucial for a determination of the size of the metrical fluxes and the structuring of our formal segmentation of the analyzed piece.

(MDA), described in a yet to be published manuscript, which we encountered first at a class in Universidade Federal do Rio de Janeiro’s Graduate Program (PPGM-UFRJ).

3. Analytical tool: Model of Derivative Analysis

Almada’s Model of Derivative Analysis (further on, MDA) can be described as a systematical approach that aims at a mathematical formalization of the studies on musical variation, having as theoretical foundations

[...] the principles of Grundgestalt (normally translated as "basic shape") and developing variation, both created by Austrian composer Arnold Schoenberg (1874-1951), associated with an organicist conception of musical creation based on a gradual derivation and concentrated economy of means. (ALMADA, 2020, p. 1).

The modeling of compositional processes proposed by the author does not seek to reconstruct a composer’s original thought but emerges as an analytical tool with the identification of the relationships between musical ideas — understood here as small segments, similar to motifs — as a goal, investigating the nature of transformations between a referential idea and its possible derivations while regarding also the means upon which those are applied (ALMADA, *op. cit.*, p. 2). In that manner, the derivative processes can be regarded as an action applied to a musical object/motive that outputs another object/motive somehow related to the first (ALMADA, *op. cit.*, p. 2).

The relationships between objects are described through a series of 27 transformational operations that differ through their interaction with three factors: type, establishing what are “canonical” and “non-canonical” operations; domain, differing operations that act upon pitches (p), time (t) and harmony (h); and, finally, scope, identifying the transformation as acting in normal, mutational or dual³ fashion. On Table I we present the main operations used in our study and their characteristics.

Table 1: Operations from MDA’s lexicon applied in our analysis (ALMADA, *op. cit.*, p. 104).

Operation		Type		Domain		
name	symbol	can.	n-can.	p	t	h
chromatic transposition	T	x		x		
deletion	DEL		x	x	x	
rest-substitution	RST		x		x	
rotation	ROT		x	x	x	
change of register	OCT		x	x		

³ Operations that affect a single element of the object/motive are called “mutational”; those that act on the object/motive as whole are called “normal”; the operations that can act both in a mutational and a normal fashion, are called “dual”.

The generic notation of a given operation is given by an alphabetical symbol, present on Table 1's second column, alongside the data of which domain attributes⁴ and, as necessary, the specific elements of the object/motive it acts upon. The example below displays the notation and musical realization of a chromatic transposition⁵ (**T**), when applied to a generic object used extensively as an example on Almada's book first half.

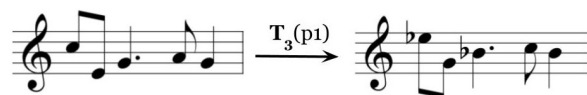


Figure 1: Example of chromatic transposition's notation when applied to a musical element.

As stated earlier, MDA intends not only to recognize the transformations applied to referential musical idea, but also the means of its implementation in compositional contexts. Thus, the concept of derivative *teleology* plays a significant role in MDA theory, as it is “based in the belief in the existence of an objective or goal orienting the derivative process” (ALMADA, op. cit., p. 162).

According to the author, however, teleology is a highly context-specific concept, resistant to generalizations and mainly justified through the materials of an individual composition (ALMADA, op. cit., p. 162). In our approach, we aim to demonstrate how teleology is manifest through local transformations of a *Grundgestalt* present in Bogdanović's Study I.

In order to do so, it was necessary do divide our analytical process into three steps: 1) formal segmentation through an attentive and familiarized⁶ listening of the piece; 2) identification of “interest points” where there are perceivable teleological processes that reinforce our understanding of the borders between formal segments; 3) identification of operations that, when applied to the *Grundgestalt*, act as possible models of the teleological profile of said “interest points”.

A final methodological regard points toward the debate between “notated” and “expressed” meter. We adopt a reasoning similar to London's in our understanding

⁴ As stated earlier, the MDA domains are *pitch* (p), *time* (t) e *harmony* (h). Their attributes are: p1 (MIDI pitches); p2 (pitch classes); p3 (interval classes); p4 (melodic contour); p5 (intervallic ambit); t1 (durations); t2 (inter-onset-intervals); t3 (metric contour); t4 (durational span); h1 (key); h2 (mode); h3 (chordal qualities); h4 (chordal root); h5 (chordal bass).

⁵ On the generic notation of the chromatic transposition operation (**T**) one indicates, besides its domain of action p1, how many “units of transposition” are applied to the musical object, taking a half-tone as the smallest value. Thus, the notation for such an operation will often look like **T**_x(p1), where x stands for the quantity of half-tones to which the referential object is transposed, being a positive value for “upwards” transpositions and negative for “downwards” transpositions.

⁶ MDA's analytical process presupposes a step on which one should develop a familiarity with the piece, especially when identifying its *Grundgestalt* (ALMADA, op. cit., p. 137). Our familiarization process with Study I was done mainly through reading and performing the piece and enabled us to not only identify the piece's *Grundgestalt* but also to reinterpret some of its notated meters, in relation to the meters we have felt as expressed.

that the first is what can be seen displayed in sheet music and the latter is what one hears in an actualization of that piece of music (LONDON, 2004, p. 90). This distinction allows us to question, when we find necessary, the metrical fluxes suggested by the bars in Bogdanović's notation, playing a relevant part in our enumeration of bars and the size comparison of formal segments.

4. Analysis of second group's Study I



Figure 2: First group's exercise 25 (BOGDANOVIĆ, 1990), identifying the *Grundgestalt* components Gc1 and Gc2, the basic materials for Study I.

The proximity between first group's Exercise 25 and second group's Study I in Bogdanović's 1990 publication is by no means fortuitous, since we believe that Study I *as a whole* can be understood as the development of the rhythmic and melodic ideas presented in this exercise. We shall, as proposed by Almada's theory, treat Exercise 25 as Study I's *Grundgestalt*. Due to the textural complexity inherent to the materials in question, and also to the relative derivative autonomy which each of the voices develops, we chose to dissect the *Grundgestalt* into two components — a possibility also described in Almada's theory (op. cit., p. 133) —, separating Gc1⁷ and Gc2 as in Figure 2. Despite the initial superimposition of the 3/4 and 12/16 time signatures, the composer often places dotted and reduced barlines relating exclusively to the voice that exhibits the Gc1 pattern and its variations, which sometimes suggests alternative 2/4 meters, as expressed in Figure 3.



Figure 3: Concurrent metrical projections on mm. 3 and 4, opposed to Bogdanović's notation.

When analyzing bars critically placed at the borders of formal segments, we'll refer to the derivative processes acting locally, considering the musical materials

⁷ We consider that Gc1 is composed only of the first statement of the rhythmic cell "eight note–sixteenth note–sixteenth note", as opposed to the three appearances notated in the time signature $\frac{3}{4}$ by Bogdanović, which, we believe, represents the metrical cycle of this component in relation to the other, larger, 12/16 cell.

belonging to the first bar of each excerpt as basis for the description through operational transformations of the following bars and melodic-rhythmic cells.

On Table 2, we display the piece’s formal segmentation through diverse bar quantities for each Gc, considering their respective expressed meters.

Table 2: Formal segmentation of Bogdanović’s Study I and according to durations of each Gc.

Segment	Gc1 measures	Gc2 measures	Textural Disposition
A1.1	16	11	Gc1/Gc2
A1.2	15	10	Gc1/Gc2
A2	7	4	Gc2/Gc1
A3	12	10	Gc2/Gc1
A1.3	15	12	Gc1/Gc2

Although it seems redundant, the naming of all segments as “A” is necessary in order to express the fact that the piece as a whole derives from different treatments of the same basic musical materials. Indicated by the same number, followed by an auxiliary digit — as in A1.1, A1.2 e A1.3 —, are the segments that present very similar treatments to both Gcs, acting as different iterations of same basic periods⁸. Noticeably different treatments of the Gc’s are represented by distinct numbers. Another relevant data concerning Study I’s form is represented by the textural disposition of each segment: at A1.1, A1.2 and A1.3, Gc1 is expressed mainly in the upper voice while Gc2 appears in the lower one; at A2 and A3 that predominant relationship is inverted.



Figure 4: Transition from segment A1.1 to A1.2.

The first “interest point” that articulates teleology, formal segmentation and derivative processes is found at the transition from A1.1 to A1.2, as shown in Figure 4, with a disruption between segments occurring at the C in Gc2’s mm. 10 (lower voice). When we reach Gc2’s mm. 8 the lower voice abandons its characteristic 12 sixteenth-notes pattern and starts displaying what can be understood as a rotation of Gc1’s temporal durations, expressed symbolically as $\mathbf{ROT}_1(t1)$. This partial and local suppressing of a textural element implies an intensification of the excerpt’s “derivative rhythm”, through the acceleration of the lower voice’s transformations.

⁸ We believe that this is what influenced Morey’s formal analysis of the study as an ABA form, where his “B” would comprehend our segments A2 and A3 (MOREY, 2011, p. 32). A distinction between A2 and A3 is preferred, nevertheless, due to their different usages of Gc1 and Gc2: while A2 stands as a particular case of melodic and rhythmic treatments to both Gc’s amid the other segments, A3, as we shall see, presents a partial recapitulation of Gc2’s first installment in A1.1, making it closer to the A1.x category than A2.

Still regarding the lower voice's mm. 8, one can notice that between the first and second beats two mutational chromatic transpositions expressed as $\mathbf{T}_2(p1, 1)$ and $\mathbf{T}_2(p1, 3)$ happen and, in similar fashion, between the second and third beats, a mutational chromatic transposition of the kind $\mathbf{T}_2(p1, 1:2)$ takes place. The sequential application of transpositions, aligned with the mutational chromatic transpositions — symbolized as $\mathbf{T}_2(p1, 3)$ — that take place between the upper voice's “eight-note, sixteenth note, sixteenth note” cells, grants this bar a “direction” towards a goal (i.e. teleology). Nevertheless, this first proposed intensification of transformations is interrupted in Gc2's 9th bar, weakening its teleological character, which characterizes this first “interest point” as a particularly unclear⁹ case, when compared to the following analyzed points.

The following “interest point” we shall analyze deals with the transition between A1.2 and A2, a critical passage for the piece since it exhibits both its highest note and the first major inversion of the textural relationships between Gc's: when we reach A2, Gc2 will, for the first time, manifest itself on the upper voice while Gc1 is executed on the lower one. On Figure 5 the Gc's are displayed on separated staves in order to clarify their distinct — almost autonomous — derivative processes toward that textural inversion.

The figure shows two musical staves, Gc1 (top) and Gc2 (bottom), in treble clef. Gc1 starts at measure 16 and ends at measure 18. Gc2 starts at measure 12 and ends at measure 18. An arrow labeled 'A2' points to the end of the Gc1 staff at measure 18. The notation includes various rhythmic values and accidentals, illustrating the melodic and textural changes during the transition.

Figure 5: Both Gc's behavior at the transition from A1.2 to A2.

Although, on the lower voice, Gc2 displays a certain derivative “direction” when moving from a lower register to a higher one, this excerpt's teleological factor is mainly driven by Gc1 through, again, what could be modeled as a sequence of — normal/mutational and diatonic/ chromatic — transpositions. Gc2's “erratic” melodic contour also reinforces our understanding of it as having its derivative processes “subordinated” to the ones present at Gc1.

One may notice that, although acting at different Gc1 elements, a parallel usage of whole-tone transpositions is present from mm. 16 to 18: between mm. 16 and 17 a $\mathbf{T}_2(p1, 3, 6)$ relationship is evident, if one considers a comparison between the two

⁹ It could be argued, however, that Bogdanović's interpretation of the study — registered in a 1999 recording, present on the “Unconscious in Brazil” album (BOGDANOVIĆ, 1999) — seeks to, curiously, “clarify” this segment's teleological factors since, omitting what's written on the original score — here as lower voice's mm.9 —, the composer-performer anticipates the excerpt originally written as the piece's Coda, which, in itself, expresses a stronger teleological derivative orientation that we shall analyze further on.

whole bars; between one of the identical beats in mm. 17 and 18's first beat, the operations $\mathbf{T}_2(p1, 1:2)$ and $\mathbf{T}_1(p1, 3)$ takes place; mm. 18's first beat and second beat are related by a $\mathbf{T}_2(p1, 1:2)$ transformation once again. From mm. 19's first beat until mm. 20's first beat, inclusively, the pitches A and D are fixed: the derivative processes are restricted to Gc1's first eight-note, and could be described as $\mathbf{T}_1(p1, 1)$, a process that could arguably stretch itself until mm. 20's second beat B

The transition from segment A2 to A3 — our next “interest point” — happens in a similar fashion to the one from A1.1 to A1.2: the upper voice, that displayed Gc2 since A2's beginning, presents a variation of Gc1's rhythmic cell from mm. 26 onwards, while the lower voice consists of Gc1 in its primary state¹⁰. The upper voice's rhythmic variation of Gc1 deals, mainly, with a sequence of two operations modeled as a rotation of the kind $\mathbf{ROT}_1(t1)$ and $\mathbf{RST}(t1, 1)$, the substitution of a durational onset by a rest of equal length.

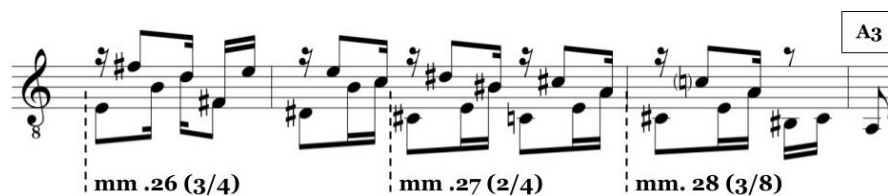


Figure 6: Transition from segment A2 to A3.

From a formal segmentation perspective, the teleology present in this excerpt is partially granted by the whole and half-tone operations $\mathbf{T}_{-1}(p1)$ and $\mathbf{T}_{-2}(p1)$, noticeably at the lower voice's eighth-notes, where one hears the pitches E, D, C, C; transpositions are applied also, in a mutational manner, to every third element of the lower voice's “eighth-note, sixteenth-note, sixteenth-note” cell, creating the pitch sequence D, C (B, A)¹¹. When the lower voice displays an upwards transposition, where one could suppose a weakening of the excerpt's teleology — mm. 28 first beat —, the operations $\mathbf{T}_{-x}(p1, y)$ — “downwards” transpositions appearing in a mutational scope — that were being applied to the upper voice are not interrupted, granting the continuity of a teleological orientation to this critical transitional excerpt, which culminates in the final gesture expressed by the pitches B, C e A.

Although not exclusively a transitional excerpt, we present an integral analysis of segment A3's lower voice due to its ingenious usage of previously exhibited

¹⁰ One could argue that the written textural elements in Bogdanović's score — which we took as reference and reproduce in Figure 6 — prioritize a clear sheet for the reader/performer instead of the actual sounding of the piece, given that the unison encounters between voices does, in fact, consist of a single guitar string sounding, due to natural instrumental constraints. We are not, however, considering this paper's limited scope, questioning such complex relationships between written textures and guitar performance. For an in-depth discussion of such matters, one can refer to Ramos (2017).

¹¹ With $\mathbf{T}_{-3}(p1, 3)$ between C (B) and A marked as an exception in terms of x value, amidst the other transpositions featured in this excerpt.

musical materials. From Gc2's mm. 21 to mm. 26's ending we witness an almost literal recapitulation of the pitches and durations exposed in Gc2's first seven bars, in segment A1.1. The subtle pitch differences, circled in Figure 7, are, most probably, due to instrumental adaptations. The main difference between A1.1 and A3 presentations of such Gc2 materials are, however, the inversion of textural relationships exhibited in the latter — which now presents Gc2 on the upper voice — and its change of register, expressed by the operation $\mathbf{OCT}_+(p1)$, with a noticeable exception for the first A pitch, which appears at the same register both on A1.1 and A3.

Figure 7: Gc2's presence on segment A3.

One may notice that from mm. 27 and onwards certain elements drive the derivative process' teleological character through “virtual melodic lines”¹²: a first line is suggested by the indirect succession of pitches B, A and D — the highest ones of bars 27, 28 and 29, respectively — and a second line by the pitches F, F, D, C, B, B, A, G and G; both lines, despite the section's textural intricacy, are highlighted due to their placement on extreme points of the voice's intervallic ambit. It is at this point, nevertheless, that Gc2 articulates less clear rhythmic configurations, omitting its characteristic three sixteenth-notes onset at the second beat, which brings a certain instability to its directionality — in a teleological-derivative sense —, possibly compromising the perception of a goal towards the ending of the segment.

This directional instability in Gc2, however, is compensated by the activity displayed by Gc1 at the segment's ending: approaching the transition from A3 do A1.3, the lower voice abandons its almost “static” character¹³ that it had been presenting

¹² We named “virtual melodic lines” the parsimonious movements between pitches that highlight themselves amid the polyphonic texture of the excerpt.

¹³ It seems to us and could be argued that A3 is somehow reminiscent of a 12-bar blues — though it displays a different quantity of bars—, in the sense that it presents a kind of “distorted” I-IV-I-V-I progression with melodic-harmonic “clashes” typical of this genre, such as the conflict between C and C, minor and major 3rds of the pieces' tonal center A. Such claims need further exploration, as regarding

and begins a sequence of transpositions that, from mm. 39 onwards, grants teleological “direction” for the excerpt.



Figure 8: Gc1's teleological activity towards the end of A3.

Taking the set D, E and G in mm. 38 as reference, it is possible to describe both mm. 39's first beat as a product of the application of $\mathbf{T}_2(p1, 2)$ to such set, and 39's second beat as a new transposition, $\mathbf{T}_2(p1, 1)$, applied to a different element. It is then noticeable that C, F and G, originated in mm. 39, can be transformed into mm. 40's first beat's B, F and G through the very same operation $\mathbf{T}_1(p1, 1)$. This beat, on its turn, when subjected to the operations $\mathbf{T}_5(p1, 2)$ and $\mathbf{T}_1(p1, 3)$ becomes mm. 40's second beat. Mm. 41's first beat may be modeled as a product of mm. 40's second beat subjected to $\mathbf{T}_1(p1, 2)$ e $\mathbf{T}_1(p1, 3)$. And, finally, the B and E on mm. 41 are understood here as transformations of that same bar's first beat, implying a deletion operation $\mathbf{DEL}(p1, 2)$ followed by a transposition of the remaining pitches through $\mathbf{T}_1(p1)$ ¹⁴.

This exhaustive demonstration of our understanding of the excerpt through a sequence of transformations aims to exhibit that a sequence of transpositions with the same direction (“from a higher register to a lower one”) drives Bogdanović's musical discourse, once again granting “direction towards a goal” at a transition between formal segments that, on its turn, is reinforced by the “arrival” at the pitch A, the piece's tonal center, on mm. 42, marking the beginning of A1.3, its final segment.



Figure 9: Study I's coda and segment A1.3's ending.

The Coda at the ending of A1.3, presents similar derivative processes in what regards the use of a sequence of transpositions. This becomes evident through an examination of a “virtual melodic line” that emerges from the lowest pitches featured

the metrical placement and proportions of each segment of the 12-bar blues that go beyond the scope of the present paper.

¹⁴ The last pitches C and D on mm. 41's ending, although pertaining to Gc1, are better understood as an anacrusis for the next segment's beginning and were, thus, disregarded in our analysis.

at the excerpt; such melodic line articulates a chromatic scale from D to A, at metrically strong points of the 12/16 meter, as represented by the encircled pitches in Figure 9.

Conclusions

Through our examination we were able to acknowledge the fact that the perception of formal segments in Bogdanović's study is, indeed, reinforced by particular applications of transformational procedures to the *Grundgestalt's* components, with a significant highlight to the role played by sequences of chromatic transpositions with similar orientations — that is, sequences of “downwards” or “upwards” transpositions — featured in bars near transitions between segments, which acts as evidence for a teleological compositional planning, regarding the derivative processes.

We are also capable of pointing that, at each analyzed excerpt, the teleological character of the derivative processes is somewhat clearer in one of the two main textural voices, creating, in a certain way, an “derivative subordination”, where the operations contained in one of the voices has a greater impact on the teleological perception, while the ones present on the “subordinated voice” may be “erratic” and less goal oriented.

We believe that this kind of analysis marks a primary step towards what, regarding Bogdanović's oeuvre in particular, could be extended to pieces that share similar compositional procedures — such as the other studies from the 1990 publication and his *7 Easier Polymetric Studies* (1993) —, creating a deeper understanding of the relationships between derivative processes and teleology. In that manner, we not only enlarge the performing possibilities of Bogdanović's Study I, but also exhibit compositional techniques that may be modeled into original works and analytical processes that may be applied to different pieces.

References

- ALMADA, Carlos. *Musical Variation: Toward a Transformational Perspective*. 2020. Unpublished manuscript.
- BOGDANOVIĆ, Dušan. *7 Easier Polymetric Studies*. Canada: Les Éditions Doberman. 2018. Sheet Music.
- BOGDANOVIĆ, Dušan. *Polyrhythmic and Polymetric Studies for Guitar*. Ancona, Italia: Bèrben, 1990. Sheet music.
- MOREY, Michael J. *A Pedagogical and Analytical Study of Dusan Bogdanovic's Polyrhythmic and Polymetric Studies for Guitar*. Denton, 2011. 43 p. Dissertation (Doctor in Musical Arts). University of North Texas, Denton, 2011.
- LONDON, Justin. *Hearing in Time: Psychological Aspects of Musical Meter*. New York: Oxford University Press, 2004.

- RAMOS, Bernardo. *Análise de Textura Violonística*: teoria e aplicação. 2017. Dissertation (Master's degree in Music). Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2017.
- UNCONSCIOUS IN BRAZIL. Dušan Bogdanović (composer/ interpreter). United States of America: GSP recordings, 1999.